

# व्यावसायिक सांख्यिकी

बी.कॉम. द्वितीय वर्ष चतुर्थ सत्र

प्रा. रेखा एम. वाठ (दोंदल) प्रा. प्रकाश एम. वांढरे

SAI JYOTI  
PUBLICATION  
*The way of Light*

विद्यापीठ अनुदान आयोगाच्या शिफारशीनुसार, संत गाडगेबाबा अमरावती विद्यापीठ बी.कॉम. द्वितीय वर्ष चतुर्थ  
सत्राकरिता सुधारीत अभ्यासक्रमानुसार लिहिलेले पाठ्यपुस्तक, तसेच महाराष्ट्रातील सर्व विद्यापीठांच्या वाणिज्य  
विद्याशाखेकरिता उपयुक्त

बी.कॉम. द्वितीय वर्ष चतुर्थ सत्र

# व्यावसायिक सांख्यिकी Business Statistics

प्रा. रेखा एम. वाठ (दोंदल)

एम.कॉम., एम.फिल.,  
सहयोगी प्राध्यापक  
वाणिज्य विभाग प्रमुख  
इंदिरा महाविद्यालय, कळंब  
जि. यवतमाळ

प्रा. प्रकाश एम. वांढरे

एम.कॉम., एम.फिल.,  
सहयोगी प्राध्यापक  
वाणिज्य विभाग प्रमुख  
श्री. बाबासाहेब देशमुख पारवेकर महाविद्यालय,  
पांढरकवडा



साई ज्योती पब्लिकेशन, नागपूर



- ❖ व्यावसायिक सांख्यिकी  
Business Statistics
- ❖ © लेखक
- ❖ प्रथम आवृत्ती- २०१९

No part of this book shall be reproduced, stored in retrieval system, or translated in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying and/or otherwise without the prior written permission of the publishers.

ISBN : 978-93-88708-02-9

- ❖ प्रकाशक व मुद्रक:  
श्री. नरेश खापेकर  
साई ज्योती पब्लिकेशन  
तिन नल चौक, कसारपुरा,  
इतवारी, नागपूर ४४०००२  
मो. नं. ९७६४६७३५०३  
इ-मेल- sjp10ng@gmail.com  
वेब साईट- www.saijyoti.in
- ❖ सेल ऑफिस:  
ओम साई पब्लिशर्स आणि डिस्ट्रीब्युटर्स  
२९, इंदिरा नगर, टी.बी. वार्डच्या मागे  
नागपूर- ४४० ००३  
मो. नं. ९९२३६९३५०६  
इ-मेल- ospdnagpur@yahoo.com
- ❖ अक्षर जुळवणी:  
हरि ओम कॅम्प्युटर्स, नागपूर  
मो. नं. ९६७३५५०७२०

## लेखकाचे मनोगत.....

'व्यावसायिक सांख्यिकी' (Business Statistics) हा पेपर बी. कॉम. द्वितीय वर्षाच्या चतुर्थ सत्राकरिता संत गाडगे बाबा अमरावती विद्यापीठाने वाणिज्य शाखेच्या विद्यार्थ्यांनाकरिता अभ्यासक्रमात समाविष्ट केलेला आहे. या पुस्तकातून विद्यार्थ्यांना सखोल व परिपूर्ण माहिती उपलब्ध करून देण्याच्या उद्देशानेच या ग्रंथाचे लेखन कार्य केले आहे. प्रामुख्याने विद्यार्थ्यांना समोर ठेवून साध्या व सोप्या भाषेत या ग्रंथाचे लेखन करण्याचा प्रामाणिक प्रयत्न केला आहे. तसेच विद्यार्थ्यांना प्रश्नांची व्यवस्थितपणे तयारी करता यावी या उद्देशाने प्रत्येक प्रकरणाच्या शेवटी प्रश्नसंग्रह दिले आहेत. त्यामुळे हा ग्रंथ विद्यार्थ्यांच्या दृष्टीने अतिशय उपयुक्त ठरेल असा विश्वास आहे.

"साई ज्योती पब्लिकेशन" चे प्रकाशक श्री. नरेश खापेकर व श्री. गणेश राऊत यांनी पुस्तक लिखाणाकरिता प्रेरित केले आणि त्यांच्याच सहकार्याने हे पुस्तक आम्ही प्रकाशित करू शकलो. तसेच अक्षर जुळवणीचे अत्यंत क्लिष्ट कार्य ज्योती मोरे यांनी उत्कृष्टरित्या पार पाडले. त्यामुळेच एक दर्जेदार पुस्तक विद्यार्थी व प्राध्यापकांना उपलब्ध करून देता आले, याबद्दल मनःपूर्वक आभारी आहोत.

पुस्तक लिखाणात वेळोवेळी आम्हाला सहकारी प्राध्यापकांचे मार्गदर्शन मिळाले. त्यामुळे आम्ही त्यांचे विशेष आभार मानतो.

शेवटी वाणिज्य शाखेच्या विद्यार्थ्यांना, प्राध्यापकांना आणि वाचकांना अशी नम्र विनंती आहे की, या ग्रंथात अनावधानाने काही त्रुटी झाल्या असतील किंवा काही चुका राहिल्या असतील तर त्यांनी निर्दर्शनास आणून द्याव्यात. त्यांची दखल निश्चितपणे घेतली जाईल, असे अभिवचन देवून पुन्हा एकदा सर्वांचे मनःपूर्वक आभार मानून मनोगत पूर्ण करतो.

लेखक

## अनुक्रमणिका

|  |           |  |
|--|-----------|--|
|  | युनिट - १ |  |
| १. सांख्यिकीची मूलतत्त्वे.....             | १-७       |  |
| Statistics & Measures of Central Tendency  |           |  |
| २. सामुग्री संग्रहण.....                   | ८-१२      |  |
| Collection of Data                         |           |  |
| ३. सारणीयन आणि वर्गीकरण.....               | १३-१८     |  |
| Tabulation and Classification              |           |  |
|  | युनिट - २ |  |
| ४. निर्देशांक .....                        | १९-४३     |  |
| Index Number                               |           |  |
|  | युनिट - ३ |  |
| ५. सांख्यिकीय पदमाला (वारंवारता वंटन)..... | ४४-६०     |  |
| Frequency Distribution                     |           |  |
| ६. केंद्रीय प्रवृत्तीची परिणामे.....       | ६१-१२८    |  |
| Measures of Central Tendency               |           |  |
|  | युनिट - ४ |  |
| ७. अपकीरण.....                             | १२९-१९८   |  |
| Dispersion                                 |           |  |
| ८. विषमता.....                             | १९९-२२७   |  |
| Skewness                                   |           |  |
|  | युनिट - ५ |  |
| ९. सहसंबंध.....                            | २२८-२८५   |  |
| Correlation                                |           |  |
| वस्तुनिष्ठ प्रश्न .....                    | २८६-२९६   |  |



## युनिट - १

### १. सांख्यिकीची मूलतत्त्वे

#### Statistics & Measures of Central Tendency

सांख्यिकी या शास्त्राचा उद्भव हा पुराणयुगाच्या आधीपासून झालेला आहे असे म्हणता येते. प्राचीन काळातील ऋषीना हे शास्त्र माहिती होते. रामायण-महाभारत साख्या महाकाव्यात ह्याचे पुरावे दिसून येतात. सैन्य, शस्त्रसंग्रह, अन्नधान्य पंशुची संख्या यांची संख्यात्मक नोंद करण्याची पद्धतीचा पुराणात उल्लेख दिसून येतो. आधुनिक युगात इंगी या शास्त्राचा अधिक विकास झाला असला व त्याचे महत्त्व वाढले असले तरी ते एक प्राचीन शास्त्र आहे असे दिसून येते.

कोणतीही संख्या जी लोकसंख्या, उत्पादन, राष्ट्रीय उत्पन्न, नफा विक्री जन्म-मृत्यु व विद्यार्थी इत्यादी प्रश्नांनी संबंधित असते त्यास 'सांख्यिकी' म्हणतात. थोडक्यात संख्येरी संबंधित असणारे शास्त्र म्हणजे सांख्यिकी होय.

विशिष्ट बाबीसंबंधी संख्या किंवा आकडे प्राप्त करून यांच्या मुयोग्य स्वरूदागे तुलनात्मक निष्कर्ष काढण्याने तंत्र, शास्त्र व पद्धती असो सांख्यिकीचा अर्थ लावला जातो. यामुळे सांख्यिकी हे असे शास्त्र आहे, की ज्याचा पद्धतीने आर्थिक सामाजिक नैसर्गिक व मानवीय प्रश्नांचा अभ्यास केला जातो.

'Statistics' हा शब्द इटालियन शब्द Statics आणि जर्मन शब्द 'Statistik' पासून आलेला आहे. त्याचा अर्थ 'State' राज्य किंवा शासन असा होतो. १७९० मध्ये ह्युपर एम.डी.या शास्त्रज्ञाने पहिल्यांदा हा शब्द उपयोगात आणला. सांख्यिकी शास्त्राची व्याप्ती विस्तृत असून ह्यात अंकाचे संग्रहण, संगठन, रचना, विश्लेषण व निर्वचन या क्रियांचा समावेश होतो.

#### सांख्यिकीचा अर्थ (Meaning of Statistics):-

बेबेस्टर यांची मते, "कोणत्याही देशातील लोकांच्या स्थितांबाबत गोळा केलेल्या वर्गीकृत तथ्यांना संपक असे म्हणतात. हे वर्गीकरण सारणी किंवा कोणत्याही इतर प्रकारे अंकांची रचना करून अस्तित्वात येते."

ए.एल. बावलेच्या मते, "सांख्यिकी म्हणजे मोजण्याचे शास्त्र होय."

"Statistics may be called the Science of Counting"

बाडींगटन्च्या मते "संभाव्यता आणि अपेक्षांचा (अंदाजाचा) अभ्यास करणारे शास्त्र म्हणजे सांख्यिकी होय."

"Statistics is the science of estimates and probabilities"

सेलिंगमन यांच्या मते, "कोणत्याही अनुसंधान क्षेत्रावर प्रकाश टाकण्यासाठी एकत्रित केलेल्या अंक सामग्र्यांचे संकलन, वर्गीकरण, मांडणी, तुलना आणि निर्वचन या क्रियासंबंधीची विज्ञानाला 'सांख्यिकी' असे म्हणतात."

आर्थर आऊले यांच्या मते, "सांख्यिकीची व्याख्या करतांना आर्थर बाऊले यांचे विविध प्रकारे मत प्रदर्शित केले आहे."

१) 'सांख्यिकी हे गणनशास्त्र आहे.'

२) 'सांख्यिकी हे माध्यांचे शास्त्र आहे.'

३) सांख्यिकी विवरणांना संक्षिप्त वर्गीकृत करणारी तसेच परस्पर संबंधाना स्पष्ट करणारी एक पद्धती आहे.

### सांख्यिकीची व्याप्ती (Scope of Statistics):-

सांख्यिकीची व्याप्ती सातत्याने वाढत असून तिच्या व्याप्तीची व्याख्या करणे अवघडच नाही तर शहाणपणाचे सुद्धा ठरणार नाही. सांख्यिकी हे सर्व विषयाच्या अभ्यासाचे साधन असून त्या त्या विषयातील संशोधनाला मदत करणारे महत्त्वाचे तंत्र आहे. अर्थशास्त्र, व्यापार, उद्योग, वाणिज्य, जीवशास्त्र, वनस्पती शास्त्र, समाजशास्त्र व मानसशास्त्र इत्यादी कोणत्याही शास्त्रात सांख्यिकीचा उपयोग होतो, असे एक ही शास्त्र नसावे की जेथे सांख्यिकीचा उपयोग होते नाही. ऐवढेच काय मानवाचे चंद्रावर जाणे हे सुद्धा सांख्यिकीच्याच मदतीने शक्य झाले आहे. ज्या सांख्यिकीचा वापर प्रत्येक क्षेत्रात असतो म्हणून असे म्हटले जाते की, "Statiostics is what statistician do" सांख्यिकी ज्या क्षेत्रात उपयोगात आणले जाते त्यातील काही क्षेत्राचा विचार खालीलप्रमाणे आहे.

#### १) सांख्यिकी व अर्थशास्त्र (Statistics and Economics) :-

सांख्यिकी व अर्थशास्त्र यांचा फारच जवळचा संबंध आहे. ह्यात अर्थशास्त्र संपत्ती, उत्पादन आणि विभाजन यांच्याशी संबंधित आहे. तसेच ते अर्थव्यवस्थेतील बचत गुंतवणूक व उत्पन्नाशी संबंधित आहे. असे मार्शलने आपल्या पुस्तकात सांख्यिकीचे महत्त्व विशद केले आहे.

सांख्यिकीच्या मदतीने कशाचे उत्पादन करावयाचे, किती उत्पादन करावे व कोणासाठी करावयाचे याचे उत्तर मिळते. त्यामुळे सांख्यिकी अर्थशास्त्राची प्रयोगशाळा असते. त्यावरून त्यांचा राहणीमानाची अर्थशास्त्राची प्रयोगशाळा असते. त्यावरून त्यांचा राहणीमानाच कल्पना येते. तसेच त्यांची कार्यक्षमता समजते. उत्पादनाच्या सांख्यिकीमुळे देशातील मागणी-पुरवठा लक्षात येतो. विनिमयाच्या क्षेत्रात बाजारपेठांच्य किमतीचे नियम, उत्पादन स बँकिंग आणि पतनियंत्रण इत्यादींचा अभ्यास करताना सांख्यिकी उपयुक्त ठरते. मागणी आणि पुरवठ्यात होणाऱ्या बदलानुसार बाजारपेठेतील वस्तूंची किंमत काय असू शकते. याचा अंदाज सांख्यिकीच्या मदतीने बांधले जाते.

आर्थिक प्रश्नाच्या अभ्यासासाठी सांख्यिकीतील नमुना पद्धतीचा उपयोग केला जातो. नमुना पद्धतीने आर्थिक प्रश्नाच्या माहितीचे संग्रहण करता येते. अर्थशास्त्रातील मागणी; पुरवण्याचा नियम उत्पादन फळ नियम, खर्च फळ व उपभोग फळ इत्यादी भिन्न नियम सांख्यिकीच्या मदतीने मांडण्यात आले. व त्यांचे मूल्यमापही करता येते.

#### २) सांख्यिकी व लेखाशास्त्र (Statistics and Accounts) :-

लेखाशास्त्रात सांख्यिकीला महत्त्वाचे स्थान आहे. दर प्रतिशत प्रमाण, अनुमान, विवरण व क्रमपद्धती या सांख्यिकीय मध्यमांचा उपयोग लेखाकार्यत करतात परिच्यय लेखे व प्रबंध लेखे यात सांख्यिकीला विशेष महत्त्वाचे स्थान आहे.

#### ३) सांख्यिकी व गणित (Statistics and Mathamatic) :-

सांख्यिकी व गणित ह्यांचा फारच जवळचा संबंध आहे. या दोन्ही विषयात अंक व सूत्रपद्धतीचा वापर करतात. सांख्यिकीमध्ये गणनाकरिता जी निरनिराळी सुत्रे उपयोगी पडतात. त्यांना गणिताचा आधार असतो. माध्यप्रवृत्ती काढणे, विचारणे काढणे, सहसंबंध व देशांक इत्यादीकरिता गणितीय पद्धतीचा वापर करतात.

#### ४) सांख्यिकी व व्यापार (Statistics and Business) :-

व्यापारविषयक निर्णयात सांख्यिकी महत्त्वाची भूमिका बजावते. अलीकडेच्या काळात व्यापारात चाललेली स्पर्धा आणि त्यातून निर्माण होणारे प्रश्न लक्षात घेता सांख्यिकीचे महत्त्व वाढतच आहे. व्यापारविषयक निर्णयात सांख्यिकी महत्त्वाची भूमिका बजावते. उत्पादनाचे नवीन तंत्र, ग्राहकांच्या आवडी निवडी, स्पर्धा, व्यवसायातील अनिश्चितता धोके यात खूपच बदल झालेला असून व्यापारातील सर्वच बाबींवर उत्पादकांचे, व्यापाराचे बारीक लक्ष असणे आवश्यक आहे. ह्याकरिता त्याला आवश्यक असणाऱ्या सर्व बाबींची संख्यात्मक माहिती मिळणे आवश्यक झाले आहे. ह्याकरिता अनुसंधान, निरीक्षण, निर्वचन, विश्लेषण अशा विविध सांख्यिकीय पद्धतीचा वापर केला जातो. उत्पादन, खरेदी-विक्री, वित्त, हशेब, बाजापेणेची माहिती, दर्जा नियंत्रण ह्या सर्व क्षेत्रात सांख्यिकीचा उपयोग होत असतो.

#### ५) सांख्यिकी व सामाजिकशास्त्र (Statistics and Social Sciences) :-

समाजशास्त्र, राज्यशास्त्र, मनोविज्ञान, शिक्षणशास्त्र, इतिहास, भूगोल, नितिशास्त्र अशा सर्व सामाजिक शास्त्राचा अध्ययनात व उपयोजनात सांख्यिकीला महत्त्वाचे स्थान आहे. ह्या सर्व शास्त्रातील कोणत्याही बाबीचे घटनेचे निष्कर्ष हे संख्याशास्त्रात अवलंबून असते. इतिहासात एखाद्या घटनेचा कालखंड, राजाचा कालखंड, त्याच्या राज्यातील आर्थिक स्थिती ह्या सर्व घटनांचा सांख्यिकशास्त्रावरच आधारीत असते. भूगोल तर पूर्णांशांने संख्याशास्त्रात अवलंबून आहे. त्यामुळे सर्वच सामाजिक शास्त्रांच्या प्रत्येक घटनेचा आधार सांख्यिकी आहे. 'सांख्यिकीशिवाय कोणतेही सामाजिक शास्त्र उपयोगी ठरत नाही.

#### ६) सांख्यिकी व संशोधन (Statistics and Reserch) :-

कोणत्याही संशोधनासाठी भूतकालीन, वर्तमान तसेच भविष्यकालीन आकडेवारीची आणि तिच्या वर्गीकरणाची व विश्लेषणाची आवश्यकता असते. संशोधकाला ही सर्व माहिती सांख्यिकीच्या विविध पद्धतीच्या उपयोगामुळे प्राप्त होते. जिच्या आधारावर संशोधक निर्णय घेवून संशोधनाचे निष्कर्ष काढत असतात. येणारे निष्कर्ष हे सुद्धा संख्याशास्त्रावर आधारित असतात.

#### ७) सांख्यिकी व विविध शास्त्र (Statistics and General Science) :-

सांख्यिकी वैद्यकीय, वनस्पतीशास्त्र, भौतिकशास्त्र, जीवशास्त्र, प्राणीशास्त्र, कृषीशास्त्र इत्यादी शास्त्रात सुद्धा विविध पद्धतीने मदतीनेस म्हणून सिद्ध झाले आहे. या सर्व शास्त्रांच्या विकासाबरोबर नवीन सिद्धांतांचे आधार शोधण्यासाठी तसेच त्यांची व्यावहारिकता व शुद्धता तपासून पाहण्यासाठी सांख्यिकीचा उपयोग महत्त्वपूर्ण असतो.

#### सांख्यिकीचे महत्त्व (Importance of Statistics) :-

आधुनिक काळात सर्वच क्षेत्रात सांख्यिकीचा मोठ्या प्रमाणात उपयोग होतो. आज सरकार, राजकीय पुढारी, अर्थशास्त्रज्ञ, समाजसेवक, व्यापारी, शेतकरी, शिक्षणतज्ज्ञ, वित्तीय संस्था, विद्यार्थी व नेते इत्यादींना संख्याशास्त्राचा वेगवेगळ्या मार्गासाठी उपयोग होतो. सांख्यिकीचे महत्त्व खालीलप्रमाणे स्पष्ट करता येईल.

## सांख्यिकीचे महत्त्व

## १) शासकीय संस्था :-

सांख्यिकीचा सर्वात जास्त उपयोग शासन संस्था यांना होत असतो. शासनाला विविध प्रकारची शासकीय, अर्थशास्त्रीय व सामाजिक, आर्थिक प्रश्न सोडवावे लागतात. त्याकरिता ह्यासंबंधी भूतकालीन व वर्तमानकालीन माहितीची आवश्यकता असते. ही माहिती अद्ययावत स्वरूपात उपलब्ध करून देण्याचे कार्य सांख्यिकी करीत असते. सरकारला संख्याशास्त्राचा अनेक दृष्टीने उपयोग होतो. राष्ट्रीय उत्पन्न, राष्ट्रीय उत्पादन, विकासाचा दर लोकसंख्या वाढीचा दर, स्त्री-पुरुष प्रमाण, देशातील लोकांच्या गरजा विचारात घेवून संरक्षण, आरोग्य व शिक्षण इत्यादीवरील खर्च अर्थमंत्राला अंदाजपत्रक करण्यासाठी लागणारी विविध आकडेवारी तसेच कर निर्धारणासाठी समंकाचा उपयोग होतो. ह्यासाठी आवश्यक असणारी आकडेवारी पुरविण्यात सांख्यिकीची शासनाला फार मदत होत असते.

## २) सामाजिक क्षेत्र :-

सामाजिक क्षेत्रात अनेक संस्था काम करताना दिसून येते. जसे आरोग्य शिक्षण बांधकाम, वाहतूक साधनांचा विकास, श्रमकल्याण, बेकारीनिवारण, पुनर्वसन, विद्युत व पाणीपुरवठा इत्यादी क्षेत्रात कार्य करणाऱ्या संस्थांना संबंधित प्रश्न सोडविण्याकरिता तसेच योग्य विकास साधण्यासाठी सांख्यिकीय माहिती व आकडेवारी आवश्यक असते.

## ३) उद्योग व व्यापार:-

या क्षेत्रात सांख्यिकीला अत्यंत महत्त्वाचे स्थान आहे. उद्योग व व्यापाराच्या विकासावर देशाचा सर्वांगीण विकास अवलंबून असतो. उद्योगधंदे व व्यापारात संभावांना किंवा अपेक्षांना, अंदाजांना फार महत्त्व आहे. उत्पादकाचा अंदाज जेवढा बरोबर व योग्य तेवढा तो व्यावसायिक व व्यवसाय अधिक यशस्वी होतो. व्यावसायिक पूर्वानुमान करणे, उत्पन्न व खर्च पत्रके तयार करणे, विविध प्रकारचे नियोजन करणे, उत्पादनाच्या अंदाज घेणे व त्यावर नियंत्रण ठेवणे, गुणनियंत्रण व सांख्यिकी नियंत्रण करणे. विपणी विश्लेषण व विपणी अनुसंधान अशा विविध कामात उद्योजक व व्यापारी सांख्यिकीय पद्धतीचा फार मोठ्या प्रमाणावर वापर करून योग्य ते निर्णय घेत असतात.

## ४) कृषीक्षेत्र :-

कृषीक्षेत्रात प्रगती करण्यासाठी सांख्यिकी अत्यंत महत्त्वाचे स्थान आहे. कृषी क्षेत्राबाबत माहिती पुरविणे, विविध पिकांखाली लागवडी क्षेत्राचा तुलनात्मक अभ्यास करणे, ओलिताखालील जमिनीची माहिती मिळविणे, व त्याबाबत तुलनात्मक विश्लेषण देणे, देशातील कृषीयोग्य जमिनीचे मूल्यांकन करणे, कृषी शेतीचा सरकारी दर निश्चित करणे, अशी अनेक कार्ये सांख्यिकीच्या मदतीने भौगोलिक स्थितीतील बदलाचे अध्ययन, नैसर्गिक तसेच वातावरणातील बदलांची स्थिती यांचे विश्लेषण सुद्धा सांख्यिकीद्वारे शक्य होते.

## ५) सामाजिक सेवा क्षेत्र :-

सामाजिक क्षेत्रात अनेक संस्था काम करताना दिसून येते. जसे आरोग्य, शिक्षण, बांधकाम, वाहतूक साधनांचा विकास, श्रमकल्याण बेकारी निवारण, पुनर्वसन, विद्युत व पाणीपुरवठा इत्यादी क्षेत्रात कार्य करणाऱ्या संस्थांना संबंधित प्रश्न सोडविण्याकरिता तसेच योग्य विकास साधण्यासाठी सांख्यिकीय माहिती व आकडेवारी आवश्यक असते.

## व्यावसायिक सांख्यिकी

## ६) शिक्षण क्षेत्र :-

या क्षेत्रात सांख्यिकीला अत्यंत महत्त्वाचे स्थान आहे. शिक्षण क्षेत्रात नवनवीन योजनांची अंमलबजावणी करणे, शिक्षण पद्धतीत सुधारणा करणे, उच्च शिक्षण, व्यावसायिक शिक्षण व अनुसंधान यांची सोय उपलब्ध करून देणे ह्यासाठी शिक्षण क्षेत्राला आवश्यक असणारी आकडेवारी उपलब्ध करून घेण्याकरिता सांख्यिकीचे सहाय्य घेतल्या जाते.

## ७) आर्थिक क्षेत्र :-

सांख्यिकी आणि आर्थिक क्षेत्र ह्या दोन्ही बाबी एकमेकांशी अत्यंत घनिष्ट अशा असून त्या एकमेकांपासून विभक्त करता येत नाही तसेच त्या विभक्त ही होवू शकत नाही. म्हणूनच सांख्यिकीय आर्थिक क्षेत्रात अतिशय महत्त्वाचे स्थान आहे. आर्थिक क्षेत्रात आर्थिक नियोजनावर अधिक भर दिला जातो. आर्थिक नियोजनामध्ये उद्दिष्टे ठरविली जाते, ही उद्दिष्टे गाठण्याचा प्रयत्न केला जातो. त्याची संख्या व गुणवत्ता यांचा आढावा घ्यावा लागतो. यासाठी सांख्यिकीची मदत घेणे आवश्यकता असते. यावरून आर्थिक क्षेत्रात सांख्यिकीचे किती महत्त्व आहे हे लक्षात येते.

## ८) विविध शास्त्रे :-

ज्याप्रमाणे सामाजिक शास्त्रासाठी सांख्यिकी महत्त्वपूर्ण भूमिका बजावत असते. त्याचप्रमाणे वनस्पतीशास्त्र, जीवशास्त्र, रसायनशास्त्र, भौतिकशास्त्र, खगोलशास्त्र, वैद्यकीयशास्त्र, अभियांत्रिकी अशा सर्वच नैसर्गिक शास्त्रांमध्ये अनेक सिद्धान्त व नियम हे सांख्यिकीच्या आधारावर मांडलेले दिसतात. ह्या सर्वांमध्ये सांख्यिकीचे सहाय्य घेण्यात येते.

## ९) संगणकीय व माहिती तंत्रज्ञानाच्या क्षेत्रात :-

संगणकीय तंत्रज्ञान तसेच माहिती तंत्रज्ञानाच्या क्षेत्रात सुद्धा विविध प्रकारच्या नमुना, प्रतिकृती (Model) तयार करण्यासाठी व त्यांच्या उपायोजनासाठी (Applications) सांख्यिकी तंत्राचा आधार घेतला जात असतो. आज बहुतेक सर्वच व्यावसायिक संख्या मधून निर्णय प्रक्रियेसाठी सांख्यिकीच्या विविध तंत्रांचा अवलंब करून अल्पकालीन तसेच दीर्घकालीन निर्णय घेतले जातात. आधुनिक काळात सांख्यिकी तंत्रावर आधारित अनेक नवनवीन सॉफ्टवेअर पॅकेजेस बाजारात उपलब्ध झालेले आहेत व अजूनही उपलब्ध होत आहेत.

## सांख्यिकीचे कार्य (Function of Statistics) :-

सांख्यिकीचे कार्य खालीलप्रमाणे दिले आहे.

## १) ज्ञान व अनुभवात वाढ करणे :-

सांख्यिकीचे हे अत्यंत महत्त्वपूर्ण कार्य होय. सांख्यिकी हे पूर्ण ज्ञान नसले तरी ज्ञान प्राप्त करण्याचे एक महत्त्वपूर्ण साधन आहे. अनुसंधानाद्वारे विविध विषयांवर माहिती व आकडेवारी प्राप्त केली जाते. त्याचे तुलनात्मक अध्ययन करून विविध निष्कर्ष काढले जातात. त्यामुळे मनुष्याच्या ज्ञानामध्ये, तसेच अनुभवामध्ये निश्चितच भर पडते.

## २) माहितीला सरळ व साधे रूप प्रदान करणे :-

अंकांमुळे उपलब्ध माहिती किंवा यांना साधे व सरळ रूप प्रदान करता येते. नुसती लोकसंख्या वाढली असे मत मांडण्यापेक्षा लोकसंख्यावाढीचा दर दिला तर तेच म्हणणे अधिक स्पष्ट होते. अशारितीने उपलब्ध आकडेवारी सरळ व साधे रूपात मांडण्याचे कार्य सांख्यिकीद्वारे सहज शक्य होते.

## ३) तुलना करणे :-

सांख्यिकी हे तुलना करण्याचे एक महत्त्वपूर्ण साधन आहे. तुलनात्मकता हा सांख्यिकीचा एक महत्त्वाचा असा गुण आहे. विविध आर्थिक समस्यांचा अभ्यास करताना दोन किंवा अधिक बाबींमध्ये तुलना करणे अपेक्षित असते. तुलना केली तरच संबंधित वस्तुस्थितीचे आकलन होत असते. सांख्यिकीय माहिती व विधाने संख्यात्मक असल्यामुळे यांची तुलना करता येते व त्याचे आधारावर योग्य ते निर्णय घेतले जातात.

## ४) पूर्वानुमान करणे :-

मागीलकाळातील व वर्तमानकाळातील आकडेवारीवरून भविष्यकालीन अंदाज करणे सहज शक्य होते. सांख्यिकीय विविध तंत्रे जसे, सामान्यवक्र कालमान, विरलेषण रिती, न्युनतम वर्गीरिती, आंतरगणन व बाह्यगणन, प्रतिपत्रमान, अशा सांख्यिकतंत्रांच्या सहाय्याने भविष्यात होणारे बदल व परिवर्तने जाणून घेता येतात.

## ५) निश्चितपणा व अचूकपणा :-

एखाद्या घटनेसंबंधी उपलब्ध माहितीचे वर्गीकरण व विरलेषण करून ती व्यवस्थितपणा मांडण्याचे कार्य सांख्यिकी करते. उपलब्ध माहितीचे वर्गीकरण व विरलेषण केले जात असल्यामुळे त्या माहितीला शास्त्रीय आधार मिळून अशा माहितीत निश्चितपणा व अचूकता येतो. त्यामुळे लोकांचा अशा माहितीवर ताबडतोब विश्वास बसताना दिसून येते.

## ६) नीतीनिर्धारणात साहाय्य करणे :-

कोणत्याही क्षेत्रात नीती ठरवितांना सांख्यिकीची आवश्यकता असते. लोकसंख्याविषयक आकडेवारी उपलब्ध असल्याशिवाय परिवार नियोजन कार्यक्रमाची रूपरेषा ठरविता येणार नाही. आर्थिक नियोजनाचा आराखडा तयार करताना सांख्यिकी उपयुक्त ठरते.

## सांख्यिकीच्या मर्यादा (Limitation of Statistics):-

सांख्यिकी हे तंत्र मानवी जीवनाच्या प्रत्येक पैलूकरिता उपयोगी असून त्याचा विविध क्षेत्रात नियमितपणे वापर केला जातो. सांख्यिकीची व्याप्ती मोठी असली तरी तिला तिच्या स्वतःच्याच अशा काही मर्यादा आहेत. काही महत्त्वाच्या मर्यादा खाली स्पष्ट केल्या आहेत.

## १) केवळ अंकाचा विचार :-

सांख्यिकीमध्ये केवळ ज्या बाबीचे निर्देशन आकड्यात केले जाते त्याचाच अभ्यास केला जातो. सांख्यिकीच्या आधारे गुणात्मक बाबीचे अध्ययन करता येत नाही. बुद्धिमत्ता, गरिबी, श्रीमंती डोळ्याचा रंग, सौंदर्य, नैतिकता इत्यादी गुणांचे सांख्यिकी अध्ययन करू शकत नाही. त्यामुळे या बाबांचे अध्ययन सांख्यिकीच्या कक्षे बाहेरचे आहे.

## २) व्यक्तीचा विचार नाही :-

सांख्यिकी कोणत्याही प्रकारच्या वैयक्तिक घटकाला विशेष असे महत्त्व देत नाही. तर ते सामुहिक महत्त्व देत असते. सांख्यिकीचा आधारे वैयक्तिक तथ्यांचा अभ्यास केला जात नसून त्यात सामुहिक तथ्यांचा अभ्यास केला जातो. सांख्यिकीच्या आधारे काढलेले निष्कर्ष संपूर्ण पदमालेची किंवा समुहाची एकत्रित प्रवृत्ती दर्शवितात. त्यामुळे एखाद्या वैयक्तिक वैशिष्ट्याबाबत सांख्यिकीचा निष्कर्ष चुकांचा दिसून येतो. जर एखाद्या गटातील व्यक्तीच्या उंचीचे अध्ययन करावयाचे असेल तर आपणास एखाद्या व्यक्तीच्या उंचीचे अध्ययन धरून त्यावरून आपणास निष्कर्ष काढता येत नाही. कारण सांख्यिकी विशिष्ट आकड्याचे अध्ययन करीत नाही.

## ३) संदर्भाशिवाय निष्कर्ष चुकीचे :-

भौतिकशास्त्राचे, रसायनशास्त्राचे किंवा गणिताचे नियम ज्याप्रमाणे तंतोतंत व परिपूर्ण असतात. त्याचप्रमाणे सांख्यिकीचे नियम हे तंतोतंत व परिपूर्ण नसून ते अदांजावर किंवा अनुमानतेवर आधारित असतात. सांख्यिकीचे निष्कर्ष समजून घेण्यासाठी संदर्भ विचारात घेणे आवश्यक आहे, जर संदर्भाशिवाय सांख्यिकीचा उपयोग केला तर निघणारे निष्कर्ष अनुपयुक्त ठरतील. संदर्भ शिवाय आपण निष्कर्ष काढू शकत नाही.

## ४) कुशल व्यक्तीद्वारे उपयोग :-

सांख्यिकी हे फारच नाजूक शास्त्र आहे. त्याचा उपयोग फारच काळजीपूर्वक करावा लागतो. ज्याला सांख्यिकीचा उपयोग करता येत नाही. त्याला तो फारच काळजीपूर्वक करावा लागतो. सांख्यिकीच्या तक्त्यामध्ये चुकीची माहिती भरून त्याचा वापर गैरवापर सुद्धा करता येऊ शकतो.

## ५) सांख्यिकी ही अनेक पर्यायी पद्धतीपैकी एक पद्धती :-

सांख्यिकीय पद्धती ही कोणत्याही प्रश्नाचे परिपूर्ण समाधान हा सांख्यिकीय पद्धतीने अभ्यासता येईल असेही नाही. सांख्यिकीचा विविध क्षेत्रात वापर करीत असतांना त्या त्या क्षेत्रातील काही पद्धतीचे सुद्धा सहकार्य घ्यावे लागते. तसेच निर्णय घेण्याकरिता उपलब्ध असलेल्या विविध पर्यायांपैकी कोणता पर्याय निवडावा हे परिस्थितीनुसार ठरविले जाते.

## प्रश्नसंग्रह

- १) सांख्यिकीची व्याप्ती सांगा ?
- २) सांख्यिकीचे महत्त्व स्पष्ट करा ?
- ३) सांख्यिकीचे कार्य सांगा ?
- ४) सांख्यिकीचे मर्यादा (दोष) सांगा.



## २. सामुग्री संग्रहण Collection of Data

एकदा सर्वेक्षणाचा किंवा चौकशीचा उद्देश निश्चित झाला की नंतर दुसरा महत्वाचा प्रश्न असतो तो म्हणजे योग्य मार्गांनी आवश्यक ती आकडेवारी संग्रहीत (गोळा) करणे. यासाठी प्रामुख्याने दोन पर्याय असतात.

१) ज्या प्रश्नांचा अभ्यास करावयाचा त्या संदर्भातील माहिती खत: संग्रहित केली जाते.

२) दुसऱ्यांनी संग्रहित केलेल्या माहितीचा स्वतःसाठी उपयोग करणे.

चौकशी करणारी व्यक्ती खत: किंवा प्रतिनिधीमार्फत जेव्हा माहितीचे संग्रहण करते तेव्हा त्या पद्धतीस प्राथमिक चौकशी म्हणतात. याउलट माहितीचे संग्रहण जेव्हा प्रकाशित किंवा अप्रकाशित माहितीच्या आधारे केले जाते तेव्हा त्यास द्वितीय चौकशी म्हणतात. उदाहरणार्थ एखाद्या प्राध्यापकाला त्याच्या महाविद्यालयाती विद्यार्थींच्या राहणीमानाचा अभ्यास ठरावयाचा असेल तर तो ती माहिती खत: किंवा त्यांच्या प्रतिनिधीमार्फत जेव्हा संग्रहित करतो. तेव्हा तिला प्राथमिक चौकशी म्हणतात. याउलट अशा प्रकारची माहिती महाविद्यालयाने किंवा विद्यार्थी संघटनेने संग्रहित केलेली असेल त्यावरून सर्वेक्षक जर आपला अहवाल तयार करित असेल तर ती द्वितीय चौकशी असते. अशाप्रकारची माहिती देशात सरकारी, खाजगी अर्धमकरी स्वायत्तसंस्था इत्यादीकडून उपलब्ध होते.

सर्वेक्षकांनी प्राथमिक व द्वितीय संमक पद्धतीपैकी कोणत्या पद्धतीचा स्विकार करावा हे प्रामुख्याने खालील घटकांवर अवलंबून असते.

- १) चौकशीचे स्वरूप आणि व्याप्ती
- २) आर्थिक पाठबळ
- ३) वेळेची उपलब्धता
- ४) सत्यतेचे प्रमाण
- ५) सर्वेक्षकाचे स्थान

एवढे माग खरे की बहुतेक पाहणी अहवाल हे द्वितीय आकडेवारी आधारित असतात. प्राथमिक चौकशीचा तेव्हाच स्विकार केला जातो तेव्हा द्वितीय आकडेवारी उपलब्ध होत नाही किंवा ती अपुरी असते.

### व्यावसायिक सांख्यिकी

एखाद्या घटनेविषयी सविस्तर माहिती गोळा करून त्यासंबंधी निष्कर्ष काढणे म्हणजे अनुसंधान होय. अध्ययनासाठी आकडेवारी गोळा करावी लागते. तिला संमक म्हणतात. संमडळाचे प्रमुख दोन प्रकार पडतात.

१) प्राथमिक संमक (Primary data)

२) द्वितीय संमक (Secondary data)

सामुग्री संग्रहणाची पूर्वतयारी : (अवस्था)

(Preliminary stage in data collection)

सांख्यिकीय सामुग्री संग्रहण हे विशिष्ट उद्देशाने व विशिष्ट संशोधन कार्यासाठी केले जाते. सामुग्री संग्रहणाचा उद्देश सफल व्हावा, आवश्यक असणारी संमक, आकडेवारी व माहितीप्राप्त व्हावी हा असतो. यादृष्टीने सामुग्री संग्रहणासाठी काही क्रिया निश्चित करण्यात येते. सामुग्री संग्रहणाची प्रक्रिया ही वेगवेगळ्या टप्प्यांमधून जात असते. हे टप्पे किंवा अवस्था मुख्यतः कार्य, स्वरूप क्षेत्र कार्यपद्धती व तंत्र ह्यावर आधारित असते. म्हणून सामुग्री संग्रहणाच्या टप्प्यांना असाधारण महत्त्व असते. सामुग्री संग्रहणाच्या अवस्था खालीलप्रमाणे आहे.

१) अनुसंधानाचा उद्देश स्पष्ट करणे. :-

अनुसंधानाचा उद्देश निश्चित केला जातो. उद्दिष्ट्याशिवाय अनुसंधानाला अर्थ राहणारच नाही. उद्देश निश्चित झाल्यास संमक संग्रहण, वगीकरण, सारणीयन व विश्लेषण इत्यादी क्रिया अस्तित्वात आणणे सोपे जाते. संशोधनाचे उद्देश आणि कार्यक्षेत्रावरून संशोधन विषयाची व्याप्ती ठरविली जाते. व त्याआधारे पर्याप्त माहितीचे संकलन केले जाते. संशोधनासाठी अनुरूप संमक गोळा केले जाते.

२) संमकाचे स्त्रोत निवडणे:-

उद्देश स्पष्ट झाल्यानंतर अनुसंधानाकरिता कोणत्या माध्यमातून माहिती व आकडेवारी गोळा करता येईल याबाबत निर्णय घेणे आवश्यक आहे. म्हणजे त्याला त्या त्या ठिकाणाहून मिळणारी माहिती ही योग्य आणि विश्र्वासार्थ अशी मिळेल.

३) अनुसंधानाच्या प्रकारांचे निर्धारण :-

अनुसंधान कोणत्या प्रकारचे करावयाचे या बद्दल निर्णय घेणे खालीलपैकी योग्य प्रकारे निवड करता येते.

- अ) प्रायोगिक किंवा सर्वेक्षणात्मक अनुसंधान
- ब) पूर्ण गणन किंवा न्यादर्श अनुसंधान
- क) नियमित किंवा सामाजिक अनुसंधान
- ड) मूळ किंवा पुनरावृत्ती अनुसंधान

४) सांख्यिकीय एकक निश्चित करणे. :-

प्रत्येक संमक संग्रहणात एकक निश्चित करणे आवश्यक असते. संबंधित विषयाच्या गुणमापनाकरिता जो आधार मानला जातो त्याला एकक म्हणतात. एकक निवडल्यामुळे गुणांचे संख्यात्मक मापन शक्य होते. अशाच संमकांना महत्त्व दिले जाते.

५) परिशुद्धतेची (अचूकतेची) मर्यादा ठरविणे. :-

संग्रहित सामुग्रीत कोणत्या मर्यादित शुद्धता असली पाहिजे हे अनुसंधान प्रत्यक्ष सुरु होण्यापूर्वीच ठरवावे लागते. संशोधनाचा उद्देश अत्यंत महत्वाचा असेल तर संमक गोळा करताना ते फार काळजीपूर्वक व तय्यांवर आधारित असतील याची काळजी संमक गोळा करणाऱ्याला सतत घ्यावी लागते.



**प्राथमिक सामग्री पद्धती (Method of Primary data) :-**

प्राथमिक सामग्री ही नव्याने गोळा केली जात असते. जिचे संग्रहण संशोधक स्वतः करतो. अशा सामग्रीला "प्राथमिक सामग्री" असे म्हणतात. प्राथमिक सामग्री संग्रहणाच्या पद्धत खालीलप्रमाणे आहेत.

**१) प्रत्यक्ष अनुसंधान पद्धती (Direct investigation) -**

ज्यावेळी असनुसंधानकर्ता (प्रणणक) माहिती देणाऱ्या व्यक्तीला प्रत्यक्षपणे भेटून हवी ती माहिती गोळा करतो तेव्हा त्या पद्धतीस प्रत्यक्ष अनुसंधान पद्धती म्हणतात. या पद्धतीमुळे खरी माहिती मिळत जाते. या पद्धतीद्वारे मिळणारी माहिती शुद्ध, विश्वासपात्र आणि मूळ स्वरूपाची असते.

**२) अप्रत्यक्ष अनुसंधान पद्धती (Indirect investigation)**

या पद्धतीत त्या व्यक्तीसंबंधी माहिती गोळा करावयाची त्याला प्रत्यक्षात प्रश्न न विचारता मध्यस्थांच्या मार्फत माहिती गोळा करण्यात येते. विस्तृत अनुसंधानकरिता उपयुक्त असते तसेच व्याज पैसा व श्रम यांची बचत केली जाते. या पद्धतीचा उपयोग न्यायालयात बऱ्याच मोठ्या प्रमाणात केला जातो. विशिष्ट घटनेसंबंधी काही साक्षीदार तपासले जात असतो. ज्यांना त्या घटनेसंबंधी माहिती आहे व त्यांनी दिलेल्या माहितीच्या आधारे निर्णय लावल्या जात असतो.

**३) प्रश्नावली अनुसंधान पद्धती****( Investigation Through Questionnaire ) :-**

या पद्धतीत प्राप्त करावयाची माहिती प्रश्नावलीच्या रूपात अगोदर तयार केली जाते आणि ज्याच्याकडून ती माहिती गोळा करावयाची असते. त्याच्याकडे पोस्टाद्वारे, ई-मेलद्वारे, एम-मेलद्वारे पाठविली जाते. प्रश्नावलीच्या सोबत प्रश्नावलीचा उद्देश स्पष्ट करण्यासाठी माहितीपत्रसुद्धा पाठविले जाते. ह्या पत्रातून प्रश्नावलीत दिलेल्या प्रश्नांची खरी खरी, योग्य अशी उत्तरे देण्याचे व दिलेल्या वेळेच्या आत प्रश्नावली उत्तरासहित परत पाठविण्याचे आवाहन केलेले असते. ही पद्धती शिक्षित लोकांकडून विस्तृत स्वरूपाची माहिती व आकडेवारी गोळा करण्याकरिता उपयोगात आणली जाते.

**४) प्रणणकाद्वारे सामग्री संग्रहण****( Data Collection through Inumerators ) :-**

या पद्धतीत एक तर स्वतः संशोधक किंवा त्याचा प्रतिनिधी माहिती देण्याऱ्याची भेट घेवून आपल्या जवळच्या प्रश्नावलीतील प्रश्न विचारून ती प्रश्नावली भरतात व माहिती उपलब्ध करतात. तेव्हा अशा सामुग्री संग्रहण पद्धतीला प्रणणकाद्वारे सामग्री संग्रहण असे म्हणतात. जनगणना, आर्थिक व सामाजिक विषयांबाबतचे सर्वेक्षण याच पद्धतीने केले जाते. ही पद्धती विस्तृत (विशाल) अशा सर्वेक्षणासाठी अधिक उपयोगी ठरते.

**५) स्थानिक समाचारदात्याकडून सामग्री संग्रहण****( Data Collection through Correspondents ) :-**

संशोधक आपल्याला आवश्यक असणारी माहिती गोळा करण्याकरिता स्थानिक व्यक्तीची किंवा स्थानिक समाचारदात्याची मापने प्रतिनिधी म्हणून निवड करीत असतो व त्याच्यामार्फत व मदतीने पाहिजे असलेली माहिती गोळा करीत असतो. समाचार पत्रांकरिता आवश्यक असणारी माहिती याच पद्धतीने संग्रहित केली जाते. प्रतिनिधींनी दिलेल्या माहितीच्या आधारे संशोधक आपले निष्कर्ष किंवा अहवाल तयार करीत असतात. ही पद्धती स्वस्त आणि काढकसरीची आहे. फार थोड्या खर्चात एकाच वेळेस भरपूर ठिकाणाहून माहिती गोळा केली जाते. तसेच वेळ, श्रम व पैसा यांची बचत करावयाची असेल तेथे ही पद्धती वापरणे योग्य असते.

**द्वितीयक सामग्री संग्रहणाच्या पद्धती**

द्वितीयक सामग्री ही खालील दोन प्रकारे प्राप्त होते.

- प्रकाशित सामुग्री
- अप्रकाशित सामुग्री

प्रकाशित समंक संकलनाचे स्रोत

**१) सरकारी प्रकाशने :-**

सरकार राज्यकारभार चालविण्यासाठी विविध स्वरूपाचा आर्थिक व सामाजिक प्रश्नाचे निराकरण करीत असते. त्याकरिता केंद्रसरकार, राज्यसरकार, महानगरपालिका, जिल्हापरिषद इत्यादी. निमसरकारी संस्था आपल्या खात्या मार्फत अनेक प्रकारची माहिती प्रकाशित करीत असतात. यामध्ये लोकसंख्या, राष्ट्रीय उत्पन्न, कृषी व औद्योगिक उत्पादन मूल्य इत्यादी विविध सरकारी प्रकाशने उपलब्ध असतात.

**२) आंतरराष्ट्रीय प्रकाशने :-**

अनेक आंतरराष्ट्रीय संस्था जागतिक विविध देशांतील उत्पन्न, लोकसंख्या, क्षेत्रफळ, आयात-निर्यात इत्यादी बाबीसंबंधी माहिती प्रकाशित करतात. प्रमुख आंतरराष्ट्रीय संस्था म्हणजे आंतरराष्ट्रीय मुद्रानिधी, संयुक्त राष्ट्रसंघ जागतिक बँक आंतरराष्ट्रीय वित्त महामंडळ, युनायटेड नेशन्स ऑर्गनायझेशन इत्यादी संस्था सुद्धा काही अहवाल प्रकाशित करतात.

**३) वाणिज्य संस्थांची प्रकाशने :-**

अनेक वाणिज्य (व्यापार) संस्था आपल्या कार्यासंबंध अहवाल प्रकाशित करतात. यात व्यापारीसंघ, बँक, विमा कंपनी, विनियोग संस्था स्टॉक एक्सचेंज, चॅंबर ऑफ कॉमर्स, वयापारी परिषदा, व शेअर मार्केट इत्यादी समावेश होतो.

**४) वृत्तपत्रे आणि पत्रे :-**

विविध वर्तमानपत्रे, पाक्षिके, मासिके, त्रैमासिके, वार्षिक अशा विविध प्रकाशनांमधून वेळोवेळी प्रकाशित होणारी माहिती दिल्या जात असते. तसेच उद्योग व्यापार सामाजिक समस्या यावर लेख, आकडेवारी माहिती परीक्षणे प्रकाशित केली जातात.

**५) संशोधकाचे शोध निबंध :-**

विविध विषयांवर संशोधन करणाऱ्या व्यक्ती शोध निबंध, तज्ञ लोक शोध निबंध प्रकाशित करतात, संशोधक आपले अहवाल प्रकाशित करतात.

**६) चौकशी समितीचा अहवाल :-**

विविध विषयांवर माहिती व आकडेवारी गोळा करून शिफारसी करण्याकरिता सरकार चौकशी मंडळे नियुक्त करते. ही मंडळे सूचना शिफारसी इत्यादी स्वरूपात आपले अहवाल सादर करतात व प्रकाशित करतात.

**७) विश्वविद्यालये व सार्वजनिक संस्थांची प्रकाशने :-**

विश्वविद्यालये, सामाजिक व शैक्षणिक संस्था शैक्षणिक व सामाजिक प्रश्नांबद्दल माहिती व आकडेवारी गोळा करून प्रकाशित करतात.

**ब) अप्रकाशित सामुग्री :-**

सर्वच सांख्यिकीय समंक व माहिती प्रकाशित केलेली असतेच असे नाही. सरकारी कार्यालये विविध वित्तसंस्था, स्थानिक स्वराज संस्था, कंपनी, विविध संस्था यांच्याकडे उपलब्ध असलेले बरीचशी माहिती प्रकाशित केली जात नाही.

तेव्हा अशा सामग्रीला अप्रकाशित सामग्री असे मानले जाते. संशोधकाला आपल्या संशोधनात अशा सामग्रीचा सुद्धा उपयोग करता येतो. यासाठी संशोधकाला संबंधित स्रोताकडे स्वतः जावून आवश्यक ती माहिती संग्रहीत करून आणली जाते.

**द्वितीयक सामग्री संग्रहणाचे गुण दोष :**

**गुण :-**

- १) द्वितीयक सामग्री संग्रहणाचा खर्च कमी येत असतो.
- २) द्वितीयक सामग्री संग्रहणामुळे वेळ व श्रम कमी लागतो.
- ३) द्वितीयक पद्धतीने अशा माहिती संग्रहण करता येते की जी माहिती प्राथमिक पद्धतीने गोळा करणे शक्य होत नाही.
- ४) द्वितीयक सामग्री संशोधकाच्या उद्देशाची पूर्तता करेलच असे नाही.
- ५) द्वितीयक सामग्रीच्या विश्वसनीयतेबाबत अनेक शंका-कुशंका घेतल्या जातात. पूर्णपणे विश्वसनीय असेलच असे नाही.
- ६) द्वितीयक सामग्री संग्रहणातील एकक व प्रज्वलित एकक जुळणारे नसतील तर तिचा उपयोग करतात येऊ शकत नाही.

**प्राथमिक सामग्री व द्वितीयक सामग्री यातील फरक**

| प्राथमिक सामुग्री   | द्वितीयक सामग्री   |
|---|--|
| १) जी सामग्री नव्यानेच गोळा करण्यात येते व जिचे संग्रहण अनुसंधान कर्ता स्वता करतो अशा सामग्रीला प्राथमिक सामग्री म्हणतात.     | १) आपल्या अनुसंधानाकरिता उपयोग करतो तेव्हा अशा सामग्रीला द्वितीयक सामुग्री म्हणतात.  |
| २) प्राथमिक सामग्री नवीन प्रकल्पाचा उद्देशाने गोळा केली जाऊ शकते.   | २) नवीन प्रकल्प सोडून इतर कार्याच्या उद्देशाने माहिती गोळा केली जाऊ शकते.  |
| ३) प्राथमिक सामग्री गोळा करण्यासाठी पुढील पद्धती अंमलात आणतात+. प्रत्यक्ष अप्रत्यक्ष अनुसंधान प्रश्नावली वार्ताहराद्वारे होय. | ३) द्वितीयक सामग्री गोळा करण्यासाठी पुढील पद्धती अंमलात आणतात. सरकारी, वाणिज्यसंस्था, आंतरराष्ट्रीय संशोधक वृत्तपत्रे होय. |
| ४) प्राथमिक सामुग्री गोळा करण्यासाठी बराच कालावधी व खर्च करावा लागतो.   | ४) द्वितीयक सामग्री गोळा करण्यासाठी कमी कालावधी व कमी खर्च करावा लागतो.  |

**प्रश्नसंग्रह**

- १) सामुग्री संग्रहण म्हणजे काय? सामुग्री संग्रहणाची पूर्वतयारी कशी करावी?
- २) प्राथमिक संग्रहण म्हणजे काय? त्याच्या पद्धती सांगा?
- ३) द्वितीयक सामग्री संग्रहणाच्या पद्धती सांगा?
- ४) प्राथमिक संग्रहण व द्वितीयक संग्रहण ह्यातील फरक सांगा?



## ३. सारणीयन आणि वर्गीकरण Tabulation and Classification

**सारणीयनाचा अर्थ (Tabulation):**

संशोधकाने विविध पद्धतीने व माध्यमाने गोळा केलेल्या सामग्रीला उपयुक्तता व शुद्धता प्रदान करणे आवश्यक असते. पुष्कळदा संपादित केलेली सामग्री ही अव्यवस्थित, असंगठित व निरूपयोगी असते. अशावेळी संशोधक निरूपयोगी सामग्री बाजूला काढून उपयुक्त सामग्रीचे सादरीकरण करित असतो. त्याला सरळ रूप प्राप्त करून देतो. एवढेच नव्हे तर उपलब्ध सामग्रीवरून निष्कर्ष काढावयाचे असतात. त्यामुळे समान गुणवैशिष्ट्याच्या सामग्रीला त्या गुण वैशिष्ट्यांप्रमाणे वेगवेगळ्या प्रकारे मांडणी करून तसेच त्यांना तुलनात्मकता प्रदान करून त्याची रचना करणे आवश्यक असते. निर्वचन व विश्लेषण करण्याकरिता समकांना सुक्ष्म स्वरूपात मांडण्यात येते. या क्रियेला 'वर्गीकरण' (Classification) 'सारणीयन' (Tabulation) असे म्हणतात.

सांख्यिकीय सामग्रीला सोपे, सुव्यवस्थित तसेच स्पष्टीकरणात्मक स्वरूप प्राप्त करून देण्याच्या कार्यालाच 'सामग्रीचे सादरीकरण' (Presentation of Data) असे म्हणतात.

कॉनरची व्याख्या : "संबंधित समस्येला अधिक स्पष्ट करण्याकरिता प्राप्त समक नियमित व व्यवस्थितपणे प्रदर्शित करणे म्हणजे सारणीयन होय."

ब्लेअरची व्याख्या : "विस्तृत अर्थाने प्राप्त समकांना उभे स्तंभ (Column) आणि आडव्या ओळी (Rows) यामध्ये क्रमबद्ध प्रस्तुत करण्याच्या व्यवस्थेला सारणीयन असे म्हणतात."

सेक्रिस्ट यांच्या मते : "वर्गीकरणाच्या साह्याने केलेला विश्लेषणाला स्थायी प्रपत्रात भरण्याचे तसेच समान गोष्टींना योग्य स्थितीत मांडून तुलनायोग्य करण्याच्या पद्धतीला सारणीयन असे म्हणतात."

सारणीयनामुळे वर्गीकृत माहितीला सरळ स्वरूप प्राप्त होऊन संशोधनकर्त्याला त्याचा योग्य प्रकारे उपयोग करून घेता येते.



सारणीयन (Tabulation): "प्राप्त समकांना नियमित व व्यवस्थितपणे प्रदर्शित करणे म्हणजे सारणीयन होय."

सारणीचे प्रकार (Kinds of Table): सारणीचे प्रकार खालीलप्रमाणे दिसून येतात.

१) साधी सारणी: ज्यावेळी अंकाची रचना एकाच गुणाच्या आधारावर केली जाते तेव्हा तिला साधी सारणी म्हणतात.

२) एकत्रित सारणी: ज्यावेळी एकापेक्षा जास्त गुणवैशिष्ट्यांची एकत्रितपणे भाग व उपविभाग पाडून मांडणी केली जाते तिला एकत्रित सारणी म्हणतात.

सारणीयनाचे उद्देश (Objectives of Tabulation):

सारणीयन खालील उद्देशपूर्ती करिता करण्यात येते.

१) संशोधनाचा उद्देश स्पष्ट करणे : कोणत्याही सारणीला शिर्षक व उपशिर्षक दिलेले असते. त्यामुळे संशोधनाचा उद्देश स्पष्ट होतो.

२) संबंधित विषयाला स्पष्ट करणे : सारणीकडे साधा दृष्टिक्षेप जरी टाकला, तरी ती कोणत्या विषयासंबंधी आहे याबद्दल कल्पना येते.

३) समकांना साधे व सोपे रूप प्रदान करणे: सारणीमध्ये खाणी व रकाने यांच्या परस्परसंबंधाने अकांना साधे व सोपे रूप दिले जाते. व त्यामुळे कठिन सामग्री समजण्यात मदत मिळतो.

४) तुलना करण्यास साह्य करणे: प्रत्येक प्रकारच्या सामग्रीच्या वैशिष्ट्यानुसार सामग्रीची वेगवेगळ्या रकाण्यात नोंद केल्यामुळे त्याची तुलना करणे सोपे जाते.

५) थोड्या जागेत अंकाची मांडणी करणे: सारणीची रचना करतांना जागेचा महत्तम उपयोग होईल याची काळजी घेण्यात येते त्यामुळे समकाची थोड्या जागेत मांडणी करता येते.

६) आकर्षक मांडणी करणे : सारणी तयार करतांना रकाने, ओळी शिर्षक इत्यादी कौशल्याने मांडण्यात येतात. त्यामुळे सांख्यिकीय सामग्री आकर्षक रीतीने मांडली जाते. तसेच तिला नितनेटके स्वरूप प्राप्त होते.

७) अकांना लक्षात ठेवण्यास मदत करणे: क्लिष्ट अकांना व्यवस्थितपणे व थोडक्यात मांडण्यात आल्यामुळे लक्षात ठेवणे सोपे जाते.

८) चित्र, वक्र इत्यादी प्रस्तुतीकरणास सहाय्यक: सारणीमुळे सामग्री क्रमबद्ध व व्यवस्थित होते. त्यामुळे सामग्रीचे वक्र, चित्र इत्यादींचे प्रस्तुतीकरण सोपे होते.

सारणीचे प्रकार (Types of Tabulation)

सारणीचे प्रकार खालील प्रमाणे दिले आहे.

१) साधी व एक मार्गीसारणी (Simple or oneway Table) २) द्विमार्गी सारणी (Two way Table) ३) बहुगुणसारणी (Mainfold Table)

१) साधी किंवा एक मार्गीसारणी (Simple or oneway Table): ज्या सारणीमध्ये जेव्हा फक्त एकच गुणधर्म विचार केलेला असतो. त्या सारणीस साधी सारणी म्हणतात. याचाच अर्थ ओळीत किंवा स्तंभात मांडलेल्या माहितीला साधी किंवा एकमार्गी सारणी म्हणतात.

वयानुसार xyz महाविद्यालयातील प्राध्यापकांची संख्या

| वय पेक्षा कमी   | प्राध्यापकांची संख्या |
|-----------------|-----------------------|
| २५ पेक्षा कमी   | ०५                    |
| २५-३५           | २०                    |
| ३५-४५           | ३०                    |
| ४५-५५           | १०                    |
| ५५ पेक्षा जास्त | ०५                    |
| एकूण            | ६०                    |

२) दोन मार्गी सारणी (Two way Table): ज्या सारणीत एकाच वेळी दोन गुण स्पष्ट केले असते. त्या सारणीस द्विमार्गी सारणी म्हणतात. जेव्हा एकाच वेळी ओळी आणि स्तंभ यात दोन गुण दाखविलेले असतात. उदाहरणार्थ खालील सारणीत प्राध्यापकांचे वय ओळीत तर स्तंभात प्राध्यापकांचे लिंगानुसार (पुरुष व महिला) असे वर्गीकरण दाखविलेले आहे.

महाविद्यालयातील वय पुरुष व प्राध्यापक संख्या

| वय            | प्राध्यापक |       |
|---------------|------------|-------|
|               | पुरुष      | महिला |
| २५ पेक्षा कमी | ४          | १     |
| २५-३५         | १०         | १०    |
| ३५-४५         | २०         | ५     |

३) बहु-गुण सारणी (Manifold Table): ज्या सारणीत एकाच वेळी दोनपेक्षा जास्त गुण दर्शविलेले असतात. त्या सारणीस बहुगुण सारणी म्हणतात. जेव्हा एकाच दृष्टिक्षेपात अनेक वैशिष्ट्ये दाखवावयाची असतात तेव्हा अशा सारणीची गरज असते. अशा प्रकारची सारणी तयार करतांना गुणधर्मांना क्रम लावला जातो. सारणीतील गुणधर्मांची संख्या जसजशी वाढत जाते. तसतशी सारणी अधिक क्लिष्ट होत जाते. तीन माणिवार गुणधर्म दर्शविणारी सारणी खालील प्रमाणे आहे.

महाविद्यालयातील प्राध्यापक वय, श्रेणी व लिंगानुसार संख्या

| वय वर्षे        | श्रेणी |       |        |       |      |
|-----------------|--------|-------|--------|-------|------|
|                 | वरिष्ठ |       | कनिष्ठ |       | एकूण |
|                 | पुरुष  | महिला | पुरुष  | महिला |      |
| २५ पेक्षा कमी   | ४      | ३     | २      | ३     | १२   |
| २५-३५           | ८      | २     | ३      | २     | १५   |
| ३५-४५           | १०     | ४     | ७      | ३     | २४   |
| ५५ पेक्षा जास्त | ३      | १     | १      | १     | ६    |
|                 | २५     | १०    | १३     | ९     | ५७   |

**वर्गीकरण (Classification)**

संग्रहित केलेली माहिती प्रभावशालीत सध्यावलेली असते. परंतु त्याचे एकत्रीकरण म्हणजे निष्कर्ष नाही. असा संग्रहित केलेल्या माहितीवर चिंतन प्रक्रिया करताना लक्ष्यतात, या प्रक्रिया पैकी पहिली प्रक्रिया म्हणजे संग्रहित माहितीचे वर्गीकरण व सारणीयन ही होय. द्वितीय माहिती असेल तर आपल्या अभ्यासामुसार व उद्देशानुसार माहितीचे वर्गीकरण करणे लागते. वर्गीकरण आणि सारणीयन ह्या प्रक्रिया म्हणजे सर्व काही नाही तर ह्या प्रक्रिया निष्कर्ष काढण्यासाठी उपयुक्त पडणाऱ्या पायऱ्या होत. तरी पण अहवाल तयार करण्यात यांची भूमिका फार महत्त्वाची मानली जाते.

वर्गीकरण ही सारणीयनाची पहिली पायरी आहे. त्यामुळे सामग्री संग्रहाणाच्या व तिच्या उपयोगाच्या कायदा वर्गीकरण व सारणीयन ह्या दोन्ही प्रक्रिया अत्यंत महत्त्वपूर्ण मानले जाते.

वर्गीकरणाचे आपल्या सर्वांचे परिचयाचे एक चांगले उदाहरण म्हणजे पोस्ट ऑफिसच्या पोस्ट बॉक्समध्ये टाकलेली पत्रे ही त्यांच्या पोहोचण्याच्या स्थळानुसार मद्रास, दिल्ली, मुंबई, अहमदाबाद, कलकत्ता, वागपूर, पुणे अशा शहरानुसार वेगवेगळी करणे, वर्गीकृत करणे म्हणजे वर्गीकरण होय.

प्रा. कॉनर यांच्या मते, "वास्तविक किंवा कल्पित स्वरूपाच्या तथ्यांचा समावृत्ता व सादुरवृत्ता या गुणांच्या आधारावर समूह किंवा वर्गात क्रमबद्ध करण्याची क्रिया म्हणजे वर्गीकरण होय."

**वर्गीकरणाचे उद्देश (Objectives of Classification)**

- वर्गीकरणाचे प्रमुख उद्देश पुढीलप्रमाणे आहेत.
- १) **समंकांना सरळ स्वरूप देणे:** गुंतागुतीच्या आणि विखुरलेल्या समंकांना साधे आणि सरळ स्वरूप पदान करणे हा वर्गीकरणाचा प्रमुख उद्देश मानला जातो.
- २) **समानता आणि विषमता स्पष्ट करणे:** विखुरलेले समंक विशिष्ट आधारावर एकत्रित केलेवाचे त्यांना संग्रहित स्वरूप प्राप्त होते. त्याचप्रमाणे संशोधन कार्यासाठी आवश्यक तेवढेच समंक ठेवून अनावश्यक समंकांचा वगळून त्यांचे नियंत्रण करणे देखील वर्गीकरणामुळे शक्य होते.
- ३) **तुलना करणे:** तुलना करणे हे वर्गीकरणाचे एक महत्त्वपूर्ण उद्दिष्ट असते. दोन वर्गात तुलना करून श्रेष्ठ आणि कनिष्ठ असा निष्कर्ष काढणे सोपे जाते.
- ४) **परस्पर संबंध स्पष्ट करणे:** दोन वर्गात जराणारा संबंध वर्गीकरणाद्वारे योग्य प्रकारे स्पष्ट करता येतो. त्या आधारे वस्तुनिष्ठ निष्कर्ष काढता येतात. तसेच त्यावरून अचूक निर्णय घेता येतात.
- ५) **दिशा निश्चित करणे:** संकलित माहितीची वर्गीकृत रूपरेषा पाहून संशोधक आपल्या विचाराची दिशा निश्चित करू शकतो. त्यावरून संशोधन विषयाच्या विविध पैलूंशी दिशा समजते. त्यावरून अचूक निष्कर्ष काढता येतात.
- ६) **सारणीयनासाठी समंक तयार करणे:** वर्गीकरण ही सारणीयनाची पूर्वतयारी आहे. संकलित माहितीचे वर्गीकरण केल्यास त्याचे सारणीयन करणे अधिक सोपे जाते.

**वर्गीकरणाच्या पद्धतीचे (Methods of Classification)**

- सांख्यिकीय सामग्रीचे पुढील दोन प्रकारे वर्गीकरण करता येते.
- अ) **गुणात्मक वर्गीकरण:**  
ज्यावेळी गुणांचा आधार घेऊन किंवा गुणवैशिष्ट्यानुसार सामग्रीचे वर्गीकरण केले जाते, तेव्हा त्याला गुणात्मक वर्गीकरण असे म्हणतात. अशा गुणांचे संख्यात्मक मापन करता येते नाही. गुणात्मक वर्गीकरणाचे पुढील दोन प्रकार पडतात.

**व्यावसायिक सांख्यिकी**

१) **साधे वर्गीकरण:** साध्यात विशिष्ट गुणांच्या अस्तित्वाचा विचार करून केल्या जाणाऱ्या वर्गीकरणात साधे वर्गीकरण असे म्हणतात. साधे वर्गीकरण ही गुणात्मक वर्गीकरणाची अत्यंत साधे व सोपी पद्धत आहे. जरी - वैज्ञानिक स्थितीबाबत मोठा केलेली सामग्री, विवाहित व अविवाहित अशा भागात वर्गीकृत केली जाते.

२) **बहुगुणी वर्गीकरण:** वर्गीकरण करतांना ज्यावेळी एकामेका अधिक गुणांचा विचार केला जातो त्यावेळी त्याला 'बहुगुणी वर्गीकरण' असे म्हणतात.

ब) **संख्यात्मक वर्गीकरण:**  
ज्यावेळी सांख्यिकीय सामग्रीचे संख्यांच्या आधारावर वर्गीकरण केले जाते, तेव्हा त्याला 'संख्यात्मक वर्गीकरण' असे म्हणतात. या वर्गीकरणात गुणांचा विचार व करता गुण भूत्यांचा विचार केला जातो. उदा. किलो, रुपये व टन इत्यादी. त्यामुळे वर्गीकरणात अंकगत्मक स्वरूप प्राप्त होते. सांख्यिकीयामध्ये अशाच वर्गीकरणात अत्यंत महत्त्व आहे.

संख्यात्मक वर्गीकरणाचे पुढील प्रकार पडतात.

- १) **समयानुसार वर्गीकरण:** सांख्यिकीय सामग्रीची समयानुसार मांडणी घेत असले तर त्याला "समयानुसार वर्गीकरण" असे म्हणतात. त्यातूनच विविध प्रकारच्या "कालमाला" तयार केल्या जातात. धात वर्ष, महिने, पंधरावाचे व आठवडे अशाप्रकारे भाग पाहून पत्तेक भागासाठी स्वतंत्र अंक रचना केली जाते.
- २) **स्थानानुसार वर्गीकरण:** सांख्यिकीय सामग्रीचे स्थितिनुसार किंवा क्षेत्रीय स्वरूपानुसार भाग पाडण्यात येत असतील तर त्याला 'स्थानानुसार वर्गीकरण' असे म्हणतात. उदा. पूर्व, पश्चिम, उत्तर, दक्षिण, राज्य व क्षेत्रीय विभाग इत्यादी आधारावर वर्गीकरण केले जाते.
- ३) **स्थितीनुसार वर्गीकरण:** सांख्यिकीय सामग्रीचे स्थानानुसार किंवा क्षेत्रीय स्वरूपानुसार भाग पाडण्यात येत असतील तर त्याला 'स्थानानुसार वर्गीकरण' असे म्हणतात. उदा. व्यवसायाच्या कण स्थितीची माहिती घेताना कर्जाच्या प्रकारानुसार आकडेवारी दिली जाते.
- ४) **स्वरूपानुसार वर्गीकरण:** सांख्यिकीय सामग्रीच्या स्वरूपानुसार केलेल्या वर्गीकरणात स्वरूपानुसार केलेल्या वर्गीकरणात 'स्वरूपानुसार वर्गीकरण' असे म्हणतात. या अंक मांडण्याच्या वैयक्तिक पदमाला, संश्लित पदमाला सतत पदमाला इत्यादी स्वरूपांचा अवलंब केला जातो.

**वर्गीकरण आणि सारणीयन (Different between classification and Tabulation) सामग्रीत फरक**

वर्गीकरण आणि सारणीयन यातील फरक पुढीलप्रमाणे -

| वर्गीकरण   | सारणीयन   |
|--|---|
| १) समंकांना समावृत्ता व एकस्वरूपात यांच्या आधारावर विभागून देण्याचा क्रियेला वर्गीकरण असे म्हणतात. | १) प्राप्त समंक विभागित व व्यवस्थितपणे प्रदर्शित करणे म्हणजे सारणीयन होय. |
| २) वर्गीकरण सारणीकरणाच्या पहिलेची स्थिती आहे. वर्गीकरणाचा ज्ञान प्रथम राहत असतो.                   | २) सारणीकरण ही वर्गीकरणानंतरचा आधार असतो.                                 |
| ३) वर्गीकरणांमध्ये समंकांना वर्गात तसेच उपवर्गांमध्ये विभाजित केले जाते.                           | ३) सारणीकरणांमध्ये त्यांना शिर्षक तसेच उपशिर्षकांमध्ये ठेवले जाते.        |
| ४) वर्गीकरणांमध्ये सामग्रीचे विश्लेषण होते.  | ४) सारणीयन सात सामग्रीचे प्रस्तुतीकरण केले जाते.                          |

## प्रश्नसंग्रह

- १) सारणीयनाचा अर्थ सांगून सारणीयनाचे उद्देश स्पष्ट करा.
- २) सारणीयनाचे प्रकार स्पष्ट करा.
- ३) वर्गीकरणाच्या पद्धतीचे वर्णन करा.
- ४) वर्गीकरण आणि सारणीयन यामधील फरक स्पष्ट करा.
- ५) वर्गीकरणाचे उद्देश सांगा.



## युनिट - २

## ४. निर्देशांक

### Index Number

## निर्देशांक (Index Number):

वस्तूंच्या किमती आणि उत्पादनाचे परिमाण यांच्यातील तुलनात्मक बदलांचा अभ्यास करण्यासाठी निर्देशांक या पद्धतीचा अवलंब केला जातो. तसेच आधुनिक जगात आर्थिक प्रगतीचे मुल्यमापन करण्याचे निर्देशांक हे एक अत्यंत महत्त्वपूर्ण आणि विश्वसनीय असे साधन आहे. सद्य स्थितीत जगातील सर्वच देशात शासकीय पातळीवर तसेच व्यवसायिक क्षेत्रात देखील निर्देशांकाचा उपयोग मोठ्या प्रमाणावर केला जातो.

निर्देशांकाच्या वेगवेगळ्या अर्थशास्त्रज्ञांनी केलेल्या व्याख्यांचा आपण अभ्यास करू.

- १) श्री ब्लेयर यांची व्याख्या :- "निर्देशांक हे एक विशिष्ट प्रकारचे माध्य आहे."
  - २) श्री बॉर्डिंग्टन:- "निर्देशांक विशिष्ट संख्या समूहाच्या सामान्य प्रकृतीचे घटक असतात."
  - ३) "निर्देशांक ही संबंधित चलमूल्यातील मात्रात्मक बदल मोजण्याची पद्धत आहे."
- "निर्देशांक ही संख्यांची अशी शृंखला आहे की जिच्या साहाय्याने समय व स्थान पदमालातील बदलांचे मापन करता येते."

## निर्देशांकाचे प्रकार (Index Number) :

निर्देशांकाचे पुढील प्रकार पडतात.

- १) किंमत निर्देशांक (Price Index Number)
- २) ठोक किंमत निर्देशांक (Index Number of whole sale prices)
- ३) निर्वाह खर्च निर्देशांक (Cost of Living Index Number)
- ४) औद्योगिक उत्पादन निर्देशांक (Index Number of Industrial production)
- ५) गुंतवणूक आणि प्रतिभूती निर्देशांक (Index Number of Investment and securities)
- ६) इतर निर्देशांक (Other Index Number)

निर्देशांकाचे महत्व आणि उपयोग:

निर्देशांकावरून देशाच्या आर्थिक घडामोडीतील चढउतार स्पष्ट होतात. त्यामुळे निर्देशांकाना "आर्थिक विकासाचे वायुभारमापक" असे म्हणतात.

- १) अंकांना सरळ रूप देणे :- निर्देशांक हे अंकांना सरळ व साधे रूप देते.
- २) तुलनात्मक अभ्यास करणे :- किंमती किती प्रतिशत प्रमाणात वाढल्यात तसेच किंमतीत बदल कोणत्या दिशेने व किती झाला हे स्पष्ट होते.
- ३) आर्थिक स्थितीचे वायुभारमापक :- देशाच्या आर्थिक स्थितीचे मोजमाप आर्थिक स्थितीतील चढउतार निर्देशांकाद्वारे स्पष्ट करता येते. त्यामुळे निर्देशांकाला आर्थिक वायुभारमापक (Economic Barometers) असे म्हणतात.
- ४) पूर्वानुमान करणे :- निर्देशांक हे कालमालेतील बदलांची प्रवृत्ती स्पष्ट करतात. त्यामुळे भविष्यकालीन स्थितीचा अचूक अंदाज घेता येतो.

निर्देशांचे उपयोग :

निर्देशांक तयार करतांना अनेक सांख्यिकीय बाबी विचारात घ्याव्या लागतात. तसेच निर्देशांक हे आधुनिक जगात आर्थिक प्रगतीचे मूल्यमापन करण्याचे एक अत्यंत महत्वपूर्ण आणि विश्वसनीय असे साधन आहे. सद्यस्थितीत जगातील सर्वच देशात शासकीय पातळीवर तसेच व्यवसायिक क्षेत्रात देखील निर्देशांकाचा मोठ्या प्रमाणावर उपयोग केला जातो. जसे मुद्रेच्या क्रय शक्तीत वाढ किंवा घट, आर्थिक घोरणांची आखणी व अंमलबजावणी, किंमत वाढीतील बदल आणि दिशा, तेजी-मंदी, विविध श्रमिक संघटनांना आपले वेतनाचे दर व महागाई भत्ता निर्धारित करतांना इत्यादी अशाप्रकारे निर्देशांक समाजासाठी विविध प्रकारे उपयुक्त ठरतात.

निर्देशांकाच्या मर्यादा (Limitations of Index Number)

निर्देशांक हे विविध उपयोगी असले तरी ते एक अपुर्ण स्वरूपाचे माप आहे. त्यामुळे निर्देशांक तयार करतांना पुरेशी काळजी घेण्यात आली नाही तर निर्देशांक चुकीचे ठरतात. निर्देशांकाच्या मर्यादा पुढील प्रमाणे-

- १) अस्पष्ट निष्कर्ष : निर्देशांकाद्वारे हे निघणारे निष्कर्ष हे स्पष्ट नसून ते अनुमानित असतात.
- २) दोषपूर्ण : निर्देशांक हे न्यादर्शावरून (Random-Sample) तयार करण्यात येत असल्यामुळे जर न्यादर्श चुकीचे असेल तर त्यावरून आलेले निर्णय हे देखील चुकीचे किंवा दोष पूर्ण असतात.
- ३) उद्देशातील भिन्नता : विविध उद्देशासाठी विविध निर्देशांक तयार केले जातात त्यामुळे दुसऱ्या उद्देशासाठी त्याचा काहीही उपयोग होत नसतो.
- ४) तुलनात्मक अध्ययन : निर्देशांक हे विशिष्ट उद्देशासाठी तयार केले जातात त्यामुळेच दोन निर्देशांकाची तुलना होवू शकत नाही.
- ५) तांत्रिक क्लिष्टता :- निर्देशांक ही अत्यंत किचकट आणि तांत्रिक अशी प्रक्रिया आहे.

निर्देशांक तयार करण्याची कार्यपद्धती:

निर्देशांक पुढील प्रमाणे तयार केले जातात.

- १) निर्देशांकाचा उद्देश निश्चित करणे :- वेगवेगळ्या उद्देशासाठी वेगवेगळे निर्देशांक तयार केले जातात. त्यामुळे कोणत्या उद्देशासाठी निर्देशांक तयार करावयाचे आहे याची निश्चिती करणे आवश्यक असते.

व्यावसायिक सांख्यिकी

२) वस्तू निवड :- निर्देशांक हे प्रामुख्याने वस्तूसाठीच तयार केले जातात. विविध वस्तूंच्या किंमती आणि परिणाम यांच्या आधारावर निर्देशांक तयार केले जातात.

३) किंमत कथन मागविणे :- निर्देशांक तयार करतांना वस्तूंच्या किंमतीबाबत आकडे लक्षात घेणे आवश्यक असते. अध्ययनात निर्देशांक योग्य राहणार नाहीत. यामध्ये पुढील बाबी विचारात घेणे जरूरीचे असते. जसे- किंमतीतील बदल, विपणीची निवड, किंमत कथनाची माध्यमे, किंमत कथनाचा कालावधी, किंमत कथनाचे स्वरूप इत्यादी.

४) आधार वर्ष निश्चित करणे :- निर्देशांक हे तुलनात्मक बदल विचारात घेण्याचे एक प्रभावी माध्यम असल्यामुळे त्याचा चातू स्थितीची मागील स्थितीशी तुलना करण्याची एक आधार काळ निश्चित करावा लागतो. त्या काळाचा 'आधार वर्ष' (Base year) असे म्हणतात.

५) स्थिर आधार वर्ष :- आधार वर्ष हे स्थिर असते. धार्मिक संकट, संप, नैसर्गिक आपत्ती या सारख्या नैसर्गिक घटना ज्या वर्षात घडल्या नाहीत त्या वर्षाची आधार वर्ष म्हणून निवड केली जाते. कारण अशा घटनांचा उत्पादनावर विपरीत परिणाम होत असतो. या पद्धतीत पुढील सुत्राचा अवलंब केला जातो.

$$\frac{P_1}{P_0} \times 100$$

$$\begin{aligned} \text{वरील सुत्रात} &= P_1 \text{ चालू वर्षाची किंमत} \\ &= P_0 \text{ आधार वर्षाची किंमत} \end{aligned}$$

६) माध्याची निवड करणे :- निर्देशांक काढण्यासाठी माध्यमाची निवड करावी लागते.

७) मारांकन करणे :- प्रत्येक वस्तूंच्या महत्वानुसार निर्देशांकावर प्रभाव टाकण्यासाठी मारांचा उपयोग केला जातो. त्याकरीता भार टाकण्याच्या दोन पद्धती आहेत. सामान्य तो निर्देशांकाच्या रचनेत भार देण्यासाठी ज्या सुत्रांचा वापर केला आहे. याची कल्पना पुढील निदर्शनावरून व सुत्रावरून येईल.

भार देण्याच्या दोन पद्धती आहेत.

१) अप्रत्यक्ष/गृहीत भार

२) प्रत्यक्ष/स्पष्ट भार

मूल्यमापनाचे भारीत माध्य रीती (Weighted Average of Relative Method) या पद्धतीला पारीवारीक आय पद्धती असे देखील म्हणतात. निर्वाह व्यय निर्देशांक तयार करतांना या पद्धतीचा वापर करतात. याचे सुत्र खालील प्रमाणे.

$$\text{Index Number} = \frac{\sum IV}{\sum V}$$

Where- I = Price Relative (मूल्यानूपात)

V = Value (भार किंवा आधार वर्षाचे मूल्य × आधार वर्षाची मात्रा)

ब) समूह रित :- या पद्धतीत वस्तूंच्या मूल्यात तिच्या परिमाणानुसार भार देवून चालू वर्षाचे एकूण मूल्य (मूल्य × परिमाण) काढून त्याला आधार (भार) या वर्षाच्या एकूण मूल्याने भाग देवून त्याला १०० ने गुणल्यास निर्देशांक मिळतो.

निर्देशांक तयार करणे

निर्देशांक तयार करताना निम्नलिखित प्रश्नांचा विविध पद्धतींचा विचार केल्यास विविध निर्देशांक तयार करतात हे पुढील उदाहरणावरून लक्षात येईल.

Ex:1- Calculate index Number from the following data by aggregative method taking previous year as a base year.

| Item | 1990 | 1999 | 1992 |
|------|------|------|------|
| A    | 2.10 | 2.55 | 3.00 |
| B    | 0.75 | 1.05 | 1.50 |
| C    | 1.50 | 1.95 | 2.25 |
| D    | 1.80 | 2.40 | 2.85 |

Solution :- Contribution of index number.

| Item | 1990 | 1999 | 1992 |
|------|------|------|------|
| A    | 2.10 | 2.55 | 3.00 |
| B    | 0.75 | 1.05 | 1.50 |
| C    | 1.50 | 1.95 | 2.25 |
| D    | 1.80 | 2.40 | 2.85 |
|      | 6.15 | 7.95 | 9.60 |

Index Number

$$= \frac{\sum P_1}{\sum P_0} \times 100$$

Taking as a base year (1990)

$$= \frac{7.95}{6.15} \times 100 = 129.3$$

Taking base year 1991

$$= \frac{9.60}{7.95} \times 100 = 120.8$$

निर्देशांक काढण्यासाठी वेगवेगळ्या सुत्रांचा वापर केल्या जाते. निर्देशांक काढताना खालील प्रकारे वर्गीकरण करण्यात येते.

Construction of Index Number



Weighted Index Number

i) Laspeyre's Method:  $P_{01} = \frac{\sum P_1 q_0}{\sum P_0 q_0} \times 100$

ii) Paasche's Method:  $P_{01} = \frac{\sum P_1 q_1}{\sum P_0 q_1} \times 100$

iii) Bowley's Method:  $P_{01} = \frac{\sum P_1 q_0 + \sum P_0 q_1}{2 \sum P_0 q_1} \times 100$

v) Fisher's Ideal Method:  $P_{01} = \sqrt{\frac{\sum P_1 q_0}{\sum P_0 q_0} \times \frac{\sum P_0 q_1}{\sum P_1 q_1}} \times 100$  or  $P_{01} = \sqrt{L \times P}$

Where, L = Laspeyre's and P = Paasche's Index

Prob 1: Find out index number (1) Laspeyre's Method (2) Paasche's Method (3) Dorbish and Bowley's Method (4) Fisher's Ideal Method.

| Commodity | 2015  |          | 2016  |          |
|-----------|-------|----------|-------|----------|
|           | Price | Quantity | Price | Quantity |
| Rice      | 8     | 50       | 12    | 60       |
| Wheat     | 3     | 20       | 4     | 40       |
| Jawar     | 10    | 24       | 15    | 30       |
| Bajra     | 5     | 100      | 4     | 200      |

Solution:

| Commodity | 2015  |       | 2016  |       | $P_1 q_0$               | $P_0 q_1$               | $P_1 q_1$               | $P_0 q_0$               |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
|           | $P_0$ | $q_0$ | $P_1$ | $q_1$ |                         |                         |                         |                         |
| Rice      | 8     | 50    | 12    | 60    | 400                     | 720                     | 480                     | 600                     |
| Wheat     | 3     | 20    | 4     | 40    | 60                      | 160                     | 120                     | 80                      |
| Jawar     | 10    | 24    | 15    | 30    | 240                     | 450                     | 300                     | 360                     |
| Bajra     | 5     | 100   | 4     | 200   | 500                     | 800                     | 1000                    | 400                     |
|           |       |       |       |       | $\sum P_0 q_0$<br>=1200 | $\sum P_1 q_1$<br>=2130 | $\sum P_0 q_1$<br>=1900 | $\sum P_1 q_0$<br>=1440 |

1) Laspeyre's Method

$$P_{01} = \frac{\sum P_1 q_0}{\sum P_0 q_0} \times 100$$

$$P_{01} = \frac{1440}{1200} \times 100$$

$$P_{01} = 1.20 \times 100$$

$$P_{01} = 120$$

3) Dorbish and Bowley's Method

$$P_{01} = \frac{\frac{\sum P_1 q_0}{\sum P_0 q_0} + \frac{\sum P_1 q_1}{\sum P_0 q_1}}{2} \times 100$$

$$P_{01} = \frac{1440 + 2130}{2} \times 100$$

$$P_{01} = \frac{1.2 + 1.12}{2} \times 100$$

$$P_{01} = \frac{2.32}{2} \times 100$$

$$P_{01} = 1.16 \times 100$$

$$P_{01} = 116$$

2) Paasche's Method

$$P_{01} = \frac{\sum P_1 q_1}{\sum P_0 q_1} \times 100$$

$$P_{01} = \frac{2130}{1900} \times 100$$

$$P_{01} = 1.12 \times 100$$

$$P_{01} = 112$$

4) Fisher's Ideal Method

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\sum P_1 q_0}{\sum P_0 q_0} \times \frac{\sum P_1 q_1}{\sum P_0 q_1}} \times 100$$

$$P_{01} = \sqrt{\frac{1440}{1200} \times \frac{2130}{1900}} \times 100$$

$$P_{01} = \sqrt{1.2 \times 1.12} \times 100$$

$$P_{01} = \sqrt{1.344} \times 100$$

$$P_{01} = 1.15 \times 100$$

$$P_{01} = 115$$

Prob 2: Calculate Index No. by (1) Laspeyre's Method (2) Paasche's Method (3) Dorbish and Bowley's Method (4) Fisher's Ideal Index No.

| COMMODITY | 2015  |          | 2016  |          |
|-----------|-------|----------|-------|----------|
|           | Price | Quantity | Price | Quantity |
| A         | 10    | 44       | 20    | 33       |
| B         | 15    | 45       | 30    | 10       |
| C         | 19    | 50       | 10    | 20       |
| D         | 31    | 49       | 15    | 22       |

Solution:

| Commodity | 2015           |                | 2016           |                | P <sub>0</sub> q <sub>0</sub>           | P <sub>1</sub> q <sub>1</sub>           | P <sub>0</sub> q <sub>1</sub>           | P <sub>1</sub> q <sub>0</sub>           |
|-----------|----------------|----------------|----------------|----------------|---|---|---|---|
|           | P <sub>0</sub> | q <sub>0</sub> | P <sub>1</sub> | q <sub>1</sub> |   |   |   |   |
| A         | 10             | 44             | 20             | 33             | 440                                     | 660                                     | 330                                     | 880                                     |
| B         | 15             | 45             | 30             | 10             | 675                                     | 300                                     | 150                                     | 1350                                    |
| C         | 19             | 50             | 10             | 20             | 950                                     | 200                                     | 380                                     | 500                                     |
| D         | 31             | 49             | 15             | 22             | 1519                                    | 330                                     | 682                                     | 375                                     |
|           |                |                |                |                | ΣP <sub>0</sub> q <sub>0</sub><br>=3584 | ΣP <sub>1</sub> q <sub>1</sub><br>=1490 | ΣP <sub>0</sub> q <sub>1</sub><br>=1542 | ΣP <sub>1</sub> q <sub>0</sub><br>=3465 |

1) Laspeyre's Method

$$P_{01} = \frac{\sum P_1 q_0}{\sum P_0 q_0} \times 100$$

$$P_{01} = \frac{3465}{3584} \times 100$$

$$P_{01} = 0.96 \times 100$$

$$P_{01} = 96$$

3) Dorbish and Bowley's Method

$$P_{01} = \frac{\frac{3465}{3584} + \frac{1490}{1542}}{2} \times 100$$

$$P_{01} = \frac{0.96 + 0.96}{2} \times 100$$

$$P_{01} = \frac{1.92}{2} \times 100$$

$$P_{01} = 0.96 \times 100$$

$$P_{01} = 96$$

2) Paasche's Method

$$P_{01} = \frac{\sum P_1 q_1}{\sum P_0 q_1} \times 100$$

$$P_{01} = \frac{1490}{1542} \times 100$$

$$P_{01} = 0.96 \times 100$$

$$P_{01} = 96$$

4) Fisher's Ideal Method

$$P_{01} = \sqrt{\frac{3465}{3584} \times \frac{1490}{1542}} \times 100$$

$$P_{01} = \sqrt{0.96 \times 0.96} \times 100$$

$$P_{01} = \sqrt{0.9216} \times 100$$

$$P_{01} = 0.96 \times 100$$

$$P_{01} = 96$$



Prob 3: Find out Fisher Ideal Index Number

| Article | 2015  |             | 2016  |             |
|---------|-------|-------------|-------|-------------|
|         | Price | Total Value | Price | Total Value |
| A       | 5     | 50          | 4     | 48          |
| B       | 8     | 48          | 7     | 49          |
| C       | 6     | 18          | 5     | 20          |

Solution: In this example Quantity will not be given. So firstly we have to find out Quantity by applying following formula.

$$\text{Quantity} = \frac{\text{Total Value}}{\text{Price}}$$

Calculation of 2015

$$A = \frac{50}{5} = 10$$

$$B = \frac{48}{8} = 6$$

$$C = \frac{18}{6} = 3$$

Calculation of 2016

$$A = \frac{48}{4} = 12$$

$$B = \frac{49}{7} = 7$$

$$C = \frac{20}{5} = 4$$

| Article | 2015  |       | 2016  |       | $P_0q_0$              | $P_1q_1$              | $P_0q_1$              | $P_1q_0$             |
|---------|-------|-------|-------|-------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------|
|         | $P_0$ | $q_0$ | $P_1$ | $q_1$ |                       |                       |                       |                      |
| A       | 5     | 10    | 4     | 12    | 50                    | 48                    | 60                    | 40                   |
| B       | 8     | 6     | 7     | 7     | 48                    | 49                    | 56                    | 42                   |
| C       | 6     | 3     | 5     | 4     | 18                    | 20                    | 24                    | 15                   |
|         |       |       |       |       | $\Sigma P_0q_0 = 116$ | $\Sigma P_1q_1 = 117$ | $\Sigma P_0q_1 = 140$ | $\Sigma P_1q_0 = 97$ |

Fisher Ideal Method:

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\Sigma P_1q_0 \times \Sigma P_1q_1}{\Sigma P_0q_0 \times \Sigma P_0q_1}} \times 100$$

$$P_{01} = \sqrt{\frac{97 \times 117}{116 \times 140}} \times 100$$

$$P_{01} = \sqrt{0.8362 \times 0.8357} \times 100$$

$$P_{01} = \sqrt{0.6988} \times 100$$

$$P_{01} = 83.60$$

Prob 4: Given that

$$\Sigma P_1q_0 = 273, \quad \Sigma P_1q_1 = 156, \quad \Sigma P_0q_0 = 198, \quad \Sigma P_0q_1 = 264$$

Find out Fisher's Ideal Index Method

Solution:

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\Sigma P_1q_0 \times \Sigma P_1q_1}{\Sigma P_0q_0 \times \Sigma P_0q_1}} \times 100$$

$$P_{01} = \sqrt{\frac{273 \times 156}{198 \times 264}} \times 100$$

$$P_{01} = \sqrt{1.37 \times 0.59} \times 100$$

$$P_{01} = \sqrt{0.8083} \times 100$$

$$P_{01} = 89$$

Prob : 5 Compute Index numbers from the following data using:

| Commodity | Base year |       | Current year |       |
|-----------|-----------|-------|--------------|-------|
|           | Qty       | Price | Qty          | Price |
| A         | 12        | 10    | 15           | 12    |
| B         | 15        | 7     | 20           | 5     |
| C         | 24        | 5     | 20           | 9     |
| D         | 5         | 16    | 5            | 14    |

Solution : Construction of Index number by diffren formula.

| Commodity | Base year      |                |                |                | Current year                   |                                |                                |                                |
|-----------|----------------|----------------|----------------|----------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
|           | Price          |                | Qty            |                | P <sub>0</sub> Q <sub>0</sub>  | P <sub>1</sub> Q <sub>1</sub>  | P <sub>0</sub> Q <sub>1</sub>  | P <sub>1</sub> Q <sub>0</sub>  |
|           | P <sub>0</sub> | q <sub>0</sub> | P <sub>1</sub> | q <sub>1</sub> |                                |                                |                                |                                |
| A         | 12             | 90             | 15             | 12             | 44                             | 120                            | 180                            | 150                            |
| B         | 15             | 7              | 20             | 5              | 75                             | 105                            | 100                            | 140                            |
| C         | 24             | 5              | 20             | 9              | 216                            | 120                            | 180                            | 100                            |
| D         | 5              | 16             | 5              | 14             | 70                             | 80                             | 70                             | 80                             |
|           |                |                |                |                | ΣP <sub>0</sub> Q <sub>0</sub> | ΣP <sub>1</sub> Q <sub>1</sub> | ΣP <sub>0</sub> Q <sub>1</sub> | ΣP <sub>1</sub> Q <sub>0</sub> |
|           |                |                |                |                | 505                            | 425                            | 530                            | 470                            |

i) Laspeyre's Index:

$$P_{01} = \frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times 100 = \frac{505}{425} \times 100$$

$$= 118.82$$

ii) Paasche's Index:

$$P_{01} = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1} \times 100 = \frac{530}{470} \times 100$$

$$= 112.77$$

iii) Fisher's Ideal IndexNo:

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1}} \times 100$$

or

$$P_{01} = \sqrt{L \times P}$$

$$= \sqrt{118.82 \times 112.77}$$

$$= 115.76$$

Prob 6 : Compute Fisher's idel Index from the following data and show that it satlletes time reversal test and factor reversal test :

| Commodity | 2005-06 |       | 2010-11 |       |
|-----------|---------|-------|---------|-------|
|           | Price   | Value | Price   | Value |
|           | A       | 4     | 40      | 5     |
| B         | 8       | 64    | 9       | 80    |
| C         | 4       | 60    | 6       | 60    |
| D         | 10      | 70    | 10      | 70    |
| E         | 2       | 10    | 4       | 16    |

Solution :- Calculation of fishers Idel Index.

| Commodity | 2005           |                | 2008           |                | P <sub>0</sub> Q <sub>0</sub>  | P <sub>1</sub> Q <sub>1</sub>  | P <sub>0</sub> Q <sub>1</sub>  | P <sub>1</sub> Q <sub>0</sub>  |
|-----------|----------------|----------------|----------------|----------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
|           | Price Qty      |                | Price Qty      |                |                                |                                |                                |                                |
|           | P <sub>0</sub> | q <sub>0</sub> | P <sub>1</sub> | q <sub>1</sub> |                                |                                |                                |                                |
| A         | 4              | 40             | 5              | 50             | 100                            | 160                            | 250                            | 200                            |
| B         | 8              | 64             | 9              | 80             | 516                            | 512                            | 720                            | 640                            |
| C         | 10             | 70             | 10             | 70             | 700                            | 700                            | 700                            | 700                            |
| D         | 2              | 10             | 4              | 16             | 40                             | 20                             | 64                             | 32                             |
|           |                |                |                |                | ΣP <sub>0</sub> Q <sub>0</sub> | ΣP <sub>1</sub> Q <sub>1</sub> | ΣP <sub>0</sub> Q <sub>1</sub> | ΣP <sub>1</sub> Q <sub>0</sub> |
|           |                |                |                |                | 1516                           | 1392                           | 1734                           | 1572                           |

i) Fisher's Ideal IndexNo:-

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1}} \times 100$$

$$= \sqrt{\frac{1516}{1392} \times \frac{1734}{1572}} \times 100$$

$$= 1.3475 \times 100$$

$$= 134.75$$

Time Reversal Test = P<sub>01</sub> : P<sub>10</sub> = 1

$$P_{10} = \sqrt{\frac{\sum P_0 Q_1}{\sum P_1 Q_1} \times \frac{\sum P_0 Q_0}{\sum P_1 Q_0}}$$

Substituting the values

$$P_{01} \times P_{10} = \sqrt{\frac{1516}{1392} \times \frac{1734}{1572} \times \frac{1572}{1734} \times \frac{1392}{1516}} = \sqrt{1} = 1$$

Time reversal test is satisfied.

$$\text{Factor Reversal Test} = P_{01} \cdot Q_{01} = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_0}$$

$$Q_{01} = \sqrt{\frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1}}$$

$$= \sqrt{\frac{1516}{1392} \times \frac{1734}{1572} \times \frac{1572}{1392} \times \frac{1734}{1516}} = \frac{1734}{1392}$$

$$\frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_0} \text{ is also equal to } \frac{1734}{1392}$$

∴ Factor reversal test is satisfied.

Prob 7: Compute Index Number of price by a suitable method from the data given below:

| Commodity | Base year |     | Current year |     |
|-----------|-----------|-----|--------------|-----|
|           | Price     | Qty | Price        | Qty |
| A         | 2         | 20  | 4            | 44  |
| B         | 4         | 24  | 5            | 30  |
| C         | 6         | 30  | 8            | 40  |
| D         | 8         | 40  | 10           | 60  |

Solution:- Find out quantity.

i) Value ÷ Price = Quantity | ii) Value ÷ Price = Quantity

$$20 \div 2 = 10$$

$$24 \div 4 = 6$$

$$30 \div 6 = 5$$

$$40 \div 8 = 5$$

$$44 \div 4 = 11$$

$$30 \div 5 = 6$$

$$40 \div 8 = 5$$

$$60 \div 10 = 6$$

Calculation of the Fisher's ideal Index Number.

| Commodity | Base year      |                | Current year   |                | P <sub>0</sub> Q <sub>0</sub>  | P <sub>1</sub> Q <sub>1</sub>  | P <sub>0</sub> Q <sub>1</sub>  | P <sub>1</sub> Q <sub>0</sub>  |
|-----------|----------------|----------------|----------------|----------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
|           | Price Qty      |                | Price Qty      |                |                                |                                |                                |                                |
|           | P <sub>0</sub> | Q <sub>0</sub> | P <sub>1</sub> | Q <sub>1</sub> |                                |                                |                                |                                |
| A         | 2              | 10             | 4              | 11             | 20                             | 22                             | 40                             | 44                             |
| B         | 4              | 6              | 5              | 6              | 24                             | 24                             | 30                             | 30                             |
| C         | 6              | 5              | 8              | 5              | 30                             | 30                             | 40                             | 40                             |
| D         | 8              | 5              | 10             | 6              | 40                             | 48                             | 50                             | 60                             |
|           |                |                |                |                | ΣP <sub>0</sub> Q <sub>0</sub> | ΣP <sub>1</sub> Q <sub>1</sub> | ΣP <sub>0</sub> Q <sub>1</sub> | ΣP <sub>1</sub> Q <sub>0</sub> |
|           |                |                |                |                | 114                            | 124                            | 160                            | 174                            |

i) Fisher's Ideal Index No:

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1}} \times 100$$

$$= \sqrt{\frac{160}{114} \times \frac{174}{124}} \times 100$$

$$= 1.3475 \times 100 = 134.75$$

Prob 8: Calculate fishers Ideal index number from the following data:

| Commodity | Price |      | Quantity |      |
|-----------|-------|------|----------|------|
|           | 2008  | 2009 | 2008     | 2009 |
| Rice      | 8     | 10   | 100      | 40   |
| Wheat     | 4     | 5    | 60       | 120  |
| Jawar     | 10    | 12   | 20       | 80   |

Solution:- Find out Fishers Ideal index number:

| Commodity | Base year      |                | Current year   |                | P <sub>0</sub> Q <sub>0</sub>  | P <sub>1</sub> Q <sub>1</sub>  | P <sub>0</sub> Q <sub>1</sub>  | P <sub>1</sub> Q <sub>0</sub>  |
|-----------|----------------|----------------|----------------|----------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
|           | Price Qty      |                | Price Qty      |                |                                |                                |                                |                                |
|           | P <sub>0</sub> | Q <sub>0</sub> | P <sub>1</sub> | Q <sub>1</sub> |                                |                                |                                |                                |
| Rice      | 8              | 10             | 100            | 40             | 1000                           | 80                             | 4000                           | 320                            |
| Wheat     | 4              | 5              | 60             | 120            | 300                            | 20                             | 7200                           | 480                            |
| Jowar     | 10             | 12             | 20             | 80             | 240                            | 120                            | 1600                           | 800                            |
|           |                |                |                |                | ΣP <sub>0</sub> Q <sub>0</sub> | ΣP <sub>1</sub> Q <sub>1</sub> | ΣP <sub>0</sub> Q <sub>1</sub> | ΣP <sub>1</sub> Q <sub>0</sub> |
|           |                |                |                |                | 1540                           | 320                            | 12800                          | 1600                           |

d) Fisher's Ideal Index No:

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} \times \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}} \times 100$$

$$= \sqrt{\frac{160}{114} \times \frac{174}{124}} \times 100$$

$$= 1.3475 \times 100$$

**= 134.75**

or

$$P_{01} = \sqrt{L \times P}$$

$$= \sqrt{118.82 \times 112.77}$$

**= 115.76**

Prob 9: Find out Index Number by all method from the following

| Commodity | 2001  |     | 2002  |     |
|-----------|-------|-----|-------|-----|
|           | Price | Qty | Price | Qty |
| A         | 15    | 30  | 16    | 20  |
| B         | 8     | 10  | 10    | 15  |
| C         | 2     | 10  | 2     | 10  |

Solution :

| Commodity | 2001           |                | 2002           |                | P <sub>0</sub> q <sub>0</sub>  | P <sub>1</sub> q <sub>1</sub>  | P <sub>0</sub> q <sub>1</sub>  | P <sub>1</sub> q <sub>0</sub>  |
|-----------|----------------|----------------|----------------|----------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
|           | Price          | Qty            | Price          | Qty            |                                |                                |                                |                                |
|           | P <sub>0</sub> | q <sub>0</sub> | P <sub>1</sub> | q <sub>1</sub> |                                |                                |                                |                                |
| A         | 15             | 30             | 16             | 20             | 450                            | 320                            | 300                            | 480                            |
| B         | 8              | 10             | 10             | 15             | 80                             | 150                            | 120                            | 100                            |
| C         | 2              | 10             | 2              | 10             | 20                             | 20                             | 20                             | 20                             |
|           |                |                |                |                | ΣP <sub>0</sub> q <sub>0</sub> | ΣP <sub>1</sub> q <sub>1</sub> | ΣP <sub>0</sub> q <sub>1</sub> | ΣP <sub>1</sub> q <sub>0</sub> |
|           |                |                |                |                | 550                            | 490                            | 440                            | 600                            |

Calculate Index Number

(1) Laspeyre Method

$$P_{01} = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} \times 100$$

$$= \frac{600}{550} \times 100$$

$$= \frac{60,000}{550}$$

**= 109.09**

(3) Fisher's Ideal Index Method

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} \times \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}} \times 100$$

$$= \sqrt{\frac{600}{550} \times \frac{490}{440}} \times 100$$

$$= \sqrt{1.0909 \times 1.1136} \times 100$$

$$= \sqrt{1.21482624} \times 100$$

$$= 1.1022 \times 100$$

**= 110.22**

(2) Paasche's Method

$$P_{01} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \times 100$$

$$= \frac{490}{440} \times 100$$

**= 111.36**

(4) Dorbish and Bowley Method

$$P_{01} = \frac{\left[ \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} + \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \right]}{2} \times 100$$

$$P_{01} = \frac{[1.0909 + 1.1136]}{2} \times 100$$

$$P_{01} = \frac{2.2045}{2} \times 100$$

$$= 1.10225 \times 100$$

**= 110.225**

Prob 10: Find out the Index Number for the year 2002 of the group of four commodities by Laspeyre method, Paasche's method Fisher's Ideal and Dorbish and Bowley Method

| Commodity | 2001  |     | 2002  |     |
|-----------|-------|-----|-------|-----|
|           | Price | Qty | Price | Qty |
| A         | 2     | 20  | 5     | 15  |
| B         | 4     | 4   | 8     | 5   |
| C         | 1     | 10  | 2     | 12  |
| D         | 5     | 5   | 10    | 6   |

Solution :

| Commodity | 2001           |                | 2002           |                | P <sub>0</sub> Q <sub>0</sub>  | P <sub>1</sub> Q <sub>1</sub>  | P <sub>0</sub> Q <sub>1</sub>  | P <sub>1</sub> Q <sub>0</sub>  |
|-----------|----------------|----------------|----------------|----------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
|           | Price Qty      |                | Price Qty      |                |                                |                                |                                |                                |
|           | P <sub>0</sub> | Q <sub>0</sub> | P <sub>1</sub> | Q <sub>1</sub> |                                |                                |                                |                                |
| A         | 2              | 20             | 5              | 15             | 40                             | 75                             | 30                             | 100                            |
| B         | 4              | 4              | 8              | 5              | 16                             | 40                             | 20                             | 32                             |
| C         | 1              | 10             | 2              | 12             | 10                             | 24                             | 12                             | 20                             |
| D         | 5              | 5              | 10             | 6              | 25                             | 60                             | 30                             | 50                             |
|           |                |                |                |                | ΣP <sub>0</sub> Q <sub>0</sub> | ΣP <sub>1</sub> Q <sub>1</sub> | ΣP <sub>0</sub> Q <sub>1</sub> | ΣP <sub>1</sub> Q <sub>0</sub> |
|           |                |                |                |                | 91                             | 199                            | 92                             | 202                            |

Calculate Index Number

(1) Laspeyre Method

$$P_{01} = \frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times 100$$

$$= \frac{202}{91} \times 100$$

$$= 221.97$$

(3) Fisher's Ideal Index Method

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1}} \times 100$$

$$= \sqrt{\frac{202}{91} \times \frac{199}{92}} \times 100$$

$$= \sqrt{2.220 \times 2.163} \times 100$$

$$= \sqrt{4.80186} \times 100$$

$$= 2.1913 \times 100$$

$$= 219.13$$

(2) Paasche's Method

$$P_{01} = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1} \times 100$$

$$= \frac{199}{92} \times 100$$

$$= 216.30$$

(4) Dorbish and Bowley Method

$$P_{01} = \frac{\left[ \frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} + \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1} \right]}{2} \times 100$$

$$P_{01} = \frac{[2.220 + 2.163]}{2} \times 100$$

$$P_{01} = \frac{4.383}{2} \times 100$$

$$= 2.1915 \times 100$$

$$= 219.15$$

Prob 11: Calculate Index Number by all method from the following

| Commodity | Price |      | Quantity |      |
|-----------|-------|------|----------|------|
|           | 2003  | 2004 | 2003     | 2004 |
|           | Rice  | 9.3  | 4.5      | 100  |
| Wheat     | 6.4   | 3.7  | 11       | 10   |
| Jowar     | 5.1   | 2.7  | 5        | 3    |

Solution :

| Commodity | 2003           |                | 2004           |                | P <sub>0</sub> Q <sub>0</sub>  | P <sub>1</sub> Q <sub>1</sub>  | P <sub>0</sub> Q <sub>1</sub>  | P <sub>1</sub> Q <sub>0</sub>  |
|-----------|----------------|----------------|----------------|----------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
|           | Price Qty      |                | Price Qty      |                |                                |                                |                                |                                |
|           | P <sub>0</sub> | Q <sub>0</sub> | P <sub>1</sub> | Q <sub>1</sub> |                                |                                |                                |                                |
| Rice      | 9.3            | 100            | 4.5            | 90             | 930                            | 405                            | 837                            | 450                            |
| Wheat     | 6.4            | 11             | 3.7            | 10             | 70.4                           | 37                             | 64                             | 40.7                           |
| Jowar     | 5.1            | 5              | 2.7            | 3              | 25.5                           | 8.1                            | 15.3                           | 13.5                           |
|           |                |                |                |                | ΣP <sub>0</sub> Q <sub>0</sub> | ΣP <sub>1</sub> Q <sub>1</sub> | ΣP <sub>0</sub> Q <sub>1</sub> | ΣP <sub>1</sub> Q <sub>0</sub> |
|           |                |                |                |                | 1025.9                         | 450.1                          | 916.3                          | 504.2                          |

Calculate Index Number

(1) Laspeyre Method

$$P_{01} = \frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times 100$$

$$= \frac{504.2}{1025.9} \times 100$$

$$= 49.147$$

(3) Fisher's Ideal Index Method

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1}} \times 100$$

$$= \sqrt{\frac{504.2}{1025.9} \times \frac{450.1}{916.3}} \times 100$$

(2) Paasche's Method

$$P_{01} = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1} \times 100$$

$$= \frac{450.1}{916.3} \times 100$$

$$= 49.12$$

(4) Dorbish and Bowley Method

$$P_{01} = \frac{\left[ \frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} + \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1} \right]}{2} \times 100$$

$$P_{01} = \frac{\left[ \frac{504.2}{1025.9} + \frac{450.1}{916.3} \right]}{2} \times 100$$

$$= \sqrt{0.4915 \times 0.4912} \times 100$$

$$= \sqrt{0.2414248} \times 100$$

$$= 0.4913 \times 100$$

$$= 49.13$$

$$P_{01} = \frac{[0.4915 + 0.4912]}{2} \times 100$$

$$P_{01} = \frac{0.9827}{2} \times 100$$

$$= 0.49135 \times 100$$

$$= 49.135$$

Prob 12: Calculate Index Number by all method from the following data:

| Artical | 2007         |                    | 2008         |                    |
|---------|--------------|--------------------|--------------|--------------------|
|         | Price in Rs. | Total Value in Rs. | Price in Rs. | Total Value in Rs. |
| A       | 15           | 150                | 12           | 144                |
| B       | 24           | 144                | 21           | 147                |
| C       | 18           | 54                 | 15           | 60                 |

Note :-

In this problem price in Rs. Given and total value given but quantity (weight) are not given first calculate quantity by the help of Price.

$$2007: A = \frac{150}{15} = 10 \quad B = \frac{144}{24} = 6 \quad C = \frac{54}{18} = 3$$

$$2008: A = \frac{144}{12} = 12 \quad B = \frac{147}{21} = 7 \quad C = \frac{60}{15} = 4$$

Solution :

| Artical | 2007                 |                    | 2008                 |                    | P <sub>0</sub> q <sub>0</sub>  | P <sub>1</sub> q <sub>1</sub>  | P <sub>0</sub> q <sub>1</sub>  | P <sub>1</sub> q <sub>0</sub>  |
|---------|----------------------|--------------------|----------------------|--------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
|         | Price P <sub>0</sub> | Qty q <sub>0</sub> | Price P <sub>1</sub> | Qty q <sub>1</sub> |                                |                                |                                |                                |
| A       | 15                   | 10                 | 12                   | 12                 | 150                            | 144                            | 180                            | 120                            |
| B       | 24                   | 6                  | 21                   | 7                  | 144                            | 147                            | 168                            | 126                            |
| C       | 18                   | 3                  | 15                   | 4                  | 54                             | 60                             | 72                             | 45                             |
|         |                      |                    |                      |                    | ΣP <sub>0</sub> q <sub>0</sub> | ΣP <sub>1</sub> q <sub>1</sub> | ΣP <sub>0</sub> q <sub>1</sub> | ΣP <sub>1</sub> q <sub>0</sub> |
|         |                      |                    |                      |                    | 348                            | 351                            | 420                            | 291                            |

Calculate Index Number

(1) Laspeyre Method

$$P_{01} = \frac{\sum P_1 q_0}{\sum P_0 q_0} \times 100$$

$$= \frac{291}{348} \times 100$$

$$= 83.63$$

(3) Fisher's Ideal Index Method

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\sum P_1 q_0}{\sum P_0 q_0} \times \frac{\sum P_1 q_1}{\sum P_0 q_1}} \times 100$$

$$= \sqrt{\frac{291}{348} \times \frac{351}{420}} \times 100$$

$$= \sqrt{0.8362 \times 0.8357} \times 100$$

$$= \sqrt{0.698812} \times 100$$

$$= 0.8359 \times 100$$

$$= 83.59$$

(2) Paasche's Method

$$P_{01} = \frac{\sum P_1 q_1}{\sum P_0 q_1} \times 100$$

$$= \frac{351}{420} \times 100$$

$$= 83.57$$

(4) Dorbish and Bowley Method

$$P_{01} = \frac{\left[ \frac{\sum P_1 q_0}{\sum P_0 q_0} + \frac{\sum P_1 q_1}{\sum P_0 q_1} \right]}{2} \times 100$$

$$= \frac{\left[ \frac{291}{348} + \frac{351}{420} \right]}{2} \times 100$$

$$P_{01} = \frac{[0.8362 + 0.8357]}{2} \times 100$$

$$= \frac{1.6719}{2} \times 100$$

$$= 0.8359 \times 100$$

$$= 83.59$$

Prob 13: Construct Index Number of the following data using method Laspeyre, Paasche's, Fisher's Ideal and Dorbish and Bowley

| Commodity | Base year   |     | Current year |     |
|-----------|-------------|-----|--------------|-----|
|           | Total Price | Qty | Total Price  | Qty |
| A         | 28          | 7   | 48           | 8   |
| B         | 10          | 5   | 12           | 4   |
| C         | 12          | 4   | 25           | 5   |
| D         | 12          | 2   | 24           | 3   |

Note : In this problem total price given first calculate per unit

$$\text{Price} = \frac{\text{Total Price}}{\text{quantity}}$$

Solution :

| Commodity | Base year      |                | Current year   |                | P <sub>0</sub> q <sub>0</sub>  | P <sub>1</sub> q <sub>1</sub>  | P <sub>0</sub> q <sub>1</sub>  | P <sub>1</sub> q <sub>0</sub>  |
|-----------|----------------|----------------|----------------|----------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
|           | Price          | Qty            | Price          | Qty            |                                |                                |                                |                                |
|           | P <sub>0</sub> | q <sub>0</sub> | P <sub>1</sub> | q <sub>1</sub> |                                |                                |                                |                                |
| A         | 4              | 7              | 6              | 8              | 28                             | 48                             | 32                             | 42                             |
| B         | 2              | 5              | 3              | 4              | 10                             | 12                             | 8                              | 15                             |
| C         | 3              | 4              | 5              | 5              | 12                             | 25                             | 15                             | 20                             |
| D         | 6              | 2              | 8              | 3              | 12                             | 24                             | 18                             | 16                             |
|           |                |                |                |                | ΣP <sub>0</sub> q <sub>0</sub> | ΣP <sub>1</sub> q <sub>1</sub> | ΣP <sub>0</sub> q <sub>1</sub> | ΣP <sub>1</sub> q <sub>0</sub> |
|           |                |                |                |                | 62                             | 109                            | 73                             | 93                             |

Calculate Index Number

(1) Laspeyre Method

$$P_{01} = \frac{\sum P_1 q_0}{\sum P_0 q_0} \times 100$$

$$= \frac{93}{62} \times 100$$

$$= 1.5 \times 100$$

$$= 150$$

3) Fisher's Ideal Index Method

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\sum P_1 q_0}{\sum P_0 q_0} \times \frac{\sum P_1 q_1}{\sum P_0 q_1}} \times 100$$

$$= \sqrt{\frac{93}{62} \times \frac{109}{73}} \times 100$$

$$= \sqrt{1.50 \times 1.4932} \times 100$$

$$= \sqrt{2.2398} \times 100$$

$$= 1.4966 \times 100$$

$$= 149.66$$

(2) Paasche's Method

$$P_{01} = \frac{\sum P_1 q_1}{\sum P_0 q_1} \times 100$$

$$= \frac{109}{73} \times 100$$

$$= 1.4932 \times 100$$

$$= 149.32$$

(4) Dorbish and Bowley Method

$$P_{01} = \frac{\frac{\sum P_1 q_0}{\sum P_0 q_0} + \frac{\sum P_1 q_1}{\sum P_0 q_1}}{2} \times 100$$

$$P_{01} = \frac{\left[ \frac{93}{62} + \frac{109}{73} \right]}{2} \times 100$$

$$P_{01} = \frac{[1.5 + 1.4932]}{2} \times 100$$

$$P_{01} = \frac{2.9932}{2} \times 100$$

$$= 1.4966 \times 100 = 149.66$$

Prob 14: Calculate the Index Number from the following data using (i) Laspeyre (ii) Paasche's (iii) Fisher's and (iv) Dorbish and Bowley method.

| Commodity | Base year (2009) |     | Current year (2010) |     |
|-----------|------------------|-----|---------------------|-----|
|           | Price            | Qty | Price               | Qty |
| A         | 8                | 100 | 10                  | 120 |
| B         | 4                | 60  | 5                   | 80  |
| C         | 10               | 20  | 12                  | 25  |
| D         | 12               | 25  | 15                  | 30  |
| E         | 3                | 5   | 4                   | 6   |

Solution :

| Commodity | Base year      |                | Current year   |                | P <sub>0</sub> q <sub>0</sub>  | P <sub>1</sub> q <sub>1</sub>  | P <sub>0</sub> q <sub>1</sub>  | P <sub>1</sub> q <sub>0</sub>  |
|-----------|----------------|----------------|----------------|----------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
|           | Price          | Qty            | Price          | Qty            |                                |                                |                                |                                |
|           | P <sub>0</sub> | q <sub>0</sub> | P <sub>1</sub> | q <sub>1</sub> |                                |                                |                                |                                |
| A         | 8              | 100            | 10             | 120            | 800                            | 1200                           | 960                            | 1000                           |
| B         | 4              | 60             | 5              | 80             | 240                            | 400                            | 320                            | 300                            |
| C         | 10             | 20             | 12             | 25             | 200                            | 300                            | 250                            | 240                            |
| D         | 12             | 25             | 15             | 30             | 300                            | 450                            | 360                            | 375                            |
| E         | 3              | 5              | 4              | 6              | 15                             | 24                             | 18                             | 20                             |
|           |                |                |                |                | ΣP <sub>0</sub> q <sub>0</sub> | ΣP <sub>1</sub> q <sub>1</sub> | ΣP <sub>0</sub> q <sub>1</sub> | ΣP <sub>1</sub> q <sub>0</sub> |
|           |                |                |                |                | 1555                           | 2374                           | 1908                           | 1935                           |

Calculate Index Number

(1) Laspeyre Method

$$P_{01} = \frac{\sum P_1 q_0}{\sum P_0 q_0} \times 100$$

$$= \frac{1935}{1555} \times 100$$

$$= 124.43$$

3) Fisher's Ideal Index Method

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\sum P_1 q_0}{\sum P_0 q_0} \times \frac{\sum P_1 q_1}{\sum P_0 q_1}} \times 100$$

$$= \sqrt{\frac{1935}{1555} \times \frac{2374}{1908}} \times 100$$

(2) Paasche's Method

$$P_{01} = \frac{\sum P_1 q_1}{\sum P_0 q_1} \times 100$$

$$= \frac{2374}{1908} \times 100$$

$$= 124.42$$

(4) Dorbish and Bowley Method

$$P_{01} = \frac{\frac{\sum P_1 q_0}{\sum P_0 q_0} + \frac{\sum P_1 q_1}{\sum P_0 q_1}}{2} \times 100$$

$$P_{01} = \frac{\left[ \frac{1935}{1555} + \frac{2374}{1908} \right]}{2} \times 100$$

$$= \sqrt{1.2444 \times 1.2442} \times 100$$

$$= \sqrt{1.548282} \times 100$$

$$= 1.2443 \times 100$$

**= 124.43**

Prob 15: Calculate Index Number by (i) Laspeyre (ii) Paasche's (iii) Fisher's Information

$$\Sigma P_0 Q_0 = 225, \quad \Sigma P_1 Q_1 = 365,$$

$$\Sigma P_1 Q_0 = 310, \quad \Sigma P_0 Q_1 = 330$$

Calculate Index Number

(1) Laspeyre Method

$$P_{01} = \frac{\Sigma P_1 Q_0}{\Sigma P_0 Q_0} \times 100$$

$$= \frac{310}{225} \times 100$$

$$= 137.78$$

(3) Fisher's Ideal Index Method

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\Sigma P_1 Q_0}{\Sigma P_0 Q_0} \times \frac{\Sigma P_1 Q_1}{\Sigma P_0 Q_1}} \times 100$$

$$= \sqrt{\frac{310}{225} \times \frac{365}{330}} \times 100$$

$$= \sqrt{1.3778 \times 1.1061} \times 100$$

$$= \sqrt{1.52398} \times 100$$

$$= 1.2345 \times 100$$

**= 123.45**

Prob 16: Calculate (i) Paasche's and (ii) Fisher's Ideal Index from the following Information

$$\Sigma P_0 Q_1 = 352, \quad \Sigma P_0 Q_0 = 282,$$

$$\Sigma P_1 Q_1 = 576.6, \quad \Sigma P_1 Q_0 = 467.6,$$

$$P_{01} = \frac{[1.2444 + 1.2442]}{2} \times 100$$

$$P_{01} = \frac{2.4886}{2} \times 100$$

$$= 1.2443 \times 100$$

**= 124.43**

(2) Paasche's Method

$$P_{01} = \frac{\Sigma P_1 Q_1}{\Sigma P_0 Q_1} \times 100$$

$$= \frac{365}{330} \times 100$$

$$= 110.61$$

(1) Paasche's Method

$$P_{01} = \frac{\Sigma P_1 Q_1}{\Sigma P_0 Q_1} \times 100$$

$$= \frac{576.6}{352} \times 100$$

$$= 163.80$$

(2) Fisher's Ideal Index Method

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\Sigma P_1 Q_0}{\Sigma P_0 Q_0} \times \frac{\Sigma P_1 Q_1}{\Sigma P_0 Q_1}} \times 100$$

$$= \sqrt{\frac{467.6}{282} \times \frac{576.6}{352}} \times 100$$

$$= \sqrt{1.658 \times 1.638} \times 100$$

$$= \sqrt{2.716} \times 100$$

$$= 1.648 \times 100$$

**= 164.8**

Prob 17: Find out the Index Number for the year 2010 from the following information

| Commodity | 2005  |     | 2010  |     |
|-----------|-------|-----|-------|-----|
|           | Price | Qty | Price | Qty |
| Wheat     | 80    | 40  | 100   | 50  |
| Rice      | 100   | 20  | 160   | 10  |
| Sugar     | 3     | 10  | 8     | 8   |

Solution :

| Commodity | 2005  |     | 2010  |     | P <sub>0</sub> Q <sub>0</sub> | P <sub>1</sub> Q <sub>1</sub> | P <sub>0</sub> Q <sub>1</sub> | P <sub>1</sub> Q <sub>0</sub> |
|-----------|-------|-----|-------|-----|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
|           | Price | Qty | Price | Qty |                               |                               |                               |                               |
| Wheat     | 80    | 40  | 100   | 50  | 3200                          | 5000                          | 4000                          | 4000                          |
| Rice      | 100   | 20  | 160   | 10  | 2000                          | 1600                          | 1000                          | 3200                          |
| Sugar     | 3     | 10  | 8     | 8   | 30                            | 64                            | 24                            | 80                            |
|           |       |     |       |     | $\Sigma P_0 Q_0$              | $\Sigma P_1 Q_1$              | $\Sigma P_0 Q_1$              | $\Sigma P_1 Q_0$              |
|           |       |     |       |     | 5230                          | 6664                          | 5024                          | 7280                          |

Calculate Index Number

(1) Index No. by Fisher's Ideal Formula:

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\Sigma P_1 Q_0}{\Sigma P_0 Q_0} \times \frac{\Sigma P_1 Q_1}{\Sigma P_0 Q_1}} \times 100$$

$$= \sqrt{\frac{7280}{5230} \times \frac{6664}{5024}} \times 100$$



$$= \sqrt{1.39 \times 1.33} \times 100$$

$$= \sqrt{1.8487} \times 100$$

$$= 1.3597 \times 100$$

$$= 135.97$$

(2) Laspeyre Method

$$P_{01} = \frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times 100$$

$$= \frac{7280}{5230} \times 100$$

$$= 1.39 \times 100$$

$$= 139$$

(3) Paasche's Method

$$P_{01} = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1} \times 100$$

$$= \frac{6664}{5024} \times 100$$

$$= 1.33 \times 100$$

$$= 133$$

Prob 18: Given the following data what Index Number will you use for purposes of comparison? Given reasons.

| Years | Wheat |     | Rice  |     | Jawar |     |
|-------|-------|-----|-------|-----|-------|-----|
|       | Price | Qty | Price | Qty | Price | Qty |
| 2008  | 2     | 100 | 3     | 50  | 2     | 5   |
| 2010  | 3     | 105 | 4     | 60  | 2.5   | 8   |

Solution: Since we are given both current as well as base year prices and quantities-

Fisher's Ideal Index shall be useful

| Commodity | 2008  |     | 2010  |     | P <sub>0</sub> q <sub>0</sub>  | P <sub>1</sub> q <sub>1</sub>  | P <sub>0</sub> q <sub>1</sub>  | P <sub>1</sub> q <sub>0</sub>  |
|-----------|-------|-----|-------|-----|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
|           | Price | Qty | Price | Qty |                                |                                |                                |                                |
| Wheat     | 2     | 100 | 3     | 105 | 200                            | 315                            | 210                            | 300                            |
| Rice      | 3     | 50  | 4     | 60  | 150                            | 240                            | 180                            | 200                            |
| Sugar     | 2     | 5   | 2.5   | 8   | 10                             | 20                             | 16                             | 12.5                           |
|           |       |     |       |     | ΣP <sub>0</sub> q <sub>0</sub> | ΣP <sub>1</sub> q <sub>1</sub> | ΣP <sub>0</sub> q <sub>1</sub> | ΣP <sub>1</sub> q <sub>0</sub> |
|           |       |     |       |     | 360                            | 575                            | 406                            | 512.5                          |

(1) Index No. by Fisher's Ideal Formula:

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1}} \times 100$$

$$= \sqrt{\frac{512.5}{360} \times \frac{575}{406}} \times 100$$

$$= \sqrt{1.42 \times 1.41} \times 100$$

$$= \sqrt{2.0022} \times 100$$

$$= 1.415 \times 100$$

$$= 141.5$$

(2) Laspeyre Method

$$P_{01} = \frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times 100$$

$$= \frac{512.5}{360} \times 100$$

$$= 1.42 \times 100$$

$$= 142$$

(3) Paasche's Method

$$P_{01} = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1} \times 100$$

$$= \frac{575}{406} \times 100$$

$$= 1.41 \times 100$$

$$= 141.0$$

Prob 19: Find the Laspeyre's and Paasche's price Index number from the following data:

| Commodity | 2010  |     | 2011  |     |
|-----------|-------|-----|-------|-----|
|           | Price | Qty | Price | Qty |
| A         | 1.2   | 20  | 2.0   | 16  |
| B         | 2.1   | 35  | 2.4   | 38  |
| C         | 3.0   | 10  | 4.1   | 09  |
| D         | 0.8   | 45  | 1.2   | 50  |

Solution:

| Commodity | Base year (2010) |                | Current year (2011) |                | P <sub>0</sub> q <sub>0</sub>  | P <sub>1</sub> q <sub>1</sub>  | P <sub>0</sub> q <sub>1</sub>  | P <sub>1</sub> q <sub>0</sub>  |
|-----------|------------------|----------------|---------------------|----------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
|           | Price            | Qty            | Price               | Qty            |                                |                                |                                |                                |
|           | P <sub>0</sub>   | q <sub>0</sub> | P <sub>1</sub>      | q <sub>1</sub> |                                |                                |                                |                                |
| A         | 1.2              | 20             | 2.0                 | 16             | 24                             | 32.0                           | 19.2                           | 40                             |
| B         | 2.1              | 35             | 2.4                 | 38             | 73.5                           | 91.2                           | 79.8                           | 84                             |
| C         | 3.0              | 10             | 4.1                 | 09             | 30.0                           | 36.9                           | 27.0                           | 41                             |
| D         | 0.8              | 45             | 1.2                 | 50             | 36.0                           | 60.0                           | 40.0                           | 54                             |
|           |                  |                |                     |                | ΣP <sub>0</sub> q <sub>0</sub> | ΣP <sub>1</sub> q <sub>1</sub> | ΣP <sub>0</sub> q <sub>1</sub> | ΣP <sub>1</sub> q <sub>0</sub> |
|           |                  |                |                     |                | 163.5                          | 220.1                          | 166                            | 219                            |

Calculate Index Number

(1) Laspeyre Method

$$P_{01} = \frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times 100$$

$$= \frac{219}{163.5} \times 100$$

$$= 133.94$$

(2) Paasche's Method

$$P_{01} = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1} \times 100$$

$$= \frac{220.1}{166} \times 100$$

$$= 132.59$$



## युनिट - ३

### ५. सांख्यिकीय पदमाला (वारंवारता वंटन) Frequency Distribution

पदमाला (Series) ही एक सारणी असून ज्यामध्ये समक हे वर्गात किंवा गटात विभाजित करून त्यांची त्या त्या वर्गात किंवा गटात नोंद केली जाते. पदमालेत विविध मूल्यांची (Values, size, measurement) वारंवार येणाऱ्या वारंवारितेची (Frequency) एका विशिष्ट स्वरूपात मांडली जाते. ज्यावरून समकाचा अर्थ ताबडतोब समजून येत. व त्यावर पाहिजे त्या व तशा क्रिया केल्या जावू शकते. त्यामुळे सांख्यिकीत वारंवारितेचे विभाजन म्हणजेच पदमालेत अत्यंत महत्त्व आहे.

उपलब्ध आकडेवारी ही चढत्या क्रमात (Ascending order) किंवा उतरत्या क्रमात (Descending order) मध्ये मांडणी केल्यास ती पूर्णपणे समजणारा अर्थ स्पष्ट करू शकते. अशा रचनेला पदमाला (Series) असे म्हणतात. ही माहिती शास्त्रशुद्ध व गणितीय पद्धतीने मांडली जाते. अशा रीतीने अंकात्मक स्वरूपाची माहिती शास्त्रशुद्ध व गणितीय पद्धतीने रचना करणाऱ्या पद्धतीला पदमाला असे म्हणतात. काळ, स्थळ, किंवा गुण यांचा आधार घेवून अंक किंवा आकडे विशिष्ट अशा सोप्या पद्धतीने मांडले जातात. अशा रीतीने वैशिष्ट्यपूर्ण मांडणीला पदमाला असे म्हणतात.

पदमाला सामान्यतः खालील तीन महत्त्वाच्या कारणांसाठी तयार केली जाते.

- १) समकाचे विश्लेषण सुलभ केले जाते
- २) अज्ञात असलेल्या आकारमानाच्या (Size, measurement) वारंवारितेचे किंवा विभाजनाचे नमुनाच्या आधारे विभाजन केले जाते.
- ३) विविध सांख्यिकीय गणना करणे.

पदमालेचे घटक (Component of series):-

प्रत्येक पदमालेत खालील तीन घटक आहे.

- १) पदाचे आकारमान, पदांचा आकार किंवा पदमुल्य (Measurement, size, series) = M
- २) पदांची संख्या किंवा वारंवारिता (Frequency) = f
- ३) एकूण पदसंख्या (No. of items) = n

१) पदाचे आकारमान, पदांचा आकार किंवा पदमुल्य (Measurement size, value = M):-  
एखादा विशिष्ट गुणधर्म लक्षात घेवून त्यानुसार अंक प्रदर्शित केले जातात. या गुणधर्मात पदाचे आकारमान (Measurement) पदांचा आकार (Size), पदमुल्य (Value) असे म्हणतात. याच गुणधर्मास चल (Variable) असे म्हणतात. उदाहरणार्थ उंची (Height) वजन (weight), उत्पन्न (Income), गुण (Marks) इत्यादी होय.

२) पदांची संख्या किंवा वारंवारिता (Frequency):-  
समजा वजन ह्या गुणधर्मानुसार विद्यार्थ्यांची माहिती संकलित केल्यास विद्यार्थ्यांच्या वजनानुसार विशिष्ट वजनाचे काही विद्यार्थी मिळतील. त्यामुळे एखाद्या उंचीचे किती विद्यार्थी आहेत. म्हणजेच आकारमानानुसार एखादी संख्या किती वेळा पुन्हा पुन्हा येते. त्यास पदांची संख्या किंवा वारंवारिता असे म्हणतात.

३) एकूण पदसंख्या (No. of items):-  
आकारमान म्हणून लिहिलेल्या एकूण आकारमानाची संख्या किंवा वारंवारितेची बेरीज म्हणजे एकूण पदसंख्या No. of items (n) होय.

पदमालेचे प्रकार (Kinds of series):-

पदमालेचे मुल्य व पदसंख्येच्या आधारे खालील तीन प्रकार पडतात.

१) साधी पदमाला किंवा वैयक्तिक (Simple or individual series):-  
प्राप्त अंक त्याच स्वरूपात मांडले असता जो पदमाला तयार होत असते, ती पदमाला म्हणजे 'वैयक्तिक पदमाला' होय. साध्या शब्दांत ज्या पदमालेत केवळ आकारमान (measurement, size) किंवा (values) दिले जात असते, त्या पदमालेस 'वैयक्तिक किंवा साधी पदमाला' असे म्हणतात.

उदाहरणार्थ- वर्गातील १० विद्यार्थ्यांना मराठी या विषयात मिळालेले गुण

Marks in marathi: 15, 19, 20, 22, 23, 26, 22, 23, 23

वरील पदमाला खालीलप्रमाणे मांडता येते.

Name of students: A, B, C, D, E, F, G, H, I,

Marks in marathi: 15, 19, 20, 22, 23, 26, 22, 23, 23

प्रत्येक गुणामागे एक विद्यार्थी असे १५ विद्यार्थी आहेत.

२) खंडित किंवा स्वतंत्र पदमाला (Discrete Series):-  
ज्यावेळी आकारमानाची किती वेळा पुनरावृत्ती झाली आहे. ती संख्या म्हणजेच वारंवारिता (Frequency) आकारमानासोबत (measurement) लिहिली जाते. त्या पदमालेस खंडित (Discrete Series) असे म्हणतात.

खंडित (Discrete Series) ची कल्पना खालील उदाहरणावरून लक्षात येईल.

वर वैयक्तिक पदमाले (Individual series) मध्ये दिलेल्या उदाहरणात १५ गुण मिळविणारा फक्त एकच विद्यार्थी आहे. म्हणजेच १५ ची वारंवारिता १ आहे. तर २३ गुण मिळणारे ४ विद्यार्थी आहेत. म्हणजेच २३ ची वारंवारिता ४ आहे. ह्याचे आधारे तेच उदाहरण खंडित पदमालेच्या स्वरूपात पुढील प्रमाणे दिसून येते.

Marks in Marathi: 15, 19, 20, 22, 23, 25, 22, 24, 26, 27,

No. of students: 1 1 1 2 4 1 2 1 1 1

३) संतत पदमाला (Continuous of group series):-

पदमालेत गट (Group) व वारंवारिता (Frequency) अशी रचना आढळून आल्यास तिला संतत पदमाला (Continuous series) असे म्हणतात. संतत पदमालेत आकारमान हे गटात (Groups) दिलेले आहेत व त्या त्या गटांची वारंवारिता (Frequency) त्या त्या गटासमोर लिहिण्यात येते. प्रत्येक गटाला न्युनतम मर्यादा (Lower limit) तसेच उच्चतम मर्यादा (Upper limit) असते. उदा. ० ते १ (०-१०) ह्या गटाची ० ही तर १० ही होय.

उदाहरणार्थ- एक व्यापारी संस्थेतील कर्मचाऱ्यांचे मासिक वेतन आणि त्यांची वारंवारिता संतत पदमालेत रूपात खालीलप्रमाणे दाखविली आहे.

|                       |           |           |           |           |
|-----------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| (Wages (Rs):          | 500-1000  | 1000-1500 | 1500-2000 | 2000-2500 |
| No. of employees (f): | 4         | 10        | 24        | 30        |
|                       | 2500-3000 | 3000-3500 | 3500-4000 |           |
|                       | 19        | 5         | 8         |           |

संतत पदमालेचे घटक:-

गट लिहितांना वेगवेगळे तांत्रिक शब्द वापरले जातात. त्यातील काही शब्दाचा अर्थ पाहू.

१) गट मर्यादा (Class limit):-

गटातील लहानमुल्य (Lower limit) व मोठे मुल्य (Upper limit) यातील अंतर गट मर्यादा म्हणतात. सांख्यिकीय सुत्रात (Lower limit  $L_1$ ) तर (Upper limit  $L_2$ ) ला असे म्हटले जाते. उदाहरणार्थ २०-३० हा वर्ग असल्यास त्या वर्गाची (ग्रुपची) Lower limit ( $L_1$ ) २० असेल तर Upper limit ( $L_2$ ) ३० असे आहे. गटांच्या ह्या मर्यादा आहेत.

२) वर्ग अंतर किंवा गट अंतर (Class interval):-

गटाच्या दोन मूल्यांतील (मोठे मूल्य (Upper limit) व लहान मुल्य (Lower limit)) ह्या अंतराला किंवा फरकाला गट अंतर म्हणतात. उदाहरणार्थ २०-४० गटातील अंतर २० आहे. गटातील अंतर हे काहीही असू शकते. ते उपलब्ध माहितीवर अवलंबून असते.

वर्ग अंतर (Class interval) =  $L_2 - L_1$

३) गटपद वारंवारिता (Class frequency):-

या संदर्भातील आखणी एक शब्द म्हणजे गट वारंवारिता होय. मुल्याच्या गटातील अवलोकनाच्या संख्येला गट वारंवारिता म्हणतात. समजा १००-२०० ह्या गटातील अवलोकनाची संख्या ५० आहे. या वारंवारितेची बेरीज केल्यास एकूण पदसंख्या (Total frequency) (n) निघते.

गट मध्यबिंदू (Class midpoint):-

जे मुल्य गटातील लहान मुल्य (lower limit) व मोठे मुल्य (Upper limit) यांच्या मध्यभागी असते. त्या गटमध्य बिंदू (mv) असे म्हणतात.

खालील सुत्राच्या सहाय्याने काढतात.

$$M.V. = \frac{L_1 + L_2}{2}$$

गटातील प्रत्येक प्रक्रियेसाठी गटाचा मध्य बिंदू माहित असणे आवश्यक असते. कारण तो बिंदूच गटाचे प्रतिनिधीत्व करतो. उदाहरणार्थ २०-४० ह्या गटाचा गटमध्यबिंदू खालील प्रमाणे काढल्या जा' शकते.

$$= \frac{40 + 20}{2} = \frac{60}{2} = 30$$

गट अंतराच्या पद्धतीने पदमालेचे दोन प्रकार पडतात.

१) अपवर्जक पदमाला (Exclusive series)

२) समावेशक पदमाला (Inclusive series)

१) अपवर्जक पदमाला (Exclusive series):-

ज्यावेळेस गट तयार (Class interval) केले जातात की, वरच्या गटातील मोठे मुल्य हे खालच्या गटाचे लहान मुल्य असते. त्यात अपवर्जक पदमाला (exclusive series) म्हणतात.

| Income  | No of employees |
|---------|-----------------|
| 100-200 | 50              |
| 200-300 | 100             |
| 300-400 | 200             |
| 400-500 | 50              |
|         | 400             |

वरील पदमालेतील पहिला गट १००-२०० चा अमू त्यातील गटातील म्हणजे २००-३०० गटातील लहानमुल्य आहे. वगैरे २०० रु. उत्पन्न (Income) असणाऱ्या व्यक्तीचा समावेश कोणत्या गटात करावा हा प्रश्न असतो. तेव्हा त्याचे उत्तर प्रथम ते मुल्य कोणत्या गटात येते तेथे त्याचा समावेश करावा म्हणजे २०० उत्पन्न (Income) असणाऱ्या व्यक्तीचा समावेश पहिल्या गटात करावा.

२) समावेशक पदमाला (Inclusive series):-

या पदमालेत गटातील मोठे मुल्य (Upper Limit) ज्या गटात घेतले जाते. त्यानंतर येणाऱ्या मुल्यासमूह दुसऱ्या गटाचा प्रारंभ होतो. उदाहरणार्थ

| Income (Rs.) | No. of employees |
|--------------|------------------|
| 100-199      | 5                |
| 200-299      | 10               |
| 300-399      | 15               |
| 400-499      | 5                |
|              | 35               |

वरील गटात त्या व्यक्तीचा समावेश करतो. ज्यांचे उत्पन्न (Income) १००-१९९ असते. वगैरे ज्यांचे उत्पन्न २०० आहे. त्या व्यक्तीचा समावेश २००-२९९ च्या गटात केला जातो.

दिलेच्या सारणीवरून पदमाला तयार करणे (Preparation of series)

Prob.1: Following table relates to the size of family in a sample survey of 36 families. Arrange them in the form of discrete series.

5 4 6 3 1 1 8 7 10 5 4 5  
 1 2 10 6 8 3 2 7 9 5 5 4  
 3 4 2 5 6 7 4 8 9 8 5 3

Solution:

| Size of Family | No of Families | Tally Points        |
|----------------|----------------|---------------------|
| 1              | 3              | 1, 1, 1             |
| 2              | 3              | 2, 2, 2             |
| 3              | 4              | 3, 3, 3, 3          |
| 4              | 5              | 4, 4, 4, 4, 4       |
| 5              | 7              | 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5 |
| 6              | 3              | 6, 6, 6             |
| 7              | 3              | 7, 7, 7             |
| 8              | 4              | 8, 8, 8, 8          |
| 9              | 2              | 9, 9                |
| 10             | 2              | 10, 10              |
| N = 36         |                |                     |

Prob.2:

Marks of 30 students are given below. Prepare discrete series.

60 62 61 62 60 62 63 60 62 61  
 62 62 64 61 64 62 64 62 59 62  
 60 61 62 63 61 63 61 60 61 62

Solution :Conversion of simple series into discrete series.

| Mark   | No of student | Tally Points                           |
|--------|---------------|--|
| 59     | 1             | 59                                     |
| 60     | 5             | 60, 60, 60, 60, 60                     |
| 61     | 7             | 61, 61, 61, 61, 61, 61, 61             |
| 62     | 10            | 62, 62, 62, 62, 62, 62, 62, 62, 62, 62 |
| 63     | 4             | 63, 63, 63, 63                         |
| 64     | 3             | 64, 64, 64                             |
| N = 30 |               |  |

Prob.3:

5 8 9 12 16 15 20 12 5 9 10 12 16 8 5  
 15 20 9 10 5 9 12 16 20 11 10 9 18 10 12

Prepare discrete series.

Lowest Value = 5

Highest Value = 20

| X      | F | Tally Points       |
|--------|---|--------------------|
| 5      | 4 | 5, 5, 5, 5         |
| 8      | 2 | 8, 8               |
| 9      | 5 | 9, 9, 9, 9, 9      |
| 10     | 4 | 10, 10, 10, 10     |
| 11     | 1 | 11                 |
| 12     | 5 | 12, 12, 12, 12, 12 |
| 15     | 2 | 15, 15             |
| 16     | 3 | 16, 16, 16         |
| 18     | 1 | 18                 |
| 20     | 3 | 20, 20, 20         |
| N = 30 |   |                    |

Prob-4:

10 15 15 20 25 35 45 50 15 20 10 25 10 35 30  
 40 50 15 40 45 20 25 30 10 20 30 40 35 25 35

Prepare discrete series.

Lowest Value = 10

Highest Value = 50

| X      | F | Tally Points   |
|--------|---|----------------|
| 10     | 4 | 10, 10, 10, 10 |
| 15     | 4 | 15, 15, 15, 15 |
| 20     | 4 | 20, 20, 20, 20 |
| 25     | 4 | 25, 25, 25, 25 |
| 30     | 3 | 30, 30, 30     |
| 35     | 4 | 35, 35, 35, 35 |
| 40     | 3 | 40, 40, 40     |
| 45     | 2 | 45, 45         |
| 50     | 2 | 50, 50         |
| N = 30 |   |                |

Prob-5:

110 108 106 104 102 108 106 110 112 114 116 118 120 118 120 118  
 112 110 106 104 106 116 102 104 108 116 120 116 112 110 108 104  
 110 104 106 116 118 120 112 106 120 104 102 106 110 112 114 118  
 108 110

Find out the frequencies of the various value

Lowest Value = 102

Highest Value = 120

| X      | F | Tall Points                       |
|--------|---|-----------------------------------|
| 102    | 3 | 102, 102, 102                     |
| 104    | 6 | 104, 104, 104, 104, 104, 104      |
| 106    | 7 | 106, 106, 106, 106, 106, 106, 106 |
| 108    | 5 | 108, 108, 108, 108, 108           |
| 110    | 7 | 110, 110, 110, 110, 110, 110, 110 |
| 112    | 5 | 112, 112, 112, 112, 112           |
| 114    | 2 | 114, 114                          |
| 116    | 5 | 116, 116, 116, 116, 116           |
| 118    | 5 | 118, 118, 118, 118, 118           |
| 120    | 5 | 120, 120, 120, 120, 120           |
| N = 50 |   |                                   |

Prob-6:

20 40 100 120 140 40 60 100 20 40 80 60 180 200 140 40 100  
 20 120 140 100 20 60 80 60 100 140 140 160 180 200 120 140 60  
 80 40 20 40 80 60 100 120 140 180 200 140 160 140 80 20

Prepare a frequency table and construct a discrete series from the following data.

Lowest Value = 20

Highest Value = 200

| X      | F | Tall Points                                 |
|--------|---|---|
| 20     | 6 | 20, 20, 20, 20, 20, 20                      |
| 40     | 6 | 40, 40, 40, 40, 40, 40                      |
| 60     | 6 | 60, 60, 60, 60, 60, 60                      |
| 80     | 5 | 80, 80, 80, 80, 80                          |
| 100    | 6 | 100, 100, 100, 100, 100, 100                |
| 120    | 4 | 120, 120, 120, 120                          |
| 140    | 9 | 140, 140, 140, 140, 140, 140, 140, 140, 140 |
| 160    | 2 | 160, 160                                    |
| 180    | 3 | 180, 180, 180                               |
| 200    | 3 | 200, 200, 200                               |
| N = 50 |   |   |

Preparation and Conversion of Continuous Series:

Type of Continuous Series:

- (A) Exclusive series
- (B) Inclusive series
- (C) Less than series
- (D) More than series
- (E) Irregular series
- (F) Class interval or Mid value series

(A) Exclusive series

| Size of item | Frequency |
|--------------|-----------|
| 0-10         | 3         |
| 10-20        | 5         |
| 20-30        | 7         |
| 30-40        | 10        |
| 40-50        | 12        |
| 50-60        | 15        |
| 60-70        | 8         |
| 70-80        | 6         |
| 80-90        | 4         |
| 90-100       | 2         |

(B) Inclusive series

| Size of item | Frequency |
|--------------|-----------|
| 0-9          | 3         |
| 10-19        | 5         |
| 20-29        | 8         |
| 30-39        | 10        |
| 40-49        | 12        |
| 50-59        | 17        |
| 60-69        | 9         |
| 70-79        | 4         |

(C) Less than series

| Mark         | No of Students |
|--------------|----------------|
| Less than 10 | 6              |
| Less than 20 | 18             |
| Less than 30 | 32             |
| Less than 40 | 45             |
| Less than 50 | 69             |
| Less than 60 | 81             |
| Less than 70 | 92             |
| Less than 80 | 100            |

(D) More than series

| Mark         | No of Students |
|--------------|----------------|
| More than 10 | 100            |
| More than 20 | 93             |
| More than 30 | 81             |
| More than 40 | 68             |
| More than 50 | 52             |
| More than 60 | 41             |
| More than 70 | 30             |
| More than 80 | 16             |
| More than 90 | 10             |

(E) Irregular series

| Marks   | No of Students |
|---------|----------------|
| 10-15   | 8              |
| 16-17.5 | 7              |
| 17.5-20 | 10             |
| 20-30   | 16             |
| 30-36   | 9              |
| 37-40   | 11             |
| 40-50   | 20             |
| 51-57   | 8              |
| 57-60   | 7              |

(F) Class interval or Mid value series

| Mid Value | No of Students |
|-----------|----------------|
| 5         | 8              |
| 15        | 12             |
| 25        | 14             |
| 35        | 16             |
| 45        | 20             |
| 55        | 10             |
| 65        | 6              |
| 75        | 4              |

Prob- 7:

The age's of 50 persons who traveled from Mumbai to Pune on a particular day are as follows.

18 28 22 24 36 42 15 25 33 21 22 26 36 31 21 17 22 27 24 22 26 18  
20 23 19 52 32 20 29 48 16 21 31 42 37 25 24 19 23 22 20 44 47 40  
22 24 20 17 21 26

From the above data prepare a frequency table taking 5 as class interval:

Solution:

| Age of group | No of persons | Tally   |
|--------------|---------------|---|
| 15-20        | 8             | 18, 15, 17, 18, 19, 16, 19, 17  |
| 20-25        | 20            | 22, 24, 21, 22, 21, 22, 24, 22, 20, 23,<br>20, 21, 24, 23, 22, 20, 22, 24, 20, 21 |
| 25-30        | 8             | 28, 25, 26, 27, 26, 29, 25, 26  |
| 30-35        | 4             | 33, 31, 32, 31  |
| 35-40        | 3             | 36, 36, 37  |
| 40-45        | 4             | 42, 42, 44, 40  |
| 45-50        | 2             | 48, 47  |
| 50-55        | 1             | 52  |
| N = 50       |               |   |

Prob- 8:

Convert the following series into a series of equal interval of 6 and 10

| Class | F  |
|-------|----|
| 0-3   | 4  |
| 3-6   | 8  |
| 6-10  | 10 |
| 10-12 | 14 |
| 12-15 | 16 |
| 15-18 | 20 |
| 18-20 | 24 |
| 20-24 | 14 |
| 24-25 | 16 |
| 25-28 | 11 |
| 28-30 | 10 |
| 30-36 | 6  |

Solution:(A)

Class interval of 6

| Class | F  |
|-------|----|
| 0-6   | 12 |
| 6-12  | 24 |
| 12-18 | 36 |
| 18-24 | 38 |
| 24-30 | 37 |
| 30-36 | 6  |

(B) Class Interval of 10

| Class | f  |
|-------|----|
| 0-10  | 22 |
| 10-20 | 74 |
| 20-30 | 51 |
| 30-40 | 6  |

Prob- 9: Present the following data of percentage marks of 60 students in the form of frequency table with ten classes of equal width, one class being 0-9:-

41 17 33 63 54 92 60 58 70 06 67 82 33 44 57 49 34 73 54 63  
 36 52 32 75 60 33 09 79 28 30 42 93 43 80 03 32 57 67 24 64  
 63 11 35 82 10 23 00 41 60 32 72 53 92 88 62 55 60 33 40 57

Solution:

| Marks  | No of Student | Tally                                      |
|--------|---------------|--|
| 0-9    | 04            | 06, 09, 03, 00                             |
| 10-19  | 03            | 17, 11, 10                                 |
| 20-29  | 03            | 28, 24, 23                                 |
| 30-39  | 11            | 33, 33, 34, 36, 32, 33, 30, 32, 35, 32, 33 |
| 40-49  | 07            | 41, 44, 49, 42, 43, 41, 40                 |
| 50-59  | 09            | 54, 58, 57, 54, 52, 57, 53, 55, 57         |
| 60-69  | 11            | 63, 60, 67, 63, 60, 67, 64, 63, 60, 62, 60 |
| 70-79  | 05            | 70, 73, 75, 79, 72                         |
| 80-89  | 04            | 82, 80, 82, 88                             |
| 90-99  | 03            | 92, 93, 92                                 |
| N = 60 |               |  |

Prob- 10:

Convert the following series into exclusive continuous series:

| Marks     | No. of students |
|-----------|-----------------|
| Above 330 | 520             |
| Above 340 | 470             |
| Above 350 | 399             |
| Above 360 | 210             |
| Above 370 | 105             |
| Above 380 | 45              |
| Above 390 | 7               |

Solution:

| Marks   | No. of students |           |
|---------|-----------------|-----------|
| 330-340 | 50              | [520+470] |
| 340-350 | 71              | [470+399] |
| 350-360 | 189             | [399+210] |
| 360-370 | 105             | [210+105] |
| 370-380 | 60              | [105+45]  |
| 380-390 | 38              | [45+7]    |
| 390-400 | 07              | [7+0]     |
| N = 520 |                 |           |

Prob- 11:

From the following frequency distribution form data by inclusive method taking 4 as the magnitude of class Interval:

10 17 15 22 11 16 19 24 29 18 25 26 32 14 17 20 23 27 30 12  
 15 18 24 36 18 15 21 28 33 38 34 13 10 16 20 22 29 29 23 31

Solution: Frequency distribution table. (Inclusive Method)

| Class  | Frequency | Tally Bars                     |
|--------|-----------|--------------------------------|
| 10-13  | 5         | 10, 11, 12, 13, 10             |
| 14-17  | 8         | 17, 15, 16, 14, 17, 15, 15, 16 |
| 18-21  | 7         | 19, 18, 20, 18, 18, 21, 20     |
| 22-25  | 7         | 22, 24, 25, 23, 24, 22, 23     |
| 26-29  | 6         | 29, 26, 27, 28, 29, 29         |
| 30-33  | 4         | 32, 30, 33, 31                 |
| 34-37  | 2         | 36, 34                         |
| 38-41  | 1         | 38                             |
| N = 40 |           |                                |

Prob- 12:

Make a frequency distribution using Tally Bars system with intervals of 10 from the following data (Beginning from 30) and also prepare less than cumulative frequency distribution:

40 36 43 57 81 90 92 74 66 85 41 57 34 63 84 93 71 55 56 63  
 39 44 59 43 90 82 88 72 73 45 53 64 79 85 95 68 65 69 83 80

Solution:(i) Frequency distribution Tally Bars Systems

| Mark   | No. of student | Tally Bars                     |
|--------|----------------|--------------------------------|
| 30-40  | 3              | 36, 34, 39                     |
| 40-50  | 6              | 40, 43, 41, 44, 43, 45         |
| 50-60  | 6              | 57, 57, 55, 56, 59, 53         |
| 60-70  | 7              | 66, 63, 63, 64, 68, 65, 69     |
| 70-80  | 5              | 74, 71, 72, 73, 79             |
| 80-90  | 8              | 81, 85, 84, 82, 88, 85, 83, 80 |
| 90-100 | 5              | 90, 92, 93, 90, 95             |
| N = 40 |                |                                |

(ii) Less than cumulative frequency distribution.

| Mark          | No of Students |          |
|---------------|----------------|----------|
| Less than 40  | 3              | [3 + 0]  |
| Less than 50  | 9              | [3 + 6]  |
| Less than 60  | 15             | [9 + 6]  |
| Less than 70  | 22             | [15 + 7] |
| Less than 80  | 27             | [22 + 5] |
| Less than 90  | 35             | [27 + 8] |
| Less than 100 | 40             | [35 + 5] |

Prob- 13:

Convert the following series into exclusive continuous series

| Marks        | No of Students |
|--------------|----------------|
| Less than 10 | 15             |
| Less than 20 | 30             |
| Less than 30 | 42             |
| Less than 40 | 66             |
| Less than 50 | 70             |
| Less than 60 | 75             |
| Less than 70 | 78             |
| Less than 80 | 80             |

Solution :

| Mark   | No of Students |           |
|--------|----------------|-----------|
| 0-10   | 15             | [15 - 0]  |
| 10-20  | 15             | [30 - 15] |
| 20-30  | 12             | [42 - 30] |
| 30-40  | 24             | [66 - 42] |
| 40-50  | 4              | [70 - 66] |
| 50-60  | 5              | [75 - 70] |
| 60-70  | 3              | [78 - 75] |
| 70-80  | 2              | [80-78]   |
| N = 80 |                |           |

Prob- 14:

The following are marks obtained by 40 students in English, tabulate the data in the form of an exclusive continuous series with class interval of 10 (One of the group being 30 to 40):

35 10 55 22 5 48 30 20 30 23 50 32 7 18 15 55 37 29 25 42  
33 45 37 26 29 32 38 24 30 10 8 7 15 45 48 50 27 29 30 15

Solution : Frequency distribution table.

| Mark   | No. of student | Tally Point                                |
|--------|----------------|--|
| 0-10   | 4              | 5, 7, 8, 7                                 |
| 10-20  | 6              | 10, 18, 15, 10, 15, 15                     |
| 20-30  | 10             | 22, 20, 23, 29, 25, 26, 29, 24, 27, 29     |
| 30-40  | 11             | 35, 30, 30, 32, 37, 33, 37, 32, 38, 30, 30 |
| 40-50  | 7              | 48, 50, 42, 45, 45, 48, 50                 |
| 50-60  | 2              | 55, 55                                     |
| N = 40 |                |  |

Prob-15:

Convert the series in to exclusive type:

| Size  | Frequency |
|-------|-----------|
| 0-9   | 1         |
| 10-19 | 2         |
| 20-29 | 6         |
| 30-39 | 6         |
| 40-49 | 12        |
| 50-59 | 8         |
| 60-69 | 5         |
| 70-79 | 3         |



After rearrangement (Exclusive type)

| Size      | Frequency |
|-----------|-----------|
| -5-9.5    | 1         |
| 9.5-19.5  | 2         |
| 19.5-29.5 | 6         |
| 29.5-39.5 | 6         |
| 39.5-49.5 | 10        |
| 49.5-59.5 | 8         |
| 59.5-69.5 | 5         |
| 69.5-79.5 | 3         |
| N = 43    |           |

Prob-16:

Convert the following series less than and more than

| X      | F |
|--------|---|
| 0-5    | 3 |
| 5-10   | 8 |
| 10-15  | 7 |
| 15-20  | 6 |
| 20-25  | 4 |
| N = 28 |   |

Solution : Convert in less than

| X            | F  |          |
|--------------|----|----------|
| Less than 5  | 3  |          |
| Less than 10 | 11 | [8 + 3]  |
| Less than 15 | 18 | [11 + 7] |
| Less than 20 | 24 | [18 + 6] |
| Less than 25 | 28 | [24 + 4] |

Convert in more than

| X            | F  |          |
|--------------|----|----------|
| More than 0  | 28 |          |
| More than 5  | 25 | [28 - 3] |
| More than 10 | 17 | [25 - 8] |
| More than 15 | 10 | [17 - 7] |
| More than 20 | 4  | [10 - 6] |

प्रश्नसंग्रह

- १) पट्टमाला म्हणजे काय? पट्टमालेचे घटक सांगा.
- २) पट्टमालेचे प्रकार सांगा.
- ३) संतत पट्टमालेचे घटक सांगा.
- ४) गट मध्यबिंदूचे सूत्र सांगा.

Problems

- 5) Prepare Discrete series with the help of following information:  
15 14 16 13 11 12 18 17 20 15 14 15 15 11 12 20 16 18 13 12  
17 19 15 16 17 13 13 14 12 15 16 17 14 15 18 19 20 15 16 17
- 6) Prepare Discrete series with the help of following information:  
10 12 13 10 12 14 17 11 14 15  
16 17 12 13 10 12 18 19 20 17  
11 14 12 14 14 17 20 18 19 20
- 7) Following data relates to the height of 30 students arrange in the form of a Discrete Series  
110 128 114 133 103 150 114 113 128 113  
103 115 110 133 110 128 115 114 117 120  
114 103 150 128 110 103 115 120 170 133
- 7) Prepare Discrete Series:  
101 105 111 106 102 109 105 113 205 115  
111 106 109 109 110 114 119 119 113 114
- 8) Prepare Discrete Series:  
11 10 17 15 15 10 12 14 13 66  
18 19 20 15 16 14 12 17 15 10  
20 19 15 15 14 16 17 15 16 20  
12 15 17 14
- 9) Prepare Discrete Series:  
311 310 317 315 315 310 321 321 312 320  
314 313 322 316 321 318 319 320 315 321  
316 314 312 317 315 320 321 322 323 310  
320 319 315 315 314 316 317 315 316 320  
312 315 317 314 328 330
- 10) Following inclusive series in exclusive series

| Marks | Frequency |
|-------|-----------|
| 0-9   | 3         |
| 10-19 | 5         |
| 20-29 | 7         |
| 30-39 | 9         |
| 40-49 | 15        |
| 50-59 | 2         |

11) Following inclusive series In exclusive series

| Marks        | Frequency |
|--------------|-----------|
| Less than 0  | 7         |
| Less than 20 | 19        |
| Less than 30 | 34        |
| Less than 40 | 49        |
| Less than 50 | 59        |
| Less than 60 | 63        |
| Less than 70 | 64        |

12) From the scores given below Prepare a frequency distribution Table. Take an interval of 5 units.

72 75 77 67 72 61 81 78 65 86 73 67  
67 82 76 76 70 84 83 71 60 70 72 69

13) The age of 50 women who have committed suicide are as follows:

18 28 22 24 36 42 15 25 33 21 22 26 36 31 21 17 22 27 24 22  
26 18 20 23 19 52 32 19 20 18 16 21 31 42 37 25 24 19 23 22  
20 45 47 40 22 24 20 17 21 20

14) Present the following data in a group table with a class interval of 10 but group will be just 0-9 10-19 and 20-29

41 17 83 63 54 92 60 68 70 76 82 33 44 57 49 34 73 54 63 36  
32 75 60 33 9 79 28 30 42 93 80 32 57 67 24 64 63 11 35 3  
10 23 0 41 60 32 72 53 92 08 55 60 33 40 57 67 52 43 82 62

15) The following are marks obtained by 40 students in statistics. Tabulate the data in the form of exclusive continuous series with a class interval of 10 one of the group being 30-40

35 10 55 22 5 48 30 20 23 23 50 32 7 18 15 55 37 29 25 42  
33 45 37 26 29 32 38 24 30 10 8 7 15 45 48 50 27 29 30 15

16) Convert the series in to exclusive type

| Mark         | No of Students |
|--------------|----------------|
| More than 0  | 100            |
| More than 10 | 90             |
| More than 20 | 75             |
| More than 30 | 50             |
| More than 40 | 25             |
| More than 50 | 15             |
| More than 60 | 5              |
| More than 70 | 0              |

## ६. केंद्रीय प्रवृत्तीची परिणामे Measures of Central Tendency

**माध्य (Mean):-**

सांख्यिकीशास्त्रात माध्याला अत्यंत महत्त्वपूर्ण स्थान आहे. सांख्यिकी हे खऱ्या अर्थाने माध्याचे विज्ञान आहे. पूर्ण समूहाची प्रतिनिधित्व करणारी सामान्य प्रवृत्ती होय. याच प्रवृत्तीला सांख्यिकी शास्त्रात माध्य असे म्हणतात.

**माध्याची व्याख्या (Defination of Mean):-**

“पूर्व समंक क्षेत्रात येणारे व त्या क्षेत्रातील सर्व पदाचे प्रतिनिधित्व करणारे मध्यवर्ती किंवा केंद्रीय प्रवृत्तीदर्शक पद म्हणजे माध्य होय.

**माध्याचे उद्देश व कार्ये (Objectives and Functions of Averages):-**

- 1) कठीण समकांना संक्षिप्त व साधे स्वरूप प्रदान करणे :-  
हा माध्याच्या मूलभूत उद्देश असतो. अनुसंधानाद्वारे प्राप्त समंक त्याच स्वरूपात सादर केले तर ते अत्यंत किचकट व गुंतागुंतीचे वाटतात. त्याची माध्य रुपाने रचना केल्यास त्यांना संक्षिप्त व साधे स्वरूप प्राप्त होऊन मूळ समकाची उपयुक्तता कितीतरी पटींनी वाढण्यास मदत मिळते.
- 2) तुलनात्मक अध्ययन करणे :-  
माध्याद्वारे समकांना प्रातिनिधिक स्वरूप प्राप्त होते अशा प्रकारे निरनिराळ्या अंक समूहांकारिता माध्य काढून त्यांचे तुलात्मक परीक्षण करून योग्य तो निर्णय घेता येतो.
- 3) विविध सांख्यिकी विश्लेषणात साहाय्य करणे :-  
सांख्यिकीय माध्याचा उपयोग करून विविध विश्लेषणात्मक निर्णय घेता येतात. विविध अंक समूहातील विचरण, विषमता, सहसंबंध इत्यादी जाणून घेण्याकरिता माध्याचा उपयोग होतो.

## माध्याचे प्रकार (Kind of Averages):-

- 1) समांतर माध्य किंवा मध्यक (Arithmetic Average or Mean)
- 2) मध्यका (Median)
- 3) भूयिष्टक (Mode)
- 4) गुणोत्तर माध्य (Geometric Mean)
- 5) हरात्मक माध्य (Harmonic Mean)

## 1) समांतर माध्य (Mean):-

हे माध्याचे अत्यंत सोपे स्वरूप आहे. हे साधारणपण 'सरासरी' या शब्द प्रयोगाने स्पष्ट होणारे माध्य आहे. "एखाद्या पदमालेतील समस्त पदमाल्याला एकूण पदसंख्येने भाग देऊन जो अंक प्राप्त होतो त्याला समांतर माध्य असे म्हणतात."

## समांतर माध्याची वैशिष्ट्ये :

- हे माध्य काढतांना पदमालेतील सर्वच पदांचा विचार करण्यात येतो.
- प्रत्येक पदाला त्यांच्या आकारानुसार महत्त्व असते.
- हे माध्य सर्वच पदांचे सारख्याच प्रमाणात प्रतिनिधित्व करते.
- समांतर माध्य हे पदमालेतील संख्येपैकी एक असलेच पाहिजे असे बंधन नाही.

## 2) मध्यका (Median):-

"ज्यावेळी एखाद्या पदमालेतील पदे चढत्या किंवा उतरत्या क्रमाने लिहून त्यातील बरोबर मधले पद शोधून काढतात तेव्हा अशा क्रमानुसार योजिलेल्या पदमालेतील या पदाच्या परिणामाला मध्यका असे म्हणतात."

## मध्यकाची वैशिष्ट्ये :

- मध्यका पदमालेला दोन समान भागात विभागते.
- मध्यकाच्या वरील परिमाणे मध्यकापेक्षा लहान व खालील पदे मध्यकापेक्षा मोठी असतात. मध्यका काढतांना पदमालेची रचना आरोही (Ascending) किंवा अवरोही (Descending) करावी लागते.
- मध्यका पदमालेच्या आकाराला (Size) किंवा मूल्याला म्हणतात.
- मध्यका हे पदमालेतील पद असते.

## 3) भूयिष्टक (Mode):-

"कोणत्याही पदमालेत जे परिणाम किंवा पदमूल्य सर्वात जास्त वेळा येते किंवा पुन्हा पुन्हा येते त्या परिणामाला भूयिष्टक असे म्हणतात." वैयक्तिक अवलोकनात पुन्हा पुन्हा येणारे पद, खंडित पदमालेत महत्तम पदसंख्येशी संबंधित पदमूल्य व संतत पदमालेत महत्तम पदसंख्येशी संबंधित गट भूयिष्टक स्पष्ट करतो.

## भूयिष्टकाची वैशिष्ट्ये :

- भूयिष्टक हे पदमालेतीलच एक पद असते.
- भूयिष्टक हे पद किंवा संख्या पदमालेतील महत्वपूर्ण म्हणजेच पुन्हा पुन्हा येणारे पद असते.

## 4) गुणोत्तर माध्य (Geometric Mean):-

समांतर माध्यामध्ये सर्वच पदांना सारखे महत्त्व दिलेले असते. त्यामुळे मोठ्या आकाराच्या पदांचा माध्यावर अधिक परिणाम होतो. व लहान आकाराच्या पदांचा कमी परिणाम होतो. ज्यावेळी लहान आकाराच्या पदांचे महत्त्व वाढवावयाचे असते. व मोठ्या आकाराच्या पदांचे महत्त्व कमी करावयाचे असते, त्यावेळी गुणोत्तर माध्याचा अवलंब करतात.

"ज्यावेळी एखाद्या पदमालेतील समस्त पदांच्या मूल्याचा गुणाकार करून त्याचे पदसंख्येइतके मूळ काढण्यात येते, तेव्हा प्राप्त अंकाला गुणोत्तर माध्य असे म्हणतात.

ज्यावेळी पदमालेत पदांची संख्या कमी म्हणजेच तीन किंवा चार असेल तर संबंधित पदांच्या मूल्यांचा गुणाकार करून त्याचे अनुक्रमे घनमूळ व चतुर्थमूळ काढून गुणोत्तर माध्य काढता येईल. परंतु पदसंख्या जसजशी वाढत जाईल त्या प्रमाणात गुणाकार वाढून गणन कठीण होत जाईल. त्यामुळे पदमालेत संख्या जास्त असल्यास छेदाच्या (log) मदतीने गुणोत्तर माध्य काढतात.

## गुणोत्तर माध्याची वैशिष्ट्ये :

- गुणोत्तर माध्य मोठ्या पदांना कमी व लहान पदांना जास्त महत्त्व देते.
- पदमालेचे प्रत्येक पद जर 0 पेक्षा जास्त असेल तर गुणोत्तर माध्य काढता येते. म्हणजेच हे माध्य फक्त घनात्मक संख्यांचे काढता येते. ऋणात्मक संख्यांचे गुणोत्तर माध्य निघत नाही.
- हे माध्य समांतर माध्यापेक्षा नेहमीच कमी असते.

## 5) हरात्मक माध्य (Harmonic Mean):-

ज्यावेळी पदमालेतील लहान पदांचे वर्चस्व बरेच वाढवावयाचे असते व मोठ्या पदांचे वर्चस्व कमी करावयाचे असते. तेव्हा हरात्मक माध्याचा उपयोग करतात.

"पदमालेतील एकूण पदसंख्येला प्रत्येक पदमूल्याचे व्युत्क्रम (Reciprocal) काढून त्याच्या बेरजेला (n) भाग दिल्यास जी संख्या प्राप्त होईल तिला हरात्मक माध्य असे म्हणतात.

## हरात्मक माध्याची वैशिष्ट्ये :-

- पदमालेतील प्रत्येक पदाचा विचार केला जातो. त्यामुळे हे केंद्रीय प्रवृत्तीचे योग्य मापन करणारे साधन आहे.
- मोठ्या पदांचे महत्त्व कमी करून व लहान पदांचे महत्त्व वाढवून पदमालेतील पदांच्या मूल्यात एकरूपता आणली जाते.
- वेग, प्रवेग, समय अध्ययन इत्यादींकरिता हे माध्य विशेष उपयोगी असते.

वैयक्तिक पदमालेत समांतर माध्य, मध्यका व भूयिष्टक यांचे गणन  
(Calculation of Mean, Median and Mode in Individual Series):-

4) Mean काढणे

| प्रत्यक्ष पद्धत (Direct Method)                                  | लघु पद्धत (Short-cut Method)   |
|--|--|
| 1) दिलेल्या सर्व पदमुल्यांची (m) बेरीज करून (Σm) शोधून काढणे.    | 1) दिलेल्या पदमुल्यांपैकी एखादे पद किंवा संबंधित आकार क्षेत्रातील कोणतीही संख्या गृहीत माध्यम म्हणून (x) निवडणे.   |
| 2) एकूण पदसंख्या (n) प्राप्त करणे                                | 2) इतर पदमुल्यांची गृहीत माध्यमापासून (±) विचलन (dx) काढणे व त्यानंतर (±) विचारात घेऊन बेरीज करून Σdx शोधून काढणे. |
| 3) खालील सूत्राचा उपयोग करून काढतात.<br>$a = \frac{\Sigma m}{n}$ |  |

वरील पद्धतीपैकी लघुपद्धतीचा उपयोग Variation, Skewness इ. गणनाकरिता करण्यात येतो.

2) Median काढणे

प्रथम दिलेल्या पदमुल्यांना (m) चढत्या (सर्वात लहान पद सुरुवातीला व सर्वात मोठे पद शेवटी अशी रचना करून) लिहून घेणे व एकूण पदसंख्या (n) विषम आहे किंवा सम आहे हे विचारात घेऊन त्यानुसार खालील सूत्रांचे अवलंब करणे.

अ) जर एकूण पदसंख्या (n) विषम (Uneven Number) असल्यास

$$M = \text{size of } \left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

ब) जर एकूण पदसंख्या (n) सम (Even Number) असल्यास

$$M = \text{size of } \left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

3) Mode काढणे

वैयक्तिक पदमालेत Mode काढण्याकरिता कोणत्याही सूत्राचा अवलंब करित नाहीत. मध्यकाकरिता पदांची रचना केली असेल त्यातून जे पद सर्वात जास्त वेळा आले असेल त्याला भूयिष्टक असे म्हणतात.

∴ Z = Most Repeated item (जास्त वेळा येणारे पद)

जर एकापेक्षा जास्त पदमूल्य तेव्हा या संख्येने येत असतील तर (Mode) अस्पष्ट आहे, (Not clear) असे ठरविले जाते.

खंडित पदमालेमध्ये समांतर माध्य, मध्यका व भूयिष्टक काढणे.

(Calculation of Mean, Median & Mode in Discrete Series)

1) Mean (a) काढणे

| प्रत्यक्ष पद्धत (Direct Method)  | लघु पद्धत (Indirect Method)  |
|--|--|
| 1) पदमूल्य (m) आणि पदसंख्या (f) यांचा गुणाकार करून आलेल्या संख्यांची बेरीज करणे Σmf व शोधून काढणे. | 1) दिलेल्या पदमुल्यांपैकी किंवा संबंधित आकार क्षेत्रातील एखादे पद गृहीत माध्य (x) कल्पून इतर पदमुल्यांचे त्यापासून (±) विचलन (dx) काढणे. |
| 2) खालील सूत्राचा अवलंब करणे.<br>$a = \frac{\Sigma mf}{n}$   | 2) प्रत्येक विचलनाला संबंधित पदसंख्येने गुणून आलेल्या संख्यांची (fdx) बेरीज करून Σfdx शोधून काढणे  |
|  | 3) खालील सूत्राचा अवलंब करून (a) काढणे.<br>$a = x + \frac{\Sigma fdx}{n}$  |

ह्या पदमालेत बहुतांश लघु पद्धत (Short cut Method) उपयोगात आणली जाते.

2) Median काढणे.

- 1) दिलेल्या पदसंख्यांच्या साहायाने संचयी वारंवारिता (Cumulative Frequency) शोधून काढणे.
- 2) एकूण पदसंख्या (n) शोधून काढणे.
- 3) सूत्राच्या साहायाने पद शोधून काढणे.

$$M = \text{size of } \left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

4) आलेली संख्या ज्या संचयी वारंवारतेच्या (c.f.) अंतर्गत येत असेल तिचे पदमूल्य (m) मध्यका होय.

3) Mode काढणे.

1) पदसंख्यांची गटारचना (Grouping) करणे, त्याकरिता Grouping Table तयार करणे.

| Size | FI  | II  | III   | IV   | V  | VI   |
|------|---|---|---|--|--|--|
|      | दिलेल्या पद संख्यांमध्ये (frequency) सर्वात मोठे पद | दोन दोन पद संख्यांची (गट) बेरीज करून त्यातील सर्वात मोठे पद | पहिली संख्या सोडून नंतरच्या दोन दोन पद संख्यांची (गट) बेरीज करून आलेले सर्वात मोठे पद | तीन तीन संख्यांची (गट) बेरीज करून आलेले सर्वात मोठे पद | पहिली संख्या सोडून नंतरच्या तीन तीन संख्यांची (गट) बेरीज करून आलेले सर्वात मोठे पद | पहिल्या दोन संख्या सोडून नंतरच्या तीन तीन संख्यांची (गट) बेरीज करून आलेले सर्वात मोठे पद |

1) विरलेषण सारणी तयार करणे.

प्रत्येक छान्यातील सर्वात मोठे पद शोधून काढून त्यांच्याशी संबंधित पदमूल्ये (m) विचारात घेण्याची खालीलप्रमाणे विरलेषण सारणी तयार करतात, व संबंधित पदमूल्याखाली खुणा करून खुणांची बेरीज करतात, याप्रमाणे जे पदमूल्य सर्वात जास्त वेळा आले असेल त्याला भूयिष्टक (Mode) असे म्हणतात.

| मुल्य Size | I | II | III | IV | V | VI | खुणांची बेरीज |
|------------|---|----|-----|----|---|----|---------------|
| -          | ✓ |    |     |    |   | ✓  | 02            |
| -          |   | ✓  |     |    |   |    | 01            |
| -          |   |    | ✓   | ✓  | ✓ |    | 03            |
| -          | ✓ |    | ✓   | ✓  | ✓ |    | 04            |

Z = Most Repeated item सर्वात जास्त खुणा दर्शविणारी पद (Size)

अखंडित किंवा संतत पदमालेत समांतर माध्य, मध्यका व भूयिष्टक काढणे.  
(Calculation of Mean, Median & Mode in continuous Series):-

1) Mean काढणे

| प्रत्यक्ष काढणे (Direct Method)  | लघु पद्धत (Indirect Method)   |
|--|---|
| 1) प्रत्येक पद्धत मध्य मूल्य (Middle Value) शोधून काढणे.<br>$M.V. = \frac{L_1 + L_2}{2}$ | 1) प्रत्येक गटाकरिता मध्य मूल्य (M.V.) शोधून काढणे.   |
| 2) खालील सूत्राचा अवलंब करून a चे मूल्य काढणे.<br>$a = \frac{\sum mf}{n}$                | 2) मध्यमूल्यापैकी एखादे पद गृहीत माध्य (x) काढून त्यापासून इतर मूल्यांचे ( $\pm$ ) पद विचारात घेऊन (dx) शोधून काढणे.  |
|  | 3) विचलन अंतर (i) शोधून काढणे व त्याने सर्व विचलनाला भाग देऊन पद विचलन (dxi) शोधून काढणे.                             |
|  | 4) पद विचलन (dxi) व संबंधित पद संख्या याचा गुणाकार करून आलेल्या संख्याची ( $\pm$ ) बेरीज करून $\sum fdx$ शोधून काढणे. |
|  | 5) खालील सूत्राचा अवलंब करून मूल्य काढणे.<br>$a = x + \frac{\sum fdx}{n} \times i$                                    |

Continuous Series मध्ये देखील लघु पद्धतीचा (Short Cut Method) चा उपयोग करतात.

2) Median काढणे

- दिलेल्या पदसंख्येच्या सहाय्याने संचयी पदसंख्या C.F. शोधून काढणे.
- मध्यका पद (m) व मध्यका गट (Median Group) खालील सूत्राच्या सहाय्याने शोधून काढणे.

$$M = \text{size of } \left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

या सूत्रानुसार येणारी संख्या म्हणजे मध्यका पद (m) ही संख्या ज्या संचयी वारंवार ते मध्ये (C.F.) समाविष्ट होईल तो गट, मध्यका गट (Median Group) होय.

iii) वरील प्रकारे मध्यका गट शोधून त्यांच्या सहाय्याने खालील पदे शोधून काढणे.

$L_1$  = मध्यका गटाची न्यूनतम सीमा (Lower limit of the Median Group)

$L_2$  = मध्यका गटाची उच्चतम सीमा (Upper limit of the Median Group)

i = दोन सीमांतील अंतर (Class Interval)

$f_1$  = मध्यका गटाची पदसंख्या

c = मध्यका गटाच्या पूर्वीच्या लहान गटाची संचयी वारंवारता

$$m = \text{शोधून काढलेले मध्यका पद } \left(\frac{n}{2}\right)$$

iv) वरील पदांचा अवलंब करून खालील सूत्राच्या सहाय्याने मध्यका (Median) शोधून काढणे.

$$M = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f_1} (m - c) \text{ OR } M = L_1 + \frac{1}{f_1} (m - c)$$

3) Mode काढणे

i) साध्या अवलोकनाने (By observation) ज्यावेळी भूयिष्टक गट स्पष्ट असेल तेव्हा तो साध्या अवलोकनाने ठरविता येतो. अशावेळी पदसंख्या (f) विशिष्ट संख्येपर्यंत वाढत जाते व उच्चबिंदू गाठल्यानंतर कमी कमी होते, अशा सर्वात मोठ्या पदसंख्येचा गट म्हणजे भूयिष्टक गट होय. अशा संख्येच्या आधीची व नंतरची पदसंख्या सुद्धा साधारणपणे दोन संख्येपेक्षा आकाराने मोठ्या असतात. थोडक्यात दोन किंवा तीन संख्यांवर पदमूल्यांचे केंद्रीयीकरण झालेले असते.

ii) गट विभागणी व विरलेषण पद्धती (Grouping & Analysis) : ज्यावेळी अवलोकनाने भूयिष्टक गट ठरविता येत नाही, म्हणजेच पदसंख्येमध्ये अनिश्चित असा चढउतार असतो त्यावेळी गट पाडून व विरलेषणाद्वारे भूयिष्टक गट ठरवावा लागतो. जो गट पदसंख्येचे सर्वात जास्त केंद्रीयीकरण दर्शवितो तो भूयिष्टक गट (Mode Group) होय.

वरीलप्रमाणे भूयिष्टक गट शोधून काढल्यावर त्याच्या सहाय्याने खालील पदे शोधून काढतात.

$L_1$  = भूयिष्टक गटाची न्यूनतम सीमा

$L_2$  = भूयिष्टक गटाची उच्चतम सीमा

i = दोन सीमांतील अंतर

$f_0$  = भूयिष्टक गटाच्या आधीच्या गटाची पदसंख्या

$f_1$  = भूयिष्टक गटाची पद संख्या

$f_2$  = भूयिष्टक गटाच्या नंतरच्या गटाची पदसंख्या

Applying following formula

$$Z = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} (L_2 - L_1) \text{ OR } Z = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} (i) \text{ (i)}$$

Individual / Simple Series

Ex. 1 : Calculate Mean, Median and Mode for the given data

Marks 25, 15, 23, 24, 27, 25, 23, 25, 20

Solution : Calculation of Mean, Median and Mode

| Sr. No.          | Arranged Series |
|------------------|-----------------|
| 1                | 15              |
| 2                | 20              |
| 3                | 23              |
| 4                | 23              |
| 5                | 25              |
| 6                | 25              |
| 7                | 25              |
| 8                | 27              |
| 9                | 40              |
| $\Sigma m = 223$ |                 |

1. Arrange the series in ascending order

Mean (Direct - Method)  $a = \frac{\Sigma M}{n}$

Where  $\Sigma M$  stands for the total of values / items ;  
 n stands for number of items ; 'a' stands for average / Mean / Arithmetic Mean.

Substitute the value in the above formula.

$a = \frac{223}{9} = 24.78$  Marks

2. Calculation of Median

$M = \text{size of } \left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item ,}$

$= \text{size of } \left(\frac{9+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$

$= \text{size of } 5^{\text{th}} \text{ item}$

$\therefore$  Median = 25 marks

Ex. 2 : The following are the marks secured by 10 students. Calculate Mean Median and Mode

Marks 70, 80, 60, 93, 42, 63, 60, 52, 43, 37.

Solution : Arrange the series in ascending order

1. Calculation of Mean

$a = \frac{\Sigma m}{n}$

$= \frac{600}{10} = 60$  marks

3. Calculation of mode (Z)

Most repeated item is called mode.

$\therefore$  By observation 25 repeated three times,

so mode = 25 marks

| S.No.            | Marks |
|------------------|-------|
| 1                | 37    |
| 2                | 42    |
| 3                | 43    |
| 4                | 52    |
| 5                | 60    |
| 6                | 60    |
| 7                | 63    |
| 8                | 70    |
| 9                | 80    |
| 10               | 93    |
| $\Sigma m = 600$ |       |

2. Calculation of median

$M = \text{Size } \left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$

$= \text{size of } \left(\frac{10+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$

$= \text{size of } 5.5^{\text{th}} \text{ item}$

$\therefore$  size of  $\frac{5^{\text{th}} \text{ item} + 6^{\text{th}} \text{ item}}{2}$

$= \frac{60+60}{2}$

$= 60$  marks

median = 60 marks

3. Calculation of mode (z) Most repeated item is 60 which repeated twice

$\therefore z = 60$  marks

Ex. 3 : Calculate Mean, Median, and Mode from the following. Marks obtained by seven students are as under.

Marks 103, 96, 131, 150, 114, 124, 103.

Solution : Arrange the series into ascending order

| S.No.            | Marks |
|------------------|-------|
| 1                | 96    |
| 2                | 103   |
| 3                | 103   |
| 4                | 114   |
| 5                | 124   |
| 6                | 131   |
| 7                | 150   |
| $\Sigma m = 821$ |       |

1. Calculation of Mean

$a = \frac{\Sigma m}{n}$

$= \frac{821}{7}$

$= 117.285$  marks

2. Calculation of Median

$M = \text{Size of } \left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$

$= \text{Size of } \left(\frac{7+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$

$= \text{size of } 4^{\text{th}} \text{ items}$

$\therefore$  Median = 114 marks

3. Calculation of Mode (Z)

By observation 103 repeated twice

$\therefore Z = 103$  marks

Ex. 4 : Find out the Mean, Median and Mode with the help of given values.

Marks. 54, 70, 55, 40, 30, 73, 64, 70, 75, 62.

Solution : Arrange the series in ascending order

| S.No.            | Marks |
|------------------|-------|
| 1                | 30    |
| 2                | 40    |
| 3                | 54    |
| 4                | 55    |
| 5                | 62    |
| 6                | 64    |
| 7                | 70    |
| 8                | 70    |
| 9                | 73    |
| 10               | 75    |
| $\Sigma m = 523$ |       |

1. Calculation of Mean

$$a = \frac{\Sigma m}{n}$$

$$= \frac{523}{10}$$

$$= 52.3 \text{ marks}$$

2. Calculation of Median

$$M = \text{size of } \left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } \left(\frac{10+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } 5.5^{\text{th}} \text{ items}$$

$$= 62 + .05 (64 - 62)$$

$$= 62 + .05 (2)$$

$$= 62 + 1$$

$$M = 63 \text{ marks}$$

3. Calculation of Mode (z)

By observation most repeated value is 70 (repeated 2 times)  
 $\therefore Z = 70 \text{ marks}$

Ex. 5 : Income per day of 10 families are given below calculate Mean Median and Mode

Income 125, 240, 510, 525, 400, 450, 130, 400, 240, 150.

Solution : Arrange the series in ascending order

| S.No.             | Income (in Rs.) |
|-------------------|-----------------|
| 1                 | 125             |
| 2                 | 130             |
| 3                 | 150             |
| 4                 | 240             |
| 5                 | 240             |
| 6                 | 400             |
| 7                 | 400             |
| 8                 | 450             |
| 9                 | 510             |
| 10                | 525             |
| $\Sigma m = 3170$ |                 |

1. Calculation of Mean

$$a = \frac{\Sigma m}{n}$$

$$= \frac{3170}{10}$$

$$= \text{Rs. } 317$$

2. Calculation of Median

$$M = \text{size of } \left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } \left(\frac{10+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } 5.5^{\text{th}} \text{ items}$$

$$= 240 + .5 (400 - 240)$$

$$= 240 + .5 (160)$$

$$M = \text{Rs. } 320$$

3. Calculation of Mode

Series is bimodal because 240 and 400 both occurs two times  
 That means mode is illdefined.

Ex. 6 : Find out Mean, Median and Mode from the following data.

Size 6, 10, 12, 14, 10, 12, 18, 12, 10, 20, 12.

Solution: Calculation of Mean by short cut method.

Find out deviation from any item (we take 12 as assumed mean)

| S. No.          | Arranged Series | dx |
|-----------------|-----------------|----|
| 1               | 06              | -6 |
| 2               | 10              | -2 |
| 3               | 10              | -2 |
| 4               | 10              | -2 |
| 5               | 12              | 0  |
| 6               | 12              | 0  |
| 7               | 12              | 0  |
| 8               | 12              | 0  |
| 9               | 14              | 2  |
| 10              | 18              | 6  |
| 11              | 20              | 8  |
| $\Sigma dx = 4$ |                 |    |

$$1. \text{ Mean} = x + \frac{\Sigma dx}{n}$$

where x is assumed mean.

$\Sigma dx$  stands for total of deviation from A.M.

n = stands for total number of items

$$= 12 + \frac{4}{11}$$

$$= 12 + .3636$$

$$= 12.3636 \text{ unit}$$

2. Calculation of Median

$$M = \text{size of } \left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ items}$$

$$= \text{size of } \left(\frac{11+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ items}$$

$$= \text{size of } 6^{\text{th}} \text{ items}$$

$$\therefore \text{ Median} = 12 \text{ unit}$$

3. Calculation of Mode (z).

By observation 12 repeated

maximum (4) times

$\therefore \text{ Mode} = 12 \text{ units}$

Ex. 7 : A Class of 15 boys and girls was given common intelligence test and the following marks were obtained.

|        |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|--------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| S. No. | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| Girls  | 90 | 75 | 74 | 75 | 55 | 52 | 13 | 30 | 51 | 64 | 60 | 58 | 69 | 70 | 72 |
| Boys   | 46 | 43 | 15 | 35 | 56 | 60 | 64 | 85 | 80 | 75 | 71 | 56 | 55 | 49 | 48 |

i) Calculate Mean Median and Mode for both the series

ii) On the basis of these series prove that who is more intelligent.

Solution: Data Arranged in ascending order

| Girls           |       |                     |
|-----------------|-------|---------------------|
| S. No.          | Marks | Deviation from = 60 |
| 1               | 13    | -47                 |
| 2               | 30    | -30                 |
| 3               | 51    | -9                  |
| 4               | 52    | -8                  |
| 5               | 55    | -5                  |
| 6               | 58    | -2                  |
| 7               | 60    | 0                   |
| 8               | 64    | 4                   |
| 9               | 69    | 9                   |
| 10              | 70    | 10                  |
| 11              | 72    | 12                  |
| 12              | 74    | 14                  |
| 13              | 74    | 14                  |
| 14              | 75    | 15                  |
| 15              | 90    | 30                  |
| $\Sigma dx = 7$ |       |                     |

1. Calculation of Mean

$$a = x + \frac{\Sigma dx}{n}$$

$$= 60 + \frac{7}{15}$$

$$= 60 + .47$$

$$= 60.47 \text{ marks}$$

2. Calculation of Median

$$M = \text{size of } \left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ items}$$

$$= \text{size of } \left(\frac{15+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ items}$$

$$\text{size of } 8^{\text{th}} \text{ items}$$

$$M = 64 \text{ marks.}$$

3. Calculation of Mode

74 repeated twice, so mode is 74 marks.

| Boys             |                     |
|------------------|---------------------|
| Marks            | Deviation from = 55 |
| 15               | -40                 |
| 35               | -20                 |
| 43               | -12                 |
| 46               | -9                  |
| 48               | -7                  |
| 49               | -6                  |
| 55               | 0                   |
| 56               | 1                   |
| 56               | 1                   |
| 60               | 5                   |
| 64               | 9                   |
| 71               | 16                  |
| 75               | 20                  |
| 80               | 25                  |
| 85               | 30                  |
| $\Sigma dx = 13$ |                     |

1. Calculation of Mean

$$a = 55 + \frac{13}{15}$$

$$= 55 + .87$$

$$= 55.87 \text{ marks}$$

2. Calculation of Median

$$M = \text{size of } \left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ items}$$

$$\text{size of } \left(\frac{15+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ items}$$

$$\text{size of } 8^{\text{th}} \text{ items}$$

$$M = 56 \text{ marks}$$

3. Calculation of Mode

Mode 56 repeated twice, so mode is 56 marks

On the basis of average marks of boys & girls Girls are more intelligent than boys.

Ex. 8 : Find out Mean, Median and Mode from the following figures.

57, 60, 80, 40, 60, 65, 43, 63, 60, 53, 57, 63, 53, 57, 60, 50.

Solution : Calculation of Mean

| Sr. No.         | Arranged Series | dx/60             |
|-----------------|-----------------|-------------------|
| 1               | 40              | -20               |
| 2               | 43              | -17               |
| 3               | 50              | -10               |
| 4               | 53              | -7                |
| 5               | 53              | -7                |
| 6               | 57              | -3                |
| 7               | 57              | -3                |
| 8               | 57              | -3                |
| 9               | 60              | 0                 |
| 10              | 60              | 0                 |
| 11              | 60              | 0                 |
| 12              | 60              | 0                 |
| 13              | 63              | 3                 |
| 14              | 63              | 3                 |
| 15              | 63              | 3                 |
| 16              | 80              | 20                |
| $\Sigma x. 919$ |                 | $\Sigma dx = -41$ |

1. Mean by short cut method

$$a = x + \frac{\Sigma dx}{n}$$

$$= 60 + \left(\frac{-14}{16}\right)$$

$$= 57.4375 \text{ units}$$

2. Calculation of Median

$$M = \text{size of } \left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ items}$$

$$= \text{size of } \left(\frac{16+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ items}$$

$$= \text{size of } 8.5^{\text{th}} \text{ items}$$

$$= \text{size of } 8^{\text{th}} \text{ items} + .5 (9^{\text{th}} \text{ items} - 8^{\text{th}} \text{ items})$$

$$= 57 + .5 (60 - 57)$$

$$= 57 + 1.5$$

$$= 58.5 \text{ units}$$

3. Calculation of Mode

by observation mode is 60.

Ex. 9 : Following are the variables 100, 104, 80, 64, 72, 48, 64, 52, 64, 94, 86. Calculate Mean Median and Mode for the above.

Solution: S.No. 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11  
 Arranged series 48 52 64 64 64 72 80 86 94 100 104

1. Calculation of Mean

$$a = \frac{\Sigma m}{n}$$

$$= \frac{828}{11}$$

$$= 75.27 \text{ units}$$

2. Calculation of Median

$$M = \text{size of } \left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ items}$$

$$= \text{size of } \left(\frac{11+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } 6^{\text{th}} \text{ items}$$

$$M = 72 \text{ units}$$

3. Calculation of Mode

By observation most repeated value is 64  
 $\therefore$  Mode = 64 units



Ex. 10 : The following are the rainfall in Nagpur district in 10 days. Rainfall 17, 30, 28, 27, 28, 40, 38, 41, 39, 31. Calculate mean median and mode

Solution :

| Sr. No.          | Rainfall (in m.m) | dx/30 |
|------------------|-------------------|-------|
| 1                | 17                | -13   |
| 2                | 27                | -3    |
| 3                | 28                | -2    |
| 4                | 28                | -2    |
| 5                | 30                | 0     |
| 6                | 31                | 1     |
| 7                | 38                | 8     |
| 8                | 39                | 9     |
| 9                | 40                | 10    |
| 10               | 41                | 11    |
| $\Sigma m = 319$ | $\Sigma dx = 19$  |       |

1. Calculation of Mean  
By direct method

$$a = \frac{\Sigma m}{n}$$

$$= \frac{319}{10}$$

$$= 31.9 \text{ m.m}$$

By short cut method-

$$a = x + \frac{\Sigma dx}{n}$$

$$= 30 + \frac{19}{10}$$

$$= 31.9 \text{ m.m}$$

2. Calculation of Median

$$M = \text{size of } \left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ items}$$

$$= \text{size of } \left(\frac{10+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ items}$$

$$= \text{size of } 5.5^{\text{th}} \text{ items}$$

$$= \frac{5^{\text{th}} \text{ items} + 6^{\text{th}} \text{ items}}{2}$$

$$= \frac{30+31}{2} = 30.5 \text{ m.m}$$

3. Calculation of Mode = most repeated item is mode  $\therefore$  Mode = 28 m.m

Discrete Series

Ex. 11 : Calculate Mean, Median and Mode for the following

|      |   |   |    |    |    |    |    |
|------|---|---|----|----|----|----|----|
| size | 6 | 7 | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 |
| f    | 5 | 8 | 10 | 12 | 7  | 6  | 4  |

Solution:

| Size     | f                | dx/9 | fdx | cf |
|----------|------------------|------|-----|----|
| 6        | 5                | -3   | -15 | 5  |
| 7        | 8                | -2   | -16 | 13 |
| 8        | 10               | -1   | -10 | 23 |
| 9        | 12               | 0    | 0   | 35 |
| 10       | 7                | 1    | 7   | 42 |
| 11       | 6                | 2    | 12  | 48 |
| 12       | 4                | 3    | 12  | 52 |
| $n = 52$ | $\Sigma dx = 10$ |      |     |    |

1. Calculation of Mean

$$a = x + \frac{\Sigma fdx}{n}$$

$$= 9 + \left(\frac{-10}{52}\right)$$

$$= 9 - 0.19$$

$$= 8.81 \text{ units}$$

2. Calculation of Median

$$M = \text{size of } \left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ items}$$

$$= \text{size of } \left(\frac{52+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ items}$$

size of 26.5<sup>th</sup> items Lies in cf 35 whose corresponding value is 9

$\therefore$  Median = 9 units

3. Z By observation item having maximum frequency is Mode so 9 is having maximum frequency  $\therefore$  Z = 9 units.

Ex. 12 : Calculate mean median and mode for the following distribution

|      |   |   |    |    |    |    |
|------|---|---|----|----|----|----|
| Size | 2 | 4 | 6  | 8  | 10 | 12 |
| f    | 6 | 8 | 16 | 15 | 13 | 6  |

Solution :

| Size     | f                 | mf  | cf |
|----------|-------------------|-----|----|
| 2        | 6                 | 12  | 6  |
| 4        | 8                 | 32  | 14 |
| 6        | 16                | 96  | 30 |
| 8        | 15                | 120 | 45 |
| 10       | 13                | 130 | 58 |
| 12       | 6                 | 72  | 64 |
| $n = 64$ | $\Sigma mf = 462$ |     |    |

1. Calculation of Mean  
Mean by direct method

$$a = \frac{\Sigma mf}{n}$$

$$= \frac{462}{64}$$

$$= 7.22$$

2. Calculation of Median

$$M = \text{size of } \left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ items}$$

$$= \text{size of } \left(\frac{64+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ items}$$

$$= \text{size of } 32.5^{\text{th}} \text{ items}$$

Which lies in Cf 45, Corresponding value of which is 8

$\therefore$  Median = 8 units

3. Calculation of Mode. By Grouping Table

Grouping Table

| Size | f  | Frequency |
|------|----|-----------|
| 2    | 6  | 14        |
| 4    | 8  | 24        |
| 6    | 16 | 31        |
| 8    | 15 | 28        |
| 10   | 13 | 19        |
| 12   | 6  | 19        |

Analysis Table

| S.N. | Size |   |    |    |   |
|------|------|---|----|----|---|
| 1    | 6    |   |    |    |   |
| 2    | 6    | 8 |    |    |   |
| 3    | -    | 8 | 10 | 12 |   |
| 4    | 6    |   |    | 4  | 2 |
| 5    | 6    | 8 |    | 4  |   |
| 6    | 6    | 8 | 10 |    |   |
|      | 5    | 4 | 2  | 1  | 2 |

By grouping and analysis table most repeated size is 6 which repeated 5 items.

$\therefore$  Mode is 6 units

Ex. 13 : Find out mean median and mode from the following series

|      |   |   |    |    |    |    |    |    |
|------|---|---|----|----|----|----|----|----|
| size | 7 | 8 | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| f    | 5 | 8 | 12 | 2  | 7  | 6  | 3  | 2  |

| Size     | f                 | dx/10 | fdx | cf |
|----------|-------------------|-------|-----|----|
| 7        | 5                 | -3    | -15 | 5  |
| 8        | 8                 | -2    | -16 | 13 |
| 9        | 12                | -1    | -12 | 25 |
| 10       | 22                | 0     | 0   | 47 |
| 11       | 7                 | 1     | 7   | 54 |
| 12       | 6                 | 2     | 12  | 60 |
| 13       | 3                 | 3     | 9   | 63 |
| 14       | 2                 | 4     | 8   | 65 |
| $n = 65$ | $\Sigma fdx = -7$ |       |     |    |

Solution : 1. Calculation of Mean

$$a = x + \frac{\Sigma fdx}{n}$$

$$= 10 + \left(\frac{-7}{65}\right)$$

$$= 10 - 0.108$$

$$a = 9.892 \text{ units}$$

Grouping Table

| Size | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  |
|------|----|----|----|----|----|----|
| 7    | 5  | 13 |    | 25 |    |    |
| 8    | 8  |    | 20 |    | 42 | 41 |
| 9    | 12 | 34 |    |    |    |    |
| 10   | 22 |    | 29 |    |    |    |
| 11   | 7  | 13 |    | 35 | 16 |    |
| 12   | 6  |    | 9  |    |    | 11 |
| 13   | 3  |    |    |    |    |    |
| 14   | 2  | 5  |    |    |    |    |

Analysis Table

| Size | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Total |
|------|---|---|---|---|---|---|-------|
| 7    |   |   |   |   | ✓ |   | 1     |
| 8    |   |   |   |   | ✓ | ✓ | 3     |
| 9    |   | ✓ |   |   | ✓ |   | 6     |
| 10   | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | 3     |
| 11   |   |   | ✓ |   | ✓ |   | 1     |
| 12   |   |   |   | ✓ |   |   | 1     |
| 13   |   |   |   |   |   |   |       |
| 14   |   |   |   |   |   |   |       |

Ex.14 : Find out Mean Median and Mode from the following data

|                |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|----------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Height         | 155 | 158 | 160 | 161 | 163 | 164 | 165 | 166 | 168 |
| No. of persons | 3   | 10  | 14  | 20  | 23  | 17  | 11  | 9   | 4   |

Solution :

| Size    | f  | dx/163     | fdx | cf  |
|---------|----|------------|-----|-----|
| 155     | 3  | -8         | -24 | 3   |
| 158     | 10 | -5         | -50 | 13  |
| 160     | 14 | -3         | -42 | 27  |
| 161     | 20 | -2         | -40 | 47  |
| 163     | 23 | 0          | 0   | 70  |
| 164     | 17 | 1          | 17  | 87  |
| 165     | 11 | 2          | 22  | 98  |
| 166     | 9  | 3          | 27  | 107 |
| 168     | 4  | 5          | 20  | 111 |
| n = 111 |    | Σfdx = -70 |     |     |

3. Calculation of Mode by grouping table  
Grouping table

2. Calculation of Median

$$M = \text{size of } \left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ items}$$

$$= \text{size of } \left(\frac{65+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ items}$$

$$= \text{size of } 33^{\text{th}} \text{ items}$$

which lies in cf of 47 whose corresponding value is 10

∴ Median = 10 units

3. Calculation of Mode

From the above analysis table we find that 10 occurs maximum number of times hence modal size is 10 or by observation item 10 having max frequency so mode is 10 units.

1. Calculation of Mean      2. Calculation of Median

$$a = x + \frac{\Sigma f dx}{n}$$

$$= 163 + \left(\frac{-70}{111}\right)$$

$$= 163 + (-.63)$$

$$= 163 - .63$$

$$= 162.37 \text{ Cms}$$

$$M = \text{size of } \left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ items}$$

$$= \text{size of } \left(\frac{111+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ items}$$

= size of 56<sup>th</sup> items which lies in cf of 70 whose corresponding size is 163

∴ Median = 163 cms

| Size | Frequency |    |    |    |    |    |
|------|-----------|----|----|----|----|----|
|      | 1         | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  |
| 155  | 3         |    |    |    |    |    |
| 158  | 10        | 13 |    |    |    |    |
| 160  | 14        |    | 24 |    |    |    |
| 161  | 20        | 34 |    |    |    | 57 |
| 163  | 23        |    | 43 | 60 |    |    |
| 164  | 17        | 40 |    |    | 51 |    |
| 165  | 11        |    | 28 |    |    | 37 |
| 166  | 9         | 20 |    | 24 |    |    |
| 168  | 4         |    | 13 |    |    |    |

By analysis table size 163 occurs maximum times (6) ∴ mode is 163 cms.

| Size | Item Containing Max. frequency |   |   |   |   |   | No. of (freq) |
|------|--------------------------------|---|---|---|---|---|---------------|
|      | 1                              | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |               |
| 155  |                                |   |   |   |   |   |               |
| 158  |                                |   |   |   |   |   |               |
| 160  |                                |   |   |   |   |   | 1             |
| 161  |                                |   | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | 3             |
| 163  | ✓                              | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | 6             |
| 164  |                                | ✓ |   | ✓ | ✓ |   | 3             |
| 165  |                                |   |   |   | ✓ |   | 1             |
| 166  |                                |   |   |   |   |   |               |
| 168  |                                |   |   |   |   |   |               |

Ex. 15 : Following marks are obtained by the students in Maths (out of 100) Calculate Mean, Median and Mode.

|                 |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|-----------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Marks           | 20 | 25 | 30 | 40 | 45 | 50 | 52 | 56 | 60 | 62 |
| No. of students | 2  | 7  | 10 | 17 | 19 | 23 | 9  | 7  | 5  | 1  |

Solution : Calculation of Mean, Median

| Marks | f  | dx/45     | fdx  | cf  |
|-------|----|-----------|------|-----|
| 20    | 2  | -25       | -50  | 2   |
| 25    | 7  | -20       | -140 | 9   |
| 30    | 10 | -15       | -150 | 17  |
| 40    | 17 | -5        | -85  | 34  |
| 45    | 19 | 0         | 0    | 55  |
| 50    | 23 | 5         | 115  | 78  |
| 52    | 9  | 7         | 63   | 87  |
| 56    | 7  | 11        | 77   | 94  |
| 60    | 5  | 15        | 75   | 99  |
| 62    | 1  | 17        | 17   | 100 |
| n=100 |    | Σdx = -78 |      |     |

1. Calculation of Mean

$$a = x + \frac{\Sigma f dx}{n}$$

$$= 45 + \left(\frac{-78}{100}\right)$$

$$= 45 - 7.8$$

$$= 44.22 \text{ marks}$$

2. Calculation of Median

$$M = \text{size of } \left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } \left(\frac{100+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } 50.5^{\text{th}} \text{ items}$$

which lies in c.f. 55 whose corresponding value is 45

∴ Median = 45 marks

3. Calculation of Mode

By observation size 50 having max - frequency so Mode is 50 marks

Ex. 16 : Calculate Mean Median and Mode from the following data

|           |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|-----------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Marks     | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 |
| Frequency | 4  | 5  | 8  | 12 | 15 | 10 | 3  | 2  | 1  |

Solution :

| Marks    | f  | $dx \frac{x-30}{5}$ | fdx | cf |
|----------|----|---------------------|-----|----|
| 10       | 4  | -4                  | -16 | 4  |
| 15       | 5  | -3                  | -15 | 9  |
| 20       | 8  | -2                  | -16 | 17 |
| 25       | 12 | -1                  | -12 | 29 |
| 30       | 15 | 0                   | 0   | 44 |
| 35       | 10 | 1                   | 10  | 54 |
| 40       | 3  | 2                   | 6   | 57 |
| 45       | 2  | 3                   | 6   | 59 |
| 50       | 1  | 4                   | 4   | 60 |
| $n = 60$ |    | $\Sigma fdx = -33$  |     |    |

1. Calculation of Mean.

$$a = x + \frac{\Sigma fdx}{n} \times i$$

$$= 30 + \left(\frac{-33}{60}\right) \times 5$$

$$= 30 - 2.75$$

$$= 27.25 \text{ marks}$$

2. Calculation of Median

$M = \text{size of } \left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$

$= \text{size of } \left(\frac{60+1}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$

$= \text{size of } 30.5^{\text{th}} \text{ item}$

which lies in c.f. 44 whose corresponding value is 30 marks.

3. Calculation of mode by grouping table

| Marks  | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  |
|--------|----|----|----|----|----|----|
| 10-20  | 2  |    |    |    |    |    |
| 20-30  | 4  | 6  |    | 13 |    |    |
| 30-40  | 7  |    | 11 |    |    |    |
| 40-50  | 13 | 20 |    |    | 24 | 38 |
| 50-60  | 18 |    | 31 | 55 |    |    |
| 60-70  | 24 | 42 |    |    | 59 | 50 |
| 70-80  | 17 |    | 41 |    |    |    |
| 80-90  | 9  | 26 |    | 32 |    |    |
| 90-100 | 6  |    | 15 |    |    |    |

By analysis table class 60-70 occurs maximum times (6) therefore modal group is 60-70

$$Z = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$$

$$= 60 + \frac{24 - 18}{2 \times 24 - 18 - 17} \times 10$$

$$= 60 + \frac{6 \times 10}{48 - 35}$$

$$= 60 + 4.62$$

Analysis table

| Class  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Total |
|--------|---|---|---|---|---|---|-------|
| 10-20  |   |   |   |   |   |   | -     |
| 20-30  |   |   |   |   |   |   | -     |
| 30-40  |   |   |   |   |   |   | -     |
| 40-50  |   |   |   | ✓ |   |   | 1     |
| 50-60  |   | ✓ |   | ✓ | ✓ |   | 3     |
| 60-70  | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | 6     |
| 70-80  |   |   | ✓ |   | ✓ |   | 3     |
| 80-90  |   |   |   |   |   | ✓ | 1     |
| 90-100 |   |   |   |   |   |   |       |

Mode = 64.62 marks

Ex. 18 : Calculate Mean Median and Mode from the following frequency distribution Monthly 300-325, 325-350, 350-375, 375-400, 400-425, 425-450, 450-475, 475-500 Income in Rs.

| f | 5 | 17 | 80 | 227 | 326 | 248 | 88 | 9 |
|---|---|----|----|-----|-----|-----|----|---|
|---|---|----|----|-----|-----|-----|----|---|

Solution : Calculation of Mean and Median

| Income     | f   | m.v   | 387.5dx | (i)25 | fdx                | cf   |
|------------|-----|-------|---------|-------|--------------------|------|
| 300-325    | 5   | 312.5 | -75     | -3    | -15                | 5    |
| 325-350    | 17  | 337.5 | -50     | -2    | -34                | 22   |
| 350-375    | 80  | 362.5 | -25     | -1    | -80                | 102  |
| 375-400    | 227 | 387.5 | 0       | 0     | 0                  | 329  |
| 400-425    | 326 | 412.5 | 25      | 1     | 326                | 655  |
| 425-450    | 248 | 437.5 | 50      | 2     | 496                | 903  |
| 450-475    | 88  | 462.5 | 75      | 3     | 264                | 991  |
| 475-500    | 9   | 487.5 | 100     | 4     | 36                 | 1000 |
| $n = 1000$ |     |       |         |       | $\Sigma fdx = 993$ |      |

1. Mean by step deviation method

$$a = x + \frac{\Sigma fdx}{n} \times i$$

$$= 387.5 + \frac{993}{1000} \times 25$$

$$= 387.5 + 24.825$$

Mean = Rs. 412.325

3. Calculation of Mode

By observation item 30 having maximum frequency mode is 30 marks.

Continuous Series

Ex. 17 : Calculate Mean Median and Mode from the following data

| Marks           | 10-20 | 20-30 | 30-40 | 40-50 | 50-60 | 60-70 | 70-80 | 80-90 | 90-100 |
|-----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| No. of students | 2     | 4     | 7     | 13    | 18    | 24    | 17    | 9     | 6      |

Solution :

| marks  | f  | m.v | $dx \frac{m-55}{10}$ | fdx | cf  |
|--------|----|-----|----------------------|-----|-----|
| 10-20  | 2  | 15  | -4                   | -8  | 2   |
| 20-30  | 4  | 25  | -3                   | -12 | 6   |
| 30-40  | 7  | 35  | -2                   | -14 | 13  |
| 40-50  | 13 | 45  | -1                   | -13 | 26  |
| 50-60  | 18 | 55  | 0                    | 0   | 44  |
| 60-70  | 24 | 65  | 1                    | 24  | 68  |
| 70-80  | 17 | 75  | 2                    | 34  | 85  |
| 80-90  | 9  | 85  | 3                    | 27  | 94  |
| 90-100 | 6  | 95  | 4                    | 24  | 100 |
| 100    |    |     | $\Sigma fdx = 62$    |     |     |

2. Calculation of Median

$$M = \text{size of } \left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } \left(\frac{100}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

Size of 50<sup>th</sup> item which lies in c.f. 68 whose corresponding class is 60-70 i.e. median class

$$M = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (m - c)$$

$$= 60 + \frac{70 - 60}{24} (50 - 44)$$

$$= 60 + 2.5$$

$$= 62.5 \text{ marks}$$

1. Calculation of Mean

$$a = x + \frac{\Sigma fdx}{n} \times i$$

$$= 55 + 6.2$$

$$= 61.2 \text{ marks}$$

1. Calculation of Median

$$M = \text{size of } \left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } \left(\frac{1000}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

= size of 500<sup>th</sup> item.

which lies in of 400-430 corresponding class 400-430 is median class

$$M = l_1 + \frac{l_2 - l_1}{f} \left( \frac{n}{2} - c \right)$$

$$= 400 + \frac{430 - 400}{326} (500 - 329)$$

$$= 400 + \frac{35}{326} (171)$$

$$= 400 + \frac{4275}{326}$$

$$= 400 + 13.11$$

Median = Rs 413.11

Ex. 19: Calculate Mean Median and Mode from the following data

|                |      |       |       |       |       |       |       |       |
|----------------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Age in year    | 0-10 | 10-20 | 20-30 | 30-40 | 40-50 | 50-60 | 60-70 | 70-80 |
| No. of persons | 15   | 15    | 24    | 22    | 25    | 10    | 5     | 10    |

| Age      | f   | m.v | $\frac{dx}{35}$ | $\frac{f}{10}$ | $fx$ | $cf$ |
|----------|-----|-----|-----------------|----------------|------|------|
| 0-10     | 15  | 5   | 30              | 3              | 45   | 15   |
| 10-20    | 15  | 15  | 20              | 3              | 30   | 30   |
| 20-30    | 24  | 25  | 10              | 1              | 24   | 54   |
| 30-40    | 22  | 35  | 0               | 0              | 0    | 76   |
| 40-50    | 25  | 45  | 10              | 1              | 20   | 100  |
| 50-60    | 10  | 55  | 30              | 3              | 30   | 110  |
| 60-70    | 5   | 65  | 30              | 3              | 15   | 115  |
| 70-80    | 10  | 75  | 40              | 1              | 10   | 125  |
| $\Sigma$ | 125 |     | $\Sigma fx = 2$ |                |      |      |

3. Calculation of Mode by inspection method

class is 400-430 (having most freq)

$$Z = l_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$$

$$= 400 + \frac{326 - 227}{2 \times 326 - 227 - 248} \times 30$$

$$= 400 + \frac{99 \times 30}{177}$$

$$= 400 + 13.98$$

Mode = Rs 413.98

Calculation of Mode by grouping table

| Age   | f1 | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  |
|-------|----|----|----|----|----|----|
| 0-10  | 15 | 30 |    | 54 |    |    |
| 10-20 | 15 |    | 38 |    | 60 |    |
| 20-30 | 24 | 45 |    |    |    | 70 |
| 30-40 | 22 |    | 47 | 57 |    |    |
| 40-50 | 25 | 35 |    |    | 40 |    |
| 50-60 | 10 |    | 15 |    |    | 25 |
| 60-70 | 5  | 15 |    |    |    |    |
| 70-80 | 10 |    |    |    |    |    |

2. Calculation of Median

$$M = \text{size of } \left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } \left(\frac{125}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

size of 62.5 which lies in of 75 whose corresponding class is median class i.e 30 to 40

$$M = l_1 + \frac{l_2 - l_1}{f} (m - c)$$

$$= 30 + \frac{40 - 30}{22} (62.5 - 53)$$

Median = 34.32 years

Analysis Table

| Class | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Total |
|-------|---|---|---|---|---|---|-------|
| 0-10  |   |   |   |   | ✓ |   | 1     |
| 10-20 |   | ✓ |   |   | ✓ | ✓ | 3     |
| 20-30 |   | ✓ | ✓ |   | ✓ | ✓ | 5     |
| 30-40 |   |   | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | 4     |
| 40-50 |   |   |   | ✓ |   |   | 1     |
| 50-60 |   |   |   | ✓ |   |   |       |
| 60-70 |   |   |   |   |   |   |       |
| 70-80 |   |   |   |   |   |   |       |

By analysis table (30-40) class Repeatd 5 items so modal class is 30-40

$$Z_1 = l_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$$

$$= 30 + \frac{22 - 23}{2 \times 22 - 23 - 25} \times 10$$

$$= 30 + \frac{-1}{44 - 48} \times 10$$

$$= 30 + \frac{-1}{-4} \times 10$$

$$= 32.5 \text{ years.}$$

Solution (Calculation of Mean, Median)

1. Calculation of Mean

$$\bar{x} = \frac{\Sigma fx}{n}$$

$$= \frac{350}{125} \times 10$$

$$= 35 \times 0.16$$

$$= 35.16 \text{ years}$$

Ex. 20: Calculate the Mean Median and Mode from the following distribution of wages of 200 workers in a factory

|                |       |       |       |       |       |        |         |         |
|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|---------|---------|
| Wages          | 40-50 | 50-60 | 60-70 | 70-80 | 80-90 | 90-100 | 100-110 | 110-120 |
| No. of workers | 11    | 23    | 40    | 60    | 35    | 16     | 9       | 6       |

Solution: Calculation of Mean, Median

| Wages     | f  | m.v               | dx/75 | i/10 | fdx | df  |
|-----------|----|-------------------|-------|------|-----|-----|
| 40-50     | 11 | 45                | -30   | -3   | -33 | 11  |
| 50-60     | 23 | 55                | -20   | -2   | -46 | 34  |
| 60-70     | 40 | 65                | -10   | -1   | -40 | 74  |
| 70-80     | 60 | 75                | 0     | 0    | 0   | 134 |
| 80-90     | 35 | 85                | 10    | 1    | 35  | 169 |
| 90-100    | 16 | 95                | 20    | 2    | 32  | 185 |
| 100-110   | 9  | 105               | 30    | 3    | 27  | 194 |
| 110-120   | 6  | 115               | 40    | 4    | 24  | 200 |
| $n = 200$ |    | $\Sigma fdx = -1$ |       |      |     |     |

2. Calculation of Median

$$M = \text{size of } \left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } \left(\frac{200}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

= size of 100<sup>th</sup> item which lies in cf 134 corresponding class is 70-80 med class

$$\therefore M = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (m - c)$$

$$= 70 + \frac{80 - 70}{60} (100 - 74)$$

$$= 70 + \frac{10}{60} (26)$$

Rs. 74.33

1. Calculation of Mean

$$a = x + \frac{\Sigma fdx}{n} \times i$$

$$= 75 + \frac{-1}{200} \times 10$$

$$= 75 - 0.05$$

$$= \text{Rs } 74.95$$

3. Calculation of mode By grouping table

| Class   | Frequency |     |    |     |    |     |
|---------|-----------|-----|----|-----|----|-----|
|         | 1         | 2   | 3  | 4   | 5  | 6   |
| 40-50   | 11        |     |    |     |    |     |
| 50-60   | 23        | 34  |    |     |    |     |
| 60-70   | 40        |     | 63 |     |    |     |
| 70-80   | 60        | 100 |    |     |    | 123 |
| 80-90   | 35        |     | 95 |     |    | 135 |
| 90-100  | 16        | 51  |    | 111 |    |     |
| 100-110 | 9         |     | 25 |     | 60 |     |
| 110-120 | 6         | 15  |    |     |    | 31  |

Analysis table

|         | Class having maximum frequency |   |   |   |   |  | No. of times class repeat |
|---------|--------------------------------|---|---|---|---|--|---------------------------|
| 40-50   |                                |   |   |   |   |  |                           |
| 50-60   |                                |   |   | ✓ |   |  | 1                         |
| 60-70   | ✓                              | ✓ |   | ✓ | ✓ |  | 3                         |
| 70-80   | ✓                              | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |  | 6                         |
| 80-90   |                                | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |  | 3                         |
| 90-100  |                                |   | ✓ |   |   |  | 1                         |
| 100-110 |                                |   |   |   |   |  |                           |
| 110-120 |                                |   |   |   |   |  |                           |

By analysis table modal class is 70-80

$$Z = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$$

$$= 70 + \frac{60 - 40}{2 \times 60 - 40 - 35} \times 10$$

$$= 70 + \frac{20 \times 10}{45}$$

$$= 70 + 4.44$$

Mode = Rs 74.44

Ex. 21 : Calculate Mean Median and Mode from the following data

| Wages | 0-10 | 10-20 | 20-25 | 25-30 | 30-40 | 40-50 | 50-60 | 60-65 | 65-67.5 | 67.5-70 | 70-80 |
|-------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|---------|---------|-------|
| f     | 10   | 15    | 10    | 13    | 30    | 32    | 21    | 9     | 4       | 5       | 6     |

Solution :

| Wages     | f                  | M.V | dx/45 | i/10 | fdx | cf  |
|-----------|--------------------|-----|-------|------|-----|-----|
| 0-10      | 10                 | 5   | -40   | -4   | -40 | 10  |
| 10-20     | 15                 | 15  | -30   | -3   | -45 | 25  |
| 20-30     | 23                 | 25  | -20   | -2   | -46 | 48  |
| 30-40     | 30                 | 35  | -10   | -1   | -30 | 78  |
| 40-50     | 32                 | 45  | 0     | 0    | 0   | 110 |
| 50-60     | 21                 | 55  | 10    | 1    | 21  | 131 |
| 60-70     | 18                 | 65  | 20    | 2    | 36  | 149 |
| 70-80     | 6                  | 75  | 30    | 3    | 18  | 155 |
| $n = 155$ | $\Sigma fdx = -86$ |     |       |      |     |     |

1. Calculation of Mean

$$a = x + \frac{\Sigma fdx}{n} \times i$$

$$= 45 + \frac{-86}{155} \times 10$$

$$= 45 - 5.55$$

Rs. 39.45

2. Calculation of Median

$$M = \text{size of } \left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } \left(\frac{155}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

size of 77.5<sup>th</sup> item

which lies in cf 78 whose corresponding class = (30-40) median class

$$= M = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (m - c)$$

$$= 30 + \frac{40 - 30}{30} (77.5 - 48)$$

$$= 30 + \frac{10}{30} (29.5)$$

$$= 30 + 9.83$$

Rs. = 39.83

3. Calculation of Mode by inspection modal class (40-50) having maxi frequency

$$\therefore Z = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$$

$$= 40 + \frac{32 - 30}{2 \times 32 - 30 - 21} \times 10$$

$$= 40 + \frac{20}{13}$$

$$= 40 + 1.54$$

Z = Rs. 41.54

Ex. 22 : Calculate Mean, Median and Mode

| Age | 10-19 | 20-29 | 30-39 | 40-49 | 50-59 | 60-69 |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| f   | 6     | 15    | 12    | 10    | 6     | 3     |

Solution : For calculation of mean, median, mode convert the series into exclusive form by subtracting 0.5 from lower limit & by adding 0.5 in upper limit.

| Age       | f  | M.V            | dx  | i-10 | fdx | cf |
|-----------|----|----------------|-----|------|-----|----|
| 9.5-19.5  | 6  | 14.5           | -20 | -2   | -12 | 6  |
| 19.5-29.5 | 15 | 24.5           | -10 | -1   | -15 | 21 |
| 29.5-39.5 | 12 | 34.5           | 0   | 0    | 0   | 33 |
| 39.5-49.5 | 10 | 44.5           | 10  | 1    | 10  | 43 |
| 49.5-59.5 | 6  | 54.5           | 20  | 2    | 12  | 49 |
| 59.5-69.5 | 3  | 64.5           | 30  | 3    | 9   | 52 |
| $n = 52$  |    | $\sum fdx = 4$ |     |      |     |    |

1. Calculation of Mean

$$a = x + \frac{\sum fdx}{n} \times i$$

$$= 34.5 + \frac{4}{52} \times 10$$

$$= 34.5 + \frac{40}{52}$$

$$= 34.5 + 0.76$$

mean = 35.26 years

3. Calculation of mode by grouping table

| Age       | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  |
|-----------|----|----|----|----|----|----|
| 9.5-19.5  | 6  | 21 |    |    |    |    |
| 19.5-29.5 | 15 |    | 27 | 33 |    |    |
| 29.5-39.5 | 12 | 22 |    |    | 37 |    |
| 39.5-49.5 | 10 |    | 16 |    |    | 28 |
| 49.5-59.5 | 6  | 9  |    | 19 |    |    |
| 59.5-69.5 | 3  |    |    |    |    |    |

Analysis Table

|           | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | No. of Items class report |
|-----------|---|---|---|---|---|---|---------------------------|
| 9.5-19.5  |   |   |   | ✓ |   |   | 1                         |
| 19.5-29.5 | ✓ |   | ✓ | ✓ | ✓ |   | 4                         |
| 29.5-39.5 |   | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |   | 5                         |
| 39.5-49.5 |   | ✓ |   | ✓ | ✓ |   | 3                         |
| 49.5-59.5 |   |   |   | ✓ | ✓ |   | 1                         |
| 59.5-69.5 |   |   |   |   |   |   |                           |

$$Z = L_1 + \frac{f_2}{f_0 + f_2} \times i = 29.5 + \frac{10}{15 + 10} \times 10 = 29.5 + \frac{100}{25} = 29.5 + 4 = 33.5 \text{ units}$$

2. Calculation of Median

$$M = \text{size of } \left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } \left(\frac{52}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } 26^{\text{th}} \text{ item lies in C.F. 33 group whose corresponding class is } 29.5-39.5$$

$$\therefore M = L_1 + \frac{l_2 - L_1}{f} (m - c)$$

$$= 29.5 + \frac{39.5 - 29.5}{12} (26 - 21)$$

$$= 29.5 + \frac{10 \times 5}{12} \text{ or } 29.5 + 4.16$$

$$M = 33.67 \text{ years}$$

From the above analysis table the max frequency is against the group 29.5-39.5

$\therefore$  modal class is 29.5 - 39.5

$$\therefore Z = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$$

$$= 29.5 + \frac{12 - 15}{2 \times 12 - 15 - 10} \times 10$$

$$= 29.5 + \left(\frac{-3}{24 - 25}\right) \times 10$$

$$= 29.5 + \frac{3}{1} \times 10$$

$$= 29.5 + 30 = 59.5 \text{ years}$$

since Mode is beyond modal group so we apply another formula. or  $f_1$  is more than  $f_0$  so we apply another formula.

Ex. 23 : Calculate mean, median and mode for the following data

| Size below | 20 | 30 | 40 | 50 | 60  | 70  | 80  | 90  |
|------------|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|
| f          | 4  | 16 | 56 | 97 | 104 | 137 | 146 | 150 |

Solution : Calculation of mean, median and mode first convert the below series into continuous frequency distribution.

| Size      | f  | M.V             | dx  | i  | fdx | cf  |
|-----------|----|-----------------|-----|----|-----|-----|
| 10-20     | 4  | 15              | -30 | -3 | -12 | 4   |
| 20-30     | 12 | 25              | -20 | -2 | -24 | 16  |
| 30-40     | 40 | 35              | -10 | -1 | -40 | 56  |
| 40-50     | 41 | 45              | 0   | 0  | 0   | 97  |
| 50-60     | 27 | 55              | 10  | 1  | 27  | 124 |
| 60-70     | 13 | 65              | 20  | 2  | 26  | 137 |
| 70-80     | 9  | 75              | 30  | 3  | 27  | 146 |
| 80-90     | 4  | 85              | 40  | 4  | 16  | 150 |
| $n = 150$ |    | $\sum fdx = 20$ |     |    |     |     |

1. Calculation of Mean

$$a = x + \frac{\sum fdx}{n} \times i$$

$$= 45 + \frac{20}{150} \times 10$$

$$= 45 + 1.333$$

$$= 46.333 \text{ unit}$$

2. Calculation of Median

$$M = \text{size of } \left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } \left(\frac{150}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } 75^{\text{th}} \text{ item}$$

which lies in cf 97 whose class is 40-50

$$M = L_1 + \frac{l_2 - L_1}{f} (m - c)$$

$$= 40 + \frac{50 - 40}{41} (75 - 56)$$

$$= 40 + \frac{10}{41} (19)$$

$$= 40 + 4.634$$

$$\text{Median} = 44.634 \text{ units}$$

3. Calculation of Mode

By observation class 40-50 having maximum frequency

$\therefore$  Modal group is 40-50

$$\text{Formula } Z = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$$

$$= 40 + \frac{41 - 40}{2 \times 41 - 40 - 27} \times 10$$

$$= 40 + \frac{1}{82 - 67} \times 10$$

$$= 40 + \frac{10}{15}$$

$$= 40 + 0.67$$

$$Z = 40.67 \text{ units.}$$

Ex. 24 : Calculate Mean Median and Mode from the following

| Marks (above)   | 0   | 10  | 20  | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 |
|-----------------|-----|-----|-----|----|----|----|----|----|----|
| No. of students | 150 | 140 | 100 | 80 | 80 | 70 | 30 | 14 | 0  |

Solution : Convert the series into continuous series

| Class     | f  | M.V.               | dx  | i  | fdx | c.f |
|-----------|----|--------------------|-----|----|-----|-----|
| 0-10      | 10 | 5                  | -30 | -3 | -30 | 10  |
| 10-20     | 40 | 15                 | -20 | -2 | -80 | 50  |
| 20-30     | 20 | 25                 | -10 | -1 | -20 | 70  |
| 30-40     | 0  | 35                 | 0   | 0  | 0   | 70  |
| 40-50     | 10 | 45                 | 10  | 1  | 10  | 80  |
| 50-60     | 40 | 55                 | 20  | 2  | 80  | 120 |
| 60-70     | 16 | 65                 | 30  | 3  | 48  | 136 |
| 70-80     | 14 | 75                 | 40  | 4  | 56  | 150 |
| $n = 150$ |    | $\Sigma f dx = 64$ |     |    |     |     |

2. Calculation of Median

$M = \text{size of } \left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}} \text{ items}$   
 $= \text{size of } \left(\frac{150}{2}\right)^{\text{th}} \text{ items}$   
 $= \text{size of } 75^{\text{th}} \text{ item lies in cf } 80 \text{ whose class is } (40-50)$

$\therefore (40-50) \text{ median class}$

$$M = L_2 + \frac{L_2 - L_1}{f} (m - c)$$

$$= 40 + \frac{50 - 40}{10} (75 - 70)$$

$$= 40 + \frac{10}{10} (5)$$

$$= 40 + 5$$

Median = 45 units

1. Calculation of Mean

$$a = x + \frac{\Sigma f dx}{n} \times i$$

$$= 35 + \frac{64}{150} \times 10$$

$$= 35 + \frac{64}{15}$$

$$= 35 + 4.267$$

mean = 39.267

3. Calculation of Mode by grouping table

| Size  | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  |
|-------|----|----|----|----|----|----|
| 0-10  | 10 |    |    |    |    |    |
| 10-20 | 40 | 50 |    | 70 |    |    |
| 20-30 | 20 |    | 60 |    | 60 |    |
| 30-40 | 0  | 20 |    |    |    | 30 |
| 40-50 | 10 |    | 10 | 50 |    |    |
| 50-60 | 40 | 50 |    |    | 66 |    |
| 60-70 | 16 |    | 56 |    |    | 70 |
| 70-80 | 14 | 30 |    |    |    |    |

From the analysis modal group is not clear class (10-20) & (50-60) both repeated 4 times so series is bi modal hence we apply this formula

$$Z = 3M - 2$$

$$\text{Mean} = 3(45) - 2(39.267)$$

$$= 135 - 78.534$$

$$= 56.466 \text{ units}$$

Analysis table

| Class | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Total |
|-------|---|---|---|---|---|---|-------|
| 0-10  |   | ✓ |   | ✓ |   |   | 2     |
| 10-20 | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |   |   | 4     |
| 20-30 |   |   | ✓ | ✓ |   |   | 2     |
| 30-40 |   |   |   |   |   |   | -     |
| 40-50 |   | ✓ |   |   | ✓ |   | 2     |
| 50-60 | ✓ | ✓ |   | ✓ | ✓ |   | 4     |
| 60-70 |   |   | ✓ | ✓ | ✓ |   | 2     |
| 70-80 |   |   |   |   | ✓ |   | 1     |

Ex. 25 : Calculate Mean, Median, Mode from the following

| Sales (Rs. crores) less than | 20 | 40 | 60 | 80 | 100 |
|------------------------------|----|----|----|----|-----|
| Number of cars               | 8  | 20 | 50 | 70 | 80  |

Solution : First convert the series into exclusive form.

| Sales    | f  | M.V.               | dy  | i/10 | fdx | c.f |
|----------|----|--------------------|-----|------|-----|-----|
| 0-20     | 8  | 10                 | -40 | -4   | -32 | 8   |
| 20-40    | 12 | 30                 | -20 | -2   | -24 | 20  |
| 40-60    | 30 | 50                 | 0   | 0    | 0   | 50  |
| 60-80    | 20 | 70                 | 20  | 2    | 40  | 70  |
| 80-100   | 10 | 90                 | 40  | 4    | 40  | 80  |
| $n = 80$ |    | $\Sigma f dx = 24$ |     |      |     |     |

1. Calculation of Mean

$$a = x + \frac{\Sigma f dx}{n} \times i$$

$$= 50 + \frac{24}{80} \times 10$$

$$= 50 + 3$$

Rs. = 53 (crores)

2. Calculation of Median

$M = \text{size of } \left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$   
 $= \text{size of } \left(\frac{80}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$   
 $= \text{size of } 40^{\text{th}} \text{ item which lies in cf } 50 \text{ so median class } 40-60$

$$\therefore M = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (m - c)$$

$$= 40 + \frac{60 - 40}{30} (40 - 20)$$

$$= 40 + \frac{20}{30} (20)$$

$$= 40 + \frac{40}{3}$$

$$= 40 + 13.33$$

Rs. = 53.33 (crores)

3. By observation modal group is (40-60) having maxi frequency

$$\therefore \text{Mode} = L_1 + \frac{f_1 - f_2}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$$

$$= 40 + \frac{30 - 12}{30 \times 2 - 12 - 20} \times 20$$

$$= 40 + \frac{18}{60 - 32} \times 20$$

$$= 40 + \frac{60}{28}$$

$$= 40 + 2.14$$

Mode = Rs. 52.86 (crores)

Ex. 26 : The following data relates to the profits made by cooler company in Nagpur

| Profits (lakhs) Rs above | 0   | 10  | 20  | 30 | 40 | 50 | 60 |
|--------------------------|-----|-----|-----|----|----|----|----|
| No. of companies         | 238 | 211 | 180 | 93 | 44 | 20 | 9  |

Solution : Convert the series into exclusive form

| Profits   | f  | M.V               | dx/25 | i/10 | fdx | cf  |
|-----------|----|-------------------|-------|------|-----|-----|
| 0-10      | 27 | 5                 | -20   | -2   | -54 | 27  |
| 10-20     | 31 | 15                | -10   | -1   | -31 | 58  |
| 20-30     | 87 | 25                | 0     | 0    | 0   | 145 |
| 30-40     | 49 | 35                | +10   | 1    | 49  | 194 |
| 40-50     | 24 | 45                | +20   | 2    | 48  | 218 |
| 50-60     | 11 | 55                | 30    | 3    | 33  | 229 |
| 60-70     | 9  | 56                | 40    | 4    | 36  | 238 |
| $n = 238$ |    | $\Sigma fdx = 81$ |       |      |     |     |

1. Calculation of Mean

$$a = x + \frac{\Sigma fdx}{n} \times i$$

$$= 25 + \frac{81}{238} \times 10$$

$$= 25 + 3.403 \quad \text{Rs.} = 28.403$$

3. Calculation of mode Grouping table

| Profit | f1 | 2   | 3   | 4  | 5   | 6   |
|--------|----|-----|-----|----|-----|-----|
| 0-10   | 27 |     |     |    |     |     |
| 10-20  | 31 | 58  |     |    |     |     |
| 20-30  | 87 | 136 | 118 |    |     |     |
| 30-40  | 49 |     | 73  | 84 | 167 | 160 |
| 40-50  | 24 | 35  |     |    |     |     |
| 50-60  | 11 |     | 20  |    | 44  |     |
| 60-70  | 9  |     |     |    |     |     |

Analysis table

|       |   |   |   |   |   | Total |
|-------|---|---|---|---|---|-------|
| 0-10  |   |   |   |   |   | 1     |
| 10-20 |   | ✓ | ✓ | ✓ |   | 3     |
| 20-30 | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | 6     |
| 30-40 |   | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | 4     |
| 40-50 |   |   |   |   | ✓ | 1     |
| 50-60 |   |   |   |   |   |       |
| 60-70 |   |   |   |   |   |       |

Ex. 28 : Calculate Mean Median and Mode for the given data

| Temp °c     | -40 to -30, | -30 to -20, | 20 to -10, | 10 to 0, | 0 to 10, | 10-20, | 20-30 |
|-------------|-------------|-------------|------------|----------|----------|--------|-------|
| No. of days | 10          | 28          | 30         | 42       | 65       | 180    | 10    |

Solution:- Calculation of Mean, Median

2. Calculation of Median

M = size of  $\left(\frac{238}{2}\right)$  (m) item

size of 119<sup>th</sup> item lies in cf 145 group of (20-30) med class

$$\therefore M = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (m - c)$$

$$= 20 + \frac{30 - 20}{87} (119 - 58)$$

$$= 20 + \frac{610}{87}$$

$$= 20 + 7.01$$

Rs. = 27.01

By analysis table modal class is 20-30

$$\therefore Z = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$$

$$= 20 + \frac{87 - 31}{2 \times 87 - 31 - 49} \times 10$$

$$= 20 + \frac{56}{174 - 31 - 49} \times 10$$

$$= 20 + \frac{56}{94} \times (10)$$

$$= 20 + 5.96$$

Z = Rs. 25.96

| Temp (°c)  | f   | M.V                | dy  | i  | fdx | c.f |
|------------|-----|--------------------|-----|----|-----|-----|
| -40 to -30 | 10  | (-35)              | -30 | -3 | -30 | 10  |
| -30 to -20 | 28  | (-25)              | -20 | -2 | -56 | 38  |
| -20 to -10 | 30  | (-15)              | -10 | -1 | -30 | 68  |
| -10 to 0   | 42  | (-5)               | 0   | 0  | 0   | 110 |
| 0 to 10    | 65  | 5                  | 10  | 1  | 65  | 175 |
| 10 to 20   | 180 | 15                 | 20  | 2  | 360 | 355 |
| 20 to 30   | 10  | 25                 | 30  | 3  | 30  | 365 |
| $n = 365$  |     | $\Sigma fdx = 339$ |     |    |     |     |

2. Calculation of Median

M = size of  $\left(\frac{365}{2}\right)^{th}$  item

size of 182.5<sup>th</sup> item which lies in (10-20) group

$$\therefore M = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (m - c)$$

$$= 10 + \frac{10}{180} (182.5 - 175)$$

$$= 10 + \frac{10}{180} (7.5)$$

$$= 10 + 0.42$$

$$= 10.42^\circ \text{c}$$

1. Calculation of Mean

$$a = x + \frac{\Sigma fdx}{n} \times i$$

$$= -5 + \frac{339}{365} \times 10$$

$$= -5 + 9.29$$

$$= 4.29^\circ \text{c mean}$$

3. Calculation of Mode

By observation modal group is (10-20)

$$\therefore Z = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$$

$$= 10 + \frac{180 - 65}{2 \times 180 - 65 - 10} \times 10$$

$$= 10 + 4.04$$

$$Z = 14.04^\circ \text{c}$$

Ex. 29 : Compute Mean Median and Mode from the following

| Age           | 0-10 | 10-20 | 20-30 | 30-40 | 40-50 | 50-60 | 60-70 |
|---------------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| No. of person | 20   | 15    | 18    | 22    | 25    | 10    | 15    |

Solution : Computation of Mean, Median

| Age      | f  | M.V                | dx/35 | i/10 | fdx | cf  |
|----------|----|--------------------|-------|------|-----|-----|
| 0-10     | 20 | 5                  | -30   | -3   | -60 | 20  |
| 10-20    | 15 | 15                 | -20   | -2   | -30 | 35  |
| 20-30    | 18 | 25                 | -10   | -1   | -18 | 53  |
| 30-40    | 22 | 35                 | 0     | 0    | 0   | 75  |
| 40-50    | 25 | 45                 | 10    | 1    | 25  | 100 |
| 50-60    | 10 | 55                 | 20    | 2    | 20  | 110 |
| 60-70    | 5  | 65                 | 30    | 3    | 15  | 115 |
| $n = 15$ |    | $\Sigma fdx = -48$ |       |      |     |     |

1. Calculation of Mean

$$a = x + \frac{\Sigma fdx}{n} \times i$$

$$= 35 + \frac{-48}{115} \times 10$$

$$= 35 - 4.174$$

$$= 30.826 \text{ years}$$



2. Calculation of Median

$$M = \text{size of } \left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } \left(\frac{115}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

size of 57.5<sup>th</sup> which lies in cf 75 whose corresponding class is (30-40)

$$\therefore M = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (m - c)$$

$$= 30 + \frac{40 - 30}{22} (57.5 - 53)$$

$$= 30 + \frac{10}{22} (4.5)$$

$$= 30 + 2.045$$

$$M = 32.045 \text{ years}$$

3. Calculation of Mode

By observation class having maximum frequency is modal class i.e (40-50)

$$\therefore Z = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$$

$$= 40 + \frac{25 - 22}{2 \times 25 - 22 - 10} \times 10$$

$$= 40 + \frac{3}{18} \times 10$$

$$= 40 + 1.67$$

$$Z = 41.67 \text{ years}$$

Ex. 30 : Calculate Mean Median and Mode of the following data

|           |     |     |    |    |    |    |    |    |
|-----------|-----|-----|----|----|----|----|----|----|
| More than | 10  | 20  | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 |
| Frequency | 115 | 103 | 88 | 68 | 43 | 23 | 13 | 3  |

Solution : First convert the series into continuous series

| Class     | f  | M.V               | dx  | $\frac{i}{10}$ | fdx | cf  |
|-----------|----|-------------------|-----|----------------|-----|-----|
| 10-20     | 12 | 15                | -30 | -3             | -36 | 12  |
| 20-30     | 15 | 25                | -20 | -2             | -30 | 27  |
| 30-40     | 20 | 35                | -10 | -1             | -20 | 47  |
| 40-50     | 25 | 45                | 0   | 0              | 0   | 72  |
| 50-60     | 20 | 55                | 10  | 1              | 20  | 92  |
| 60-70     | 10 | 65                | 20  | 2              | 20  | 102 |
| 70-80     | 10 | 75                | 30  | 3              | 30  | 112 |
| 80-90     | 03 | 85                | 40  | 4              | 12  | 115 |
| $n = 115$ |    | $\Sigma fdx = -4$ |     |                |     |     |

1. Calculation of Mean

$$a = x + \frac{\Sigma fdx}{n} \times i$$

$$= 45 + \frac{-4}{115} \times 10$$

$$= 45 + \frac{-40}{115}$$

$$= 45 - 0.35$$

$$= 44.65 \text{ units}$$

2. Calculation of Median

$$M = \text{size of } \left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } \left(\frac{115}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

size of 57.5<sup>th</sup> item It lies in c.f. 72 corresponding class is (40 -50) median class

$$\therefore M = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (m - c)$$

$$= 40 + \frac{50 - 40}{25} (57.5 - 47)$$

$$= 40 + \frac{10(10.5)}{25}$$

$$= 40 + 4.2$$

$$M = 44.2 \text{ units}$$

3. Calculation of Mode

By observation class containing maximum frequency is 40-50 i.e. modal class

$$\therefore Z = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$$

$$= 40 + \frac{25 - 20}{2 \times 25 - 20 - 20} \times 10$$

$$= 40 + \frac{5}{50 - 40} \times 10$$

$$= 40 + \frac{5}{10} \times 10$$

$$= 40 + 5$$

$$Z = 45 \text{ units}$$

Ex. 31 : Find the Mean Median Mode from the following data

|       |     |      |       |       |       |       |
|-------|-----|------|-------|-------|-------|-------|
| Class | 4-7 | 8-11 | 12-15 | 16-19 | 20-23 | 24-27 |
| f     | 12  | 23   | 40    | 65    | 17    | 3     |

Solution : Since there is an inclusive class interval distribution we shall convert it into exclusive form by adding.5 and subtracting.5 to upper limit and from lower limit respectively

| Class     | f  | M.V               | $d \times 13.5$ | $\frac{i}{4}$ | fdx | c.f |
|-----------|----|-------------------|-----------------|---------------|-----|-----|
| 3.5-7.5   | 12 | 5.5               | -8              | -2            | -24 | 12  |
| 7.5-11.5  | 23 | 9.5               | -4              | -1            | -23 | 35  |
| 11.5-15.5 | 40 | 13.5              | 0               | 0             | 0   | 75  |
| 15.5-19.5 | 65 | 17.5              | 4               | 1             | 65  | 140 |
| 19.5-23.5 | 17 | 21.5              | 8               | 2             | 34  | 157 |
| 23.5-27.5 | 3  | 25.5              | 12              | 3             | 9   | 160 |
| $n = 160$ |    | $\Sigma fdx = 61$ |                 |               |     |     |

1. Calculation of Mean

$$a = x + \frac{\Sigma fdx}{n} \times i$$

$$= 13.5 + \frac{61}{160} \times 4$$

$$= 13.5 + 1.525$$

$$= 15.025 \text{ units}$$

2. Calculation of Median

$M = \text{size of } \left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$   
 = size of  $\left(\frac{160}{2}\right)^{\text{th}}$  items  
 = size of 80<sup>th</sup> item it lies in c.f. 140 whose class is 15.5 to 19.5 med class  
 $\therefore M = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f}(m - c)$   
 $= 15.5 + \frac{19.5 - 15.5}{65}(80 - 75)$   
 $= 15.5 + 0.3076$   
 $M = 15.8076$

Ex. 32 : Find out Mean Median and Mode for the given series  
 Note : In this problem some items are given in less than and some items are given in group therefore portion of less than will be converted in group and last 3 group will take as it is.

| Marks        | No. of students |
|--------------|-----------------|
| Less than 10 | 12              |
| Less than 20 | 16              |
| Less than 30 | 21              |
| Less than 40 | 25              |
| 40-50        | 28              |
| 50-60        | 20              |
| 60-70        | 22              |

1. Calculation of Mean

$a = x + \frac{\sum fdx}{n} \times i$   
 $= 45 + \frac{-10}{95} \times 10$   
 $= 45 - 1.053a$   
 $= 43.947 \text{ units}$

2. Calculation of Median

$m = \text{size of } \left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$   
 = size of  $\left(\frac{95}{2}\right)^{\text{th}}$  item  
 = size of 47.5<sup>th</sup> item  
 It lies in c.f 53 whose corresponding class is (40-50) med class  
 $\therefore M = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f}(m - c)$   
 $= 40 + \frac{50 - 40}{28}(47.5 - 25)$   
 $= 40 + \frac{10(22.5)}{28}$   
 $= 40 + 8.036$   
 $M = 48.036 \text{ units}$

3. Calculation of Mode

By inspection class having maximum frequency is modal class i.e. 15.5 to 19.5  
 $\therefore Z = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$   
 $= 15.5 + \frac{65 - 40}{2 \times 65 - 40 - 17} \times 4$   
 $= 15.5 + \frac{25 \times 4}{130 - 57}$   
 $= 15.5 + \frac{100}{73}$   
 $= 15.5 + 1.3698$   
 $Z = 16.8698 \text{ unit}$

| Class    | f  | M.V | $\frac{dx - 45}{10}$ | fdx              | cf |
|----------|----|-----|----------------------|------------------|----|
| 0-10     | 12 | 5   | -4                   | -48              | 12 |
| 10-20    | 4  | 15  | -3                   | -12              | 16 |
| 20-30    | 5  | 25  | -2                   | -10              | 21 |
| 30-40    | 4  | 35  | -1                   | -4               | 25 |
| 40-50    | 28 | 45  | 0                    | 0                | 53 |
| 50-60    | 20 | 55  | 0                    | 20               | 73 |
| 60-70    | 22 | 65  | 2                    | 44               | 95 |
| $n = 95$ |    |     |                      | $\sum fdx = -10$ |    |

3. Calculation of Mode by observation modal class is 40-50 (having maximum frequency)

$\therefore Z = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$   
 $= 40 + \frac{28 - 4}{2 \times 28 - 4 - 20} \times 10$   
 $= 40 + \frac{24}{32} \times 10$   
 $= 40 + 7.5$   
 $\text{Mode} = 47.5 \text{ units}$

Ex. 33 : For the following distribution Calculate Mean, Median and Mode  
 Note : Half problem is given in more than form and remaining half is simple continuous form therefore portion of more than will be converted into continuous series remaining will take as it is.

Solution :

| Class         | f   |
|---------------|-----|
| More than 100 | 100 |
| More than 200 | 95  |
| More than 300 | 80  |
| More than 400 | 70  |
| 500-600       | 40  |
| 600-700       | 25  |
| 700-800       | 15  |
| 800-900       | 20  |

1. Calculation of Mean  
 $a = x + \frac{\sum fdx}{n} \times i$   
 $= 550 + \frac{-40}{200} \times 100$   
 $= 550 - 20$   
 $\text{Mean} = 530 \text{ units}$

2. Calculation of Median

$m = \text{size of } \left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$   
 = size of  $\left(\frac{200}{2}\right)^{\text{th}}$  item  
 = size of 100<sup>th</sup> item it lies in c.f. 100 whose corresponding class is 400-500  
 $\therefore M = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f}(m - c)$   
 $= 400 + \frac{500 - 400}{70}(100 - 30)$   
 $= 400 + \frac{100}{70}(70)$   
 $= 400 + 100$   
 $M = 500 \text{ units}$

| Class     | f  |
|-----------|----|
| 100-200   | 5  |
| 200-300   | 15 |
| 300-400   | 10 |
| 400-500   | 70 |
| 500-600   | 40 |
| 600-700   | 25 |
| 700-800   | 15 |
| 800-900   | 20 |
| $n = 200$ |    |

| Class     | f  | m.v                | $\frac{m-550}{100}$ | fdx | cf  |
|-----------|----|--------------------|---------------------|-----|-----|
| 100-200   | 5  | 150                | -4                  | -20 | 5   |
| 200-300   | 15 | 250                | -3                  | -45 | 20  |
| 300-400   | 10 | 350                | -2                  | -20 | 30  |
| 400-500   | 70 | 450                | -1                  | -70 | 100 |
| 500-600   | 40 | 550                | 0                   | 0   | 140 |
| 600-700   | 25 | 650                | 1                   | 25  | 165 |
| 700-800   | 15 | 750                | 2                   | 30  | 180 |
| 800-900   | 20 | 850                | 3                   | 60  | 200 |
| $n = 200$ |    | $\Sigma fdx = -40$ |                     |     |     |

3. Calculation of Mode by observation modal class is 400-500 having max frequency

$$Z = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$$

$$= 400 + \frac{70 - 10}{2 \times 70 - 10 - 40} \times (100)$$

$$= 400 + \frac{60}{140 - 50} \times 100$$

$$= 400 + 66.67$$

$$Z = 466.67 \text{ units}$$

Ex. 34 : Calculate Mean, Median and Mode from the following data

| marks | 0-10 | 10-20 | 20-22 | 22-27 | 27-30 | 30-40 | 40-47 | 47-50 | 50-60 | 60-70 |
|-------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| f     | 10   | 15    | 5     | 17    | 3     | 35    | 18    | 2     | 10    | 5     |

Solution : In this problem the class interval are unequal for the calculations the series should be taken into equal interval.

| Class     | f  | m.v                | dx/i | fdx | c.f. |
|-----------|----|--------------------|------|-----|------|
| 0-10      | 10 | 5                  | -3   | -30 | 10   |
| 10-20     | 15 | 15                 | -2   | -30 | 25   |
| 20-30     | 25 | 2                  | -1   | -25 | 50   |
| 30-40     | 35 | 35                 | 0    | 0   | 85   |
| 40-50     | 20 | 45                 | 1    | 20  | 105  |
| 50-60     | 10 | 55                 | 2    | 20  | 115  |
| 60-70     | 5  | 65                 | 3    | 15  | 120  |
| $n = 120$ |    | $\Sigma fdx = -30$ |      |     |      |

1. Calculation of Mean

$$a = x + \frac{\Sigma fdx}{n} \times i$$

$$= 35 + \frac{-30}{120} \times 10$$

$$= 35 - 2.5$$

$$= 32.5 \text{ unit}$$

2. Calculation of Median

$$M = \text{size of } \left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } \left(\frac{120}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

It lies in c.f. 85 whose corresponding class is (30-40)

$$\therefore M = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (m - c)$$

3. Calculation of Mode

By observation modal group is 30-40 having maxi frequency.

$$Z = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$$

$$= 30 + \frac{35 - 25}{2 \times 35 - 25 - 20} \times 10$$

$$= 30 + \frac{10}{70 - 40} \times 10$$

$$= 30 + \frac{10 - 30}{35} (60 - 50)$$

$$= 30 + \frac{100}{25}$$

$$= 30 + 4$$

$$Z = 34 \text{ units.}$$

$$= 30 + \frac{10}{35} (10)$$

$$= 30 + 2.857$$

$$M = 32.857 \text{ units}$$

Ex. 35 : Find out Mean, Median and Mode for the following

| profits | -5000 to -4000 | -4000 to -3000 | -3000 to -2000 | -2000 to -1000 | -1000 to 0 |
|---------|----------------|----------------|----------------|----------------|------------|
| f       | 3              | 7              | 12             | 14             | 27         |
| Profits | 0-1000         | 1000-2000      | 2000-3000      | 3000-4000      | 4000-5000  |
| f       | 40             | 70             | 105            | 10             | 30         |

Solution :

| Profits in Rs. | f   | m.v                | dx/100 | fdx | c.f. |
|----------------|-----|--------------------|--------|-----|------|
| -5000 to -4000 | 3   | -4500              | -4     | 12  | 3    |
| -4000 to -3000 | 7   | -3500              | -3     | 21  | 10   |
| -3000 to -2000 | 12  | -2500              | -2     | 24  | 22   |
| -2000 to -1000 | 14  | -1500              | -1     | 14  | 36   |
| -1000 to 0     | 27  | 500                | 0      | 0   | 63   |
| 0 to 1000      | 40  | 500                | 1      | 40  | 103  |
| 1000 to 2000   | 70  | 1500               | 2      | 140 | 173  |
| 2000 to 3000   | 105 | 2500               | 3      | 315 | 278  |
| 3000 to 4000   | 10  | 3500               | 4      | 40  | 288  |
| 4000 to 5000   | 30  | 4500               | 5      | 150 | 318  |
| $n = 318$      |     | $\Sigma fdx = 614$ |        |     |      |

1. Calculation of Mean

$$a = x + \frac{\Sigma fdx}{n} \times i$$

$$= -500 + \frac{614}{318} \times (1000)$$

$$= -500 + 1930.8$$

$$= \text{Rs } 143.80$$

2. Calculation of Median

$$M = \text{size of } \left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } \left(\frac{318}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

size of 159<sup>th</sup> item. It lies in cf 173

$\therefore$  med class = 1000 to 2000

$$M = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (m - c)$$

$$= 1000 + \frac{2000 - 1000}{70} (159 - 103)$$

$$= 1000 + \frac{1000}{70} (56)$$

$$= 1000 + 800$$

$$= \text{Median Rs. } 1800/-$$

3. Calculation of Mode

by observation modal group is (2000-3000)

$$Z = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$$

$$= 2000 + \frac{105 - 70}{2 \times 105 - 70 - 10} \times 1000$$

$$= 2000 + \frac{35 \times 1000}{130}$$

$$= 2000 + 269.23$$

$$Z = \text{Rs } 2269.23$$

Ex. 36 : Calculate Mean, Median and Mode for the following class 10-30 30-50 50-70 70-90 90-110 110-130 130-150

|   |   |    |    |    |    |    |   |
|---|---|----|----|----|----|----|---|
| f | 5 | 10 | 18 | 25 | 20 | 15 | 7 |
|---|---|----|----|----|----|----|---|

Solution :

| Class   | f  | m.v       | dx/20 | fdx | cf  |
|---------|----|-----------|-------|-----|-----|
| 10-30   | 5  | 20        | -3    | -15 | 5   |
| 30-50   | 10 | 40        | -2    | -20 | 15  |
| 50-70   | 18 | 60        | -1    | -18 | 33  |
| 70-90   | 25 | 80        | 0     | 0   | 58  |
| 90-110  | 20 | 100       | 1     | 20  | 78  |
| 110-130 | 15 | 120       | 2     | 30  | 93  |
| 130-150 | 7  | 140       | 3     | 21  | 100 |
| n = 100 |    | Σfdx = 18 |       |     |     |

1. Calculation of Mean

$$a = \bar{x} + \frac{\sum fdx}{n} \times i$$

$$= 80 + \frac{18}{100} \times 20$$

$$= 80 + 3.6$$

$$= 83.6 \text{ units}$$

2. Calculation of Median

$$M = \text{size of } \left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } \left(\frac{100}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

= size of 50<sup>th</sup> item which lies in cf 58 so med class (70-90)

$$M = L_1 + \frac{l_2 - L_1}{f} (m - c)$$

$$= 70 + \frac{90 - 70}{25} (50 - 33)$$

$$= 70 + \frac{20}{25} (17)$$

$$= 70 + 13.6$$

$$M = 83.6 \text{ units}$$

3. Calculation of Mode

by observation modal class is 70-90

$$Z = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$$

$$= 70 + \frac{25 - 18}{2 \times 25 - 18 - 20} \times 20$$

$$= 70 + \frac{7}{50 - 38} \times 20$$

$$= 70 + 11.67$$

$$Z = 81.67 \text{ units}$$

Exercise - Simple series

Calculate Mean Median, Mode.

- Income in Rs. 30, 60, 40, 50, 70, 80, 90, 45, 20, 25.
- Marks scored 40 42 45 50 65 60 62 70 80 75 46 52 55 57 64 76 78 63 61 35.
- Age in years 12 14 15 16 18 20 22 17 13 19
- Temp °c 20 18 22 24 30 35 42 40 41 46 47 45
- m 25 30 35 32 42 70 75 72 82 80 85 87 90 95 60
- m 50 60 70 80 90 100 110 120 130 140 150 160 170 180 190 200 210 220 230 240
- m 200 300 105 110 250 230 120 125 150 50 100 210
- m 5000 4500 3000 4000 3500 6000 6500 5500 2500 2000
- m 5 20 35 50 60 90 100 75 125 150 200 250
- m 22 33 26 15 19 50 54 30 40 35
- m 20 28 34 39 42 50 90 84 76 74 64 72 59 54 53
- m 168 160 155 157 158 162 165 163 164 151
- m 50 60 40 100 120 110 130 45 55 80
- m 15 46 43 35 56 60 64 85 80 75 81 40 55 48 49 47
- m 10 30 55 63 61 58 62 70 67 68 72 74 75 73 71 74

Discrete Series Calculate Mean, Median and Mode for the following data.

- |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |     |
|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| m | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 |
| f | 15 | 12 | 10 | 8  | 4  | 4  | 3  | 5  | 2  | 2   |
- |   |     |     |     |     |     |     |     |     |     |      |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| m | 100 | 200 | 300 | 400 | 500 | 600 | 700 | 800 | 900 | 1000 |
| f | 50  | 35  | 45  | 15  | 20  | 13  | 12  | 10  | 7   | 3    |
- |   |    |    |    |    |    |    |    |
|---|----|----|----|----|----|----|----|
| m | 09 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| f | 2  | 4  | 5  | 7  | 10 | 9  | 3  |
- |   |   |    |    |    |    |    |    |
|---|---|----|----|----|----|----|----|
| m | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 |
| f | 4 | 14 | 22 | 30 | 20 | 08 | 02 |
- |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |     |
|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| m | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 |
| f | 5  | 8  | 10 | 12 | 07 | 6  | 4  | 2  | 4  | 2   |

|       |     |     |     |     |     |     |     |     |    |    |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|----|
| e) m  | 10  | 12  | 14  | 16  | 18  | 20  |     |     |    |    |
| f     | 3   | 7   | 12  | 20  | 8   | 5   |     |     |    |    |
| 7) m  | 5   | 15  | 25  | 5   | 45  | 55  | 65  |     |    |    |
| f     | 4   | 8   | 11  | 15  | 12  | 6   | 3   |     |    |    |
| 8) m  | 58  | 59  | 60  | 61  | 62  | 63  | 64  | 65  | 66 |    |
| f     | 15  | 20  | 32  | 35  | 33  | 22  | 20  | 10  | 8  |    |
| 9) m  | 50  | 75  | 100 | 125 | 150 | 175 | 200 |     |    |    |
| f     | 5   | 6   | 2   | 1   | 3   | 2   | 1   |     |    |    |
| 10) m | 150 | 200 | 250 | 300 | 350 | 400 | 450 |     |    |    |
| f     | 14  | 12  | 10  | 8   | 6   | 4   | 2   |     |    |    |
| 11) m | 100 | 200 | 300 | 400 | 500 | 600 | 700 | 800 |    |    |
| f     | 2   | 20  | 50  | 95  | 130 | 80  | 55  | 40  |    |    |
| 12) m | 5   | 10  | 15  | 20  | 25  | 30  | 35  | 40  | 45 | 50 |
| f     | 20  | 43  | 75  | 67  | 62  | 55  | 29  | 19  | 8  | 6  |
| 13) m | 9   | 18  | 27  | 36  | 45  | 54  | 63  | 72  | 81 | 90 |
| f     | 10  | 13  | 20  | 25  | 40  | 30  | 15  | 10  | 6  | 6  |
| 14) m | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 10  | 11  | 12 |    |
| f     | 7   | 12  | 15  | 25  | 20  | 10  | 16  | 1   | 4  |    |
| 15) m | 40  | 45  | 50  | 55  | 60  | 65  | 70  | 75  | 80 | 85 |
| f     | 6   | 10  | 16  | 22  | 20  | 24  | 12  | 10  | 8  | 3  |

Continuous series Calculate Mean, Median, Mode

|      |      |       |       |       |       |       |       |       |       |        |
|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 1) m | 0-10 | 10-20 | 20-30 | 30-40 | 40-50 | 50-60 | 60-70 | 70-80 |       |        |
| f    | 12   | 13    | 20    | 20    | 15    | 10    | 5     | 5     |       |        |
| 2) m | 20   | 30    | 40    | 50    | 60    | 70    | 80    | 90    |       |        |
| f    | 5    | 20    | 15    | 30    | 60    | 20    | 13    | 12    |       |        |
| 3) m | 0-10 | 10-20 | 20-30 | 30-40 | 40-50 | 50-60 | 60-70 | 70-80 | 80-90 | 90-100 |
| f    | 3    | 5     | 6     | 4     | 6     | 5     | 7     | 5     | 6     | 3      |

|                                   |         |         |         |         |         |         |         |         |     |
|-----------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|-----|
| 4) m                              | 0-10    | 10-20   | 20-30   | 30-40   | 40-50   | 50-60   | 60-70   |         |     |
| f                                 | 10      | 12      | 24      | 32      | 28      | 11      | 3       |         |     |
| 5) m                              | 270-280 | 280-290 | 290-300 | 300-310 | 310-320 | 320-330 | 330-340 | 340-350 |     |
| f                                 | 12      | 18      | 35      | 42      | 50      | 45      | 20      | 8       |     |
| 6) Wages in rs less than          | 50      | 120     | 190     | 260     | 330     | 400     |         |         |     |
| No. of persons                    | 20      | 40      | 70      | 80      | 95      | 100     |         |         |     |
| 7) less than                      | 5       | 10      | 15      | 20      | 25      | 30      | 35      | 40      | 45  |
| No. of students                   | 29      | 224     | 465     | 582     | 634     | 644     | 650     | 653     | 655 |
| 8) Age in yrs under               | 10      | 20      | 30      | 40      | 50      | 60      | 70      | 80      |     |
| No. of person                     | 5       | 15      | 30      | 60      | 80      | 90      | 96      | 100     |     |
| 9) Marks less than                | 25      | 30      | 35      | 40      | 45      | 50      | 55      | 60      | 65  |
| No. of students                   | 6       | 18      | 35      | 63      | 75      | 85      | 93      | 98      | 100 |
| 10) Runs scored less than         | 20      | 40      | 60      | 80      | 100     | 120     | 140     | 160     | 180 |
| No. of batsman                    | 6       | 25      | 65      | 88      | 153     | 236     | 291     | 311     | 320 |
| 11) Marke above                   | 0       | 10      | 20      | 30      | 40      | 50      | 60      | 70      | 80  |
| No. of students                   | 150     | 140     | 100     | 80      | 80      | 70      | 30      | 14      | 0   |
| 12) Age in years                  | 55      | 50      | 45      | 40      | 35      | 30      | 25      | 20      |     |
| No. of persons                    | 32      | 78      | 144     | 259     | 263     | 449     | 494     | 525     |     |
| 13) Ht in chess above             | 48      | 50      | 52      | 54      | 56      | 58      |         |         |     |
| No. of person                     | 100     | 80      | 65      | 30      | 17      | 8       |         |         |     |
| 14) Marks more than               | 0       | 10      | 20      | 30      | 40      | 50      | 60      | 70      |     |
| No. of students                   | 100     | 90      | 75      | 50      | 20      | 10      | 5       | 0       |     |
| 15) Profit in 000 Rs more than 10 | 20      | 30      | 40      | 50      | 60      | 70      | 80      | 90      |     |
| No. of firms                      | 100     | 97      | 90      | 70      | 40      | 25      | 15      | 8       | 3   |

## गुणोत्तर माध्य व हरात्मक माध्य

### Geometric Mean And Harmonic Mean

गुणोत्तर माध्य व हरात्मक माध्य ही दोन माध्ये समांतर माध्याप्रमाणेच गणितीय स्वरूपाची आहेत. पदमालेच्या प्रकारप्रमाणे त्यांचे गणन कसे करतात हे समजावून घेऊ.

वैयक्तिक पदमालेत गुणोत्तर माध्य आणि हरात्मक माध्य काढण्यासाठी पुढील पध्दतीचा अवलंब केला जातो.

#### 1. गुणोत्तर माध्य (Geometric Mean) काढणे

##### अ) प्रत्यक्ष पध्दती (Direct Method):-

या पध्दतीचा अवलंब अगदी लहान पदमालेच्या बाबतीत करतात. दोन संख्या असल्यास त्यांच्या गुणाकाराचे वर्गमूळ किंवा तीन संख्या असल्यास त्यांचा गुणाकाराचे घनमूळ इत्यादी काढून गुणोत्तर माध्य शोधून काढतात. त्यासाठी खालील सूत्राचा अवलंब करावा लागेल.

$$G.M. = \sqrt[m_1 \times m_2 \times m_3 \times m_4 \times \dots \times m_n]$$

##### ब) लघु मापक पध्दती (Logarithms Method)

या पध्दतीचा उपयोग कितीही मोठ्या पदमालेकरिता करता येतो. या पध्दतीत पदमालेतील प्रत्येक मूल्यासाठी छेदसारणीचा (Log Tabel) उपयोग करून लघु गुणक शोधून काढतात व त्यांची बेरीज करून  $\Sigma \log$  काढतात. या बेरजेला एकूण पदसंख्येने (n) भाग देऊन आलेल्या संख्येचा प्रतिलघु गुणक (Anti-Log) शोधून काढतात. यालाच 'गुणोत्तर माध्य' असे म्हणतात. यासाठी पुढील सूत्राचा उपयोग केला जातो.

$$\text{Geometric Mean (G.M.)} = \text{Antilog of } \left( \frac{\Sigma \log}{n} \right)$$

Where  $\Sigma \log m$  stands for total of logs of variables

n stands for number of items

#### 2. हरात्मक माध्य (Harmonic Mean):-

##### अ) प्रत्यक्ष पध्दती (Direct Method):-

ज्यावेळी पदमालेतील संख्या कमी व पूर्णांकात असतात तसेच त्यांचे मूल्य आकाराने कमी असते अशा वेळी या पध्दतीचा अवलंब करतात. या पध्दतीत पदमालेतील प्रत्येक पद संख्येने एकाला  $\left(\frac{1}{m_i}\right)$  भाग देऊन येणा-या संख्यांच्या बेरजेने एकूण पदसंख्येला भाग देतात. त्यासाठी पुढील सूत्राचा उपयोग केला जातो.

##### हरात्मक माध्य (Harmonic Mean)

$$HM = \frac{n}{\left( \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_3} + \dots + \frac{1}{m_n} \right)}$$

##### ब) व्युत्क्रम सारणी पध्दती (Reciprocal Method):-

जेव्हा पदमाला ही मोठी असते तसेच पदमालेत अनेक लहान-मोठ्या आकाराची आणि अपूर्णाकातील पदे असतात तेव्हा व्युत्क्रम सारणी पध्दतीचा उपयोग केला जातो. या पध्दतीत पदमालेतील प्रत्येक पद मूल्याकरिता व्युत्क्रम काढून त्याच्या बेरजेला एकूण पदसंख्येने भाग देतात व या प्रकारे प्राप्त केलेल्या संख्येचा पुन्हा व्युत्क्रम काढतात. यालाच हरात्मक माध्य असे म्हणतात. व्युत्क्रम काढण्यासाठी व्युत्क्रम सारणीचा उपयोग केला जातो.

सुत्र

$$HM = \text{Reciprocal of } \left( \frac{\Sigma \text{Reciprocal}}{n} \right)$$

##### Individual series

Ex. 1 : Calculate Geometric mean (G.M.) and Harmonic mean (H.M.) of the following series

Weight kg 52 58 60 61 63 64 70 74 80 85

Solution :

Calculation of G.M.

Calculation of H.M.

| weight in kg (m) | log                       |
|------------------|---------------------------|
| 52               | 1.7160                    |
| 58               | 1.7634                    |
| 60               | 1.7782                    |
| 61               | 1.7853                    |
| 63               | 1.7993                    |
| 64               | 1.8062                    |
| 70               | 1.8451                    |
| 74               | 1.8692                    |
| 80               | 1.9031                    |
| 85               | 1.9294                    |
| $n = 10$         | $\Sigma \log m = 18.1652$ |

| Weight                             | Reciprocal |
|------------------------------------|------------|
| 52                                 | 0.01923    |
| 58                                 | 0.01724    |
| 60                                 | 0.01666    |
| 61                                 | 0.01639    |
| 63                                 | 0.01587    |
| 64                                 | 0.01562    |
| 70                                 | 0.01428    |
| 74                                 | 0.01351    |
| 80                                 | 0.0125     |
| 85                                 | 0.01176    |
| $\Sigma \text{Reci. } m = 0.15306$ |            |

G.M. = Anti-log of  $\left(\frac{\Sigma \log}{n}\right)$

= Anti-log of  $\left(\frac{18.1652}{10}\right)$

= Anti-log of (1.81652)

G.M. = 65.54 kg.

H.M. = Reciprocal of  $\left(\frac{\Sigma \text{Reciprocal}}{n}\right)$

= Reciprocal of  $\left(\frac{0.15306}{10}\right)$

= Reciprocal (0.01530)

H.M. = 65.33 kg

Ex. 2 : Calculate G.M and H.M of the following values

M = 1, 7, 18, 65, 91, 103, 375, 115, 92, 29.

Solution : Calculation of G.M.

| M        | Log                       | Reciprocal                           |
|----------|---------------------------|--------------------------------------|
| 1        | 0.0000                    | 1.00000                              |
| 7        | 0.8451                    | 0.142857                             |
| 18       | 1.2553                    | 0.055555                             |
| 65       | 1.8129                    | 0.0153846                            |
| 91       | 1.8129                    | 0.01098901                           |
| 103      | 2.0120                    | 0.00266666                           |
| 375      | 2.5740                    | 0.00869565                           |
| 115      | 2.0607                    | 0.00869565                           |
| 92       | 1.9638                    | 0.01086956                           |
| 29       | 1.4624                    | 0.03448275                           |
| $n = 10$ | $\Sigma \log m = 15.9452$ | $\Sigma \text{Reci. } m = 1.2912089$ |

G.M. = Anti-log of  $\left(\frac{\Sigma \log}{n}\right)$

= Anti-log of  $\left(\frac{15.9452}{10}\right)$

= Anti-log of (1.59452)

G.M. = 39.31

Calculation of H.M.

H.M. = Reciprocal of  $\left(\frac{\Sigma \text{Reciprocal}}{n}\right)$

= Reciprocal of  $\left(\frac{1.2912089}{10}\right)$

= Reciprocal (0.1291208)

H.M. = 7.744680

Ex. 3 : Calculate the G.M and H.M of the following series

Sales (Rs) 5000 6500 8900 10400 13300

Solution: Calculation of G.M and H.M

| S. No.  | Sales Rs.                 | Log m                                  | Reciprocal M |
|---------|---------------------------|--|--------------|
| 1       | 5000                      | 3.6990                                 | 0.0002       |
| 2       | 6500                      | 3.8129                                 | 0.000158     |
| 3       | 8900                      | 3.9494                                 | 0.00011235   |
| 4       | 10400                     | 4.0170                                 | 0.00009615   |
| 5       | 13300                     | 4.1239                                 | 0.00007518   |
| $n = 5$ | $\Sigma \log m = 19.6022$ | $\Sigma \text{Reci. } m = 0.000637487$ |              |

G.M. = Anti-log of  $\left(\frac{\Sigma \log}{n}\right)$

= Anti-log of  $\left(\frac{19.6022}{5}\right)$

= Anti-log of 3.92044

G.M. = Rs 8326.0

H.M. = Reciprocal of  $\left(\frac{\Sigma \text{Reciprocal}}{n}\right)$

= Reciprocal of  $\left(\frac{0.000637487}{5}\right)$

= Reciprocal 0.00012749

H.M. = Rs. 7843.73

Ex. 4 : Find out Geometric mean and Harmonic mean for the following series

m = 500 75 85 70 8 375 800 90

Solution : Calculation of G.M and H.M

| S. No. | m.                       | log.                                | Reciprocal |
|--------|--------------------------|-------------------------------------|------------|
| 1      | 500                      | 2.6990                              | 0.002      |
| 2      | 75                       | 1.8751                              | 0.013333   |
| 3      | 85                       | 1.9294                              | 0.0117647  |
| 4      | 70                       | 1.8451                              | 0.0142857  |
| 5      | 8                        | 0.9031                              | 0.125      |
| 6      | 375                      | 2.5740                              | 0.0026666  |
| 7      | 800                      | 2.9031                              | 0.00125    |
| 8      | 90                       | 1.9542                              | 0.011111   |
|        | $\Sigma \log m = 16.683$ | $\Sigma \text{Reci. } m = 0.181411$ |            |

G.M = Anti-log of  $\left(\frac{\Sigma \log}{n}\right)$

= Anti-log of  $\left(\frac{16.683}{8}\right)$

= Anti-log of 2.0853

G.M = 121.7

H.M = Reciprocal of  $\left(\frac{\Sigma \text{Reciprocal}}{n}\right)$

= Reciprocal of  $\left(\frac{0.181411}{5}\right)$

= Reciprocal 0.0362822

H.M = 27.56

Ex.5 : Calculate G.M and H.M from the following data

m = 800 1500 2000 2500 3000 850 275 325

Solution : Calculation of G.M and H.M

| Values M | log M.                      | Reciprocal M                           |
|----------|-----------------------------|--|
| 800      | 2.9031                      | 0.00125                                |
| 1500     | 3.1761                      | 0.0006666                              |
| 2000     | 3.3010                      | 0.0005                                 |
| 2500     | 3.3979                      | 0.0004                                 |
| 3000     | 3.4771                      | 0.0003333                              |
| 850      | 2.4393                      | 0.003636                               |
| 275      | 2.4393                      | 0.003636                               |
| 325      | 2.5119                      | 0.0030769                              |
| n = 8    | $\Sigma \log m$<br>=24.1358 | $\Sigma \text{Reci. } m$<br>=0.0110385 |

$$\text{G.M} = \text{Anti-log of } \left( \frac{\Sigma \log}{n} \right)$$

$$= \text{Anti-log } \left( \frac{24.1358}{8} \right)$$

$$= \text{Anti-log } (3.01697)$$

$$\text{G.M} = 1040.0$$

$$\text{H.M} = \text{Reciprocal of } \left( \frac{\Sigma \text{Reciprocal}}{n} \right)$$

$$= \text{Reciprocal of } \left( \frac{0.0110385}{8} \right)$$

$$= \text{Reciprocal of } 0.001378$$

$$\text{H.M} = 724.7427$$

Ex. 6 : Calculate G.M and H.M of the following values

Daily Wages in Rs. 250 500 75 42 40 37 10 70 85 8

Solution : Calculation of G.M and H.M

| Daily Wages Rs. | log m                       | Reciprocal M                         |
|-----------------|-----------------------------|--------------------------------------|
| 250             | 2.3979                      | 0.004                                |
| 500             | 2.6990                      | 0.002                                |
| 75              | 1.8751                      | 0.0133                               |
| 42              | 1.6232                      | 0.0238                               |
| 40              | 1.6021                      | 0.025                                |
| 37              | 1.5682                      | 0.0270                               |
| 10              | 1.0000                      | 0.1000                               |
| 70              | 1.8451                      | 0.01428                              |
| 85              | 1.9294                      | 0.01176                              |
| 8               | 0.9031                      | 0.125                                |
| n = 10          | $\Sigma \log m$<br>=17.4431 | $\Sigma \text{Reci. } m$<br>=0.34614 |

$$\text{G.M.} = \text{Anti-log of } \left( \frac{\Sigma \log}{n} \right)$$

$$= \text{Anti-log of } \left( \frac{17.4431}{10} \right)$$

$$= \text{Anti-log of } (1.74431)$$

$$\text{G.M} = \text{Rs } 55.50$$

$$\text{H.M} = \text{Reciprocal of } \left( \frac{\Sigma \text{Reciprocal}}{n} \right)$$

$$= \text{Reciprocal of } \left( \frac{0.34614}{10} \right)$$

$$= \text{Reciprocal of } 0.034614$$

$$\text{H.M} = \text{Rs } 28.89$$

Ex. 7 : Find out Geometric mean and Harmonic mean from the given values.

M = 42 95 30 25 310 135 10 220 97 415

Solution : Calculation of G.M and H.M

| Values (m) | log m                       | Reciprocal m                             |
|------------|-----------------------------|--|
| 42         | 1.6232                      | 0.0238095                                |
| 95         | 1.9777                      | 0.01052631                               |
| 30         | 1.4771                      | 0.0333333                                |
| 25         | 1.3979                      | 0.04                                     |
| 310        | 2.4914                      | 0.00322580.                              |
| 135        | 2.1303                      | 0.00740740                               |
| 10         | 1.0000                      | 0.1                                      |
| 220        | 2.3424                      | 0.00454545                               |
| 97         | 1.9868                      | 0.01030927                               |
| 415        | 2.6180                      | 0.002409638                              |
|            | $\Sigma \log m$<br>=19.0448 | $\Sigma \text{Reci. } m$<br>=0.235566368 |

$$\text{G.M} = \text{Anti-log of } \left( \frac{\Sigma \log}{n} \right)$$

$$= \text{Anti-log } \left( \frac{19.0448}{10} \right)$$

$$= \text{Anti-log } (1.90448)$$

$$\text{G.M} = 80.24$$

$$\text{H.M} = \text{Reciprocal of } \left( \frac{\Sigma \text{Reciprocal}}{n} \right)$$

$$= \text{Reciprocal of } \left( \frac{0.235566368}{10} \right)$$

$$= \text{Reciprocal of } 0.0235566$$

$$\text{H.M} = 42.45$$

Ex. 8 : Calculate Harmonic mean and Geometric mean from the given values

M = 20498 15491 14374 120674 1238 192 310 45 10 5

Solution : Calculation of G.M and H.M

| M      | log m                       | Reciprocal M                             |
|--------|-----------------------------|--|
| 20498  | 4.3115                      | 0.0000488                                |
| 15491  | 4.1900                      | 0.00006455                               |
| 14374  | 4.1574                      | 0.00006957                               |
| 120674 | 5.0813                      | 0.00000829                               |
| 1238   | 3.0927                      | 0.000807754                              |
| 192    | 2.2833                      | 0.00520833                               |
| 310    | 2.4914                      | 0.00322580                               |
| 45     | 1.6532                      | 0.02222221                               |
| 10     | 1.0000                      | 0.10                                     |
| 5      | 0.6990                      | 0.20                                     |
| n = 10 | $\Sigma \log m$<br>=28.9598 | $\Sigma \text{Reci. } m$<br>=0.331655094 |

$$\text{G.M} = \text{Anti-log of } \left( \frac{\Sigma \log}{n} \right)$$

$$= \text{Anti-log } \left( \frac{28.9598}{10} \right)$$

$$= \text{Anti-log } 2.89598$$

$$\text{G.M} = 786.8$$

$$\text{H.M} = \text{Reciprocal of } \left( \frac{\Sigma \text{Reciprocal}}{n} \right)$$

$$= \text{Reciprocal of } \left( \frac{0.331655094}{10} \right)$$

$$= \text{Reciprocal of } 0.033165$$

$$\text{H.M} = 30.1518$$



Ex. 9 : Find G.M and H.M from the following data

M = 192258 28994 35 22000 5366 594 6 263 1568

Solution : Calculation of G.M and H.M

| M      | log m             | Reciprocal M                |
|--------|-------------------|-----------------------------|
| 192258 | 5.2837            | 0.00000520                  |
| 28994  | 4.4623            | 0.000034489                 |
| 35     | 1.5441            | 0.028571428                 |
| 22000  | 4.3424            | 0.0000454545                |
| 5366   | 3.7297            | 0.000186358                 |
| 594    | 2.7738            | 0.00168350                  |
| 6      | 0.7782            | 0.16666666                  |
| 263    | 2.4200            | 0.00380228                  |
| 1568   | 3.1953            | 0.0006377551                |
| n = 9  | Σ log m = 28.5295 | Σ Reciprocal m = 0.20163246 |

$$G.M = \text{Anti-log of } \left( \frac{\Sigma \log}{n} \right)$$

$$= \text{Anti-log of } \left( \frac{28.5095}{9} \right)$$

$$= \text{Anti-log of } 3.1699$$

$$= 1479.00$$

$$H.M = \text{Reciprocal of } \left( \frac{\Sigma \text{Reciprocal}}{n} \right)$$

$$= \text{Reciprocal of } \left( \frac{0.20163246}{9} \right)$$

$$= \text{Reciprocal of } (0.022403)$$

$$H.M = 44.6368$$

Ex. 10 : Calculate G.M and H.M for the following values

m = 5038 258 888 554 1228 40 58 7 310

Solution : Calculation of G.M and H.M

| M     | log m             | Reciprocal M               |
|-------|-------------------|----------------------------|
| 5038  | 3.7023            | 0.000198                   |
| 258   | 2.4116            | 0.003875                   |
| 888   | 2.9484            | 0.0011261                  |
| 554   | 2.9484            | 0.0011261                  |
| 1228  | 3.0892            | 0.0008143                  |
| 40    | 1.6021            | 0.025                      |
| 58    | 1.7634            | 0.017241                   |
| 7     | 0.8451            | 0.142857                   |
| 310   | 2.4914            | 0.003225                   |
| n = 9 | Σ log m = 21.5970 | Σ Reciprocal m = 0.1961422 |

$$G.M = \text{Antilog of } \left( \frac{\Sigma \log}{n} \right)$$

$$= \text{Antilog } \left( \frac{21.597}{9} \right)$$

$$= \text{Antilog } (2.39966)$$

$$= 250.9$$

$$H.M = \text{Reciprocal } \left( \frac{\Sigma \text{Reciprocal}}{n} \right)$$

$$= \text{Reciprocal of } \left( \frac{0.1961422}{9} \right)$$

$$= \text{Reciprocal of } 0.0217935$$

$$= 45.8852$$

Ex. 11 : Calculate G.M and H.M for the following data

M 0.874 0.989 0.012 0.008 0.0009 0.00007 9.778 4898.3 178.7 89.8 1238

Solution : Calculation of G.M and H.M

| M       | log m            | Reciprocal M                 |
|---------|------------------|------------------------------|
| 0.874   | 1.9414           | 1.1441647                    |
| 0.989   | 1.9952           | 1.0111223                    |
| 0.012   | 2.0792           | 83.33333                     |
| 0.008   | 3.9031           | 125.00                       |
| 0.0009  | 4.9542           | 0.111111                     |
| 0.00007 | 5.8451           | 142857142                    |
| 9.7     | 0.9868           | 0.103092                     |
| 78.4    | 1.8943           | 0.0127551                    |
| 898.3   | 2.9534           | 0.00111321                   |
| 178.7   | 2.2521           | 0.0055959                    |
| 89.8    | 1.9533           | 0.01113585                   |
| 1238.0  | 3.0927           | 0.00080775                   |
| n = 12  | Σ log m = 1.8509 | Σ Reciprocal m = 15607.44507 |

$$G.M = \text{Antilog of } \left( \frac{\Sigma \log}{n} \right)$$

$$= \text{Antilog } \left( \frac{1.8509}{12} \right)$$

$$= \text{Antilog } 0.1542$$

$$= 1.427$$

$$H.M = \text{Reciprocal of } \left( \frac{\Sigma \text{Reciprocal}}{n} \right)$$

$$= \text{Reciprocal of } \left( \frac{15607.44507}{12} \right)$$

$$= \text{Reciprocal of } 1300.6204$$

$$H.M = .0007688$$

Ex.12 : Calculate G.M and H.M for the given values

m = 0.4786 0.0324 0.0067 8.75 275.63 5831 759448

Solution : Calculation of G.M and H.M

| M        | log m            | Reciprocal m                |
|----------|------------------|-----------------------------|
| 0.4786   | 1.6799           | 2.0894274                   |
| 0.0324   | 2.5105           | 30.8641975                  |
| 0.0067   | 3.8261           | 149.253731                  |
| 8.75     | 0.9420           | 0.11428571                  |
| 275.63   | 2.4402           | 0.00362805                  |
| 5831.0   | 3.7658           | 0.000171497                 |
| 759448.0 | 5.8804           | 0.00000131674               |
| n = 7    | Σ log m = 9.0449 | Σ Reciprocal m = 182.325442 |

$$G.M = \text{Antilog of } \left( \frac{\Sigma \log}{n} \right)$$

$$= \text{Antilog of } \left( \frac{9.0449}{7} \right)$$

$$= \text{Antilog of } 1.2921$$

$$G.M = 19.59$$

$$H.M = \text{Reciprocal of } \left( \frac{\Sigma \text{Reciprocal}}{n} \right)$$

$$= \text{Reciprocal of } \left( \frac{182.325442}{7} \right)$$

$$= \text{Reciprocal of } 26.046491$$

$$H.M = 0.038392$$

Ex. 13 : Calculate G.M and H.M for the given values

M = .8974 .0570 .0081 .5677 .0002 .0984 .0854 .5672

Solution : Calculation of G.M and H.M

| M      | log m                           | Reciprocal M                         |
|--------|---------------------------------|--------------------------------------|
| 0.8974 | $\bar{1}.9530$                  | 1.1143                               |
| 0.0570 | $\bar{2}.7559$                  | 17.5438                              |
| 0.0081 | $\bar{3}.9085$                  | 123.4568                             |
| 0.5677 | $\bar{1}.7541$                  | 1.7615                               |
| 0.0002 | $\bar{4}.3010$                  | 5000.00                              |
| 0.0984 | $\bar{2}.9930$                  | 10.1626                              |
| 0.0854 | $\bar{2}.9315$                  | 11.7096                              |
| 0.5672 | $\bar{1}.7538$                  | 1.7630                               |
| n = 8  | $\Sigma \log m = \bar{10}.3508$ | $\Sigma \text{Reci. } m = 5167.5116$ |

$$G.M = \text{Anti-log of } \left( \frac{\Sigma \log}{n} \right)$$

$$= \text{Anti-log of } \left( \frac{\bar{10}.3508}{8} \right)$$

$$= \text{Anti-log of } \left( \frac{\bar{16} + 6.3508}{8} \right)$$

$$G.M = .06220$$

$$H.M = \text{Reciprocal of } \left( \frac{\Sigma \text{Reciprocal}}{n} \right)$$

$$= \text{Reciprocal of } \left( \frac{5167.5116}{8} \right)$$

$$= \text{Reciprocal } 645.9389$$

$$H.M = .001548$$

Ex. 14 : Calculate G.M and H.M for the given values

M = .7530 .2536 .0952 .0435 .0064 .0013 .0009 .0205

Solution : Calculation of G.M and H.M

| M      | log m                           | Reciprocal m                          |
|--------|---------------------------------|---------------------------------------|
| 0.7530 | $\bar{1}.8768$                  | 1.32802                               |
| 0.2536 | $\bar{1}.4041$                  | 3.94321                               |
| 0.0952 | $\bar{2}.9786$                  | 10.50420                              |
| 0.0435 | $\bar{2}.6385$                  | 22.98850                              |
| 0.0064 | $\bar{3}.8062$                  | 156.25                                |
| 0.0013 | $\bar{3}.1139$                  | 769.23076                             |
| 0.0007 | $\bar{4}.8451$                  | 1428.57142                            |
| 0.0009 | $\bar{4}.9542$                  | 1111.11111                            |
| 0.0205 | $\bar{2}.3118$                  | 48.78048                              |
| n = 9  | $\Sigma \log m = \bar{17}.9292$ | $\Sigma \text{Reci. } m = 3552.70769$ |

$$G.M = \text{Anti-log of } \left( \frac{\Sigma \log}{n} \right)$$

$$= \text{Anti-log of } \left( \frac{\bar{17}.9292}{9} \right)$$

$$= \text{Anti-log of } \left( \frac{\bar{18} + 1.9292}{9} \right)$$

$$G.M = 0.01638$$

$$H.M = \text{Reciprocal of } \left( \frac{\Sigma \text{Reciprocal}}{n} \right)$$

$$= \text{Reciprocal of } \left( \frac{3552.70769}{9} \right)$$

$$= \text{Reciprocal of } 394.7452$$

$$H.M = .002533$$

Ex. 15 : Calculate G.M and H.M for the given values

M = 2.7563 11.2542 0.6667 0.7795 .0003 .0097 .0001

Solution : Calculation of G.M and H.M

| M       | log m                          | Reciprocal m                          |
|---------|--------------------------------|---------------------------------------|
| 2.7563  | 0.4401                         | 0.3628                                |
| 11.2542 | 1.0512                         | 0.0888                                |
| 0.6667  | $\bar{1}.8240$                 | 1.4999                                |
| 0.7795  | $\bar{1}.8918$                 | 1.2828                                |
| 0.0003  | $\bar{4}.4771$                 | 3333.3333                             |
| 0.0097  | $\bar{3}.9868$                 | 103.0927                              |
| 0.0001  | $\bar{4}.0000$                 | 10000.0                               |
| n = 7   | $\Sigma \log m = \bar{9}.6710$ | $\Sigma \text{Reci. } m = 13439.6603$ |

$$G.M = \text{Anti-log of } \left( \frac{\Sigma \log}{n} \right)$$

$$= \text{Anti-log of } \left( \frac{\bar{9}.6710}{7} \right)$$

$$= \text{Anti-log of } \left( \frac{\bar{14} + 5.6710}{7} \right)$$

$$G.M = .06459$$

$$H.M = \text{Reciprocal of } \left( \frac{\Sigma \text{Reciprocal}}{n} \right)$$

$$= \text{Reciprocal of } \left( \frac{13439.6603}{7} \right)$$

$$= \text{Reciprocal of } 1919.9514$$

$$H.M = .0005208$$

Ex. 16 : Calculate G.M and H.M for the given data

m = .0009 .005 .08 .8 .00007 5 75 475 2574 56725

Solution : Calculation of G.M and H.M

| M      | log m                    | Reciprocal m                          |
|--------|--------------------------|---------------------------------------|
| .0009  | $\bar{4}.9542$           | 1111.11111                            |
| .005   | $\bar{3}.6990$           | 200.0                                 |
| .08    | $\bar{2}.9031$           | 12.5                                  |
| .00007 | $\bar{5}.8451$           | 14285.7142                            |
| 5      | 0.6990                   | 0.20                                  |
| 75     | 1.8751                   | 0.1333                                |
| 475    | 2.6767                   | 0.00210                               |
| 2574   | 3.4106                   | 0.000388                              |
| 56725  | 4.7538                   | 0.0000176                             |
| n = 10 | $\Sigma \log m = 2.7197$ | $\Sigma \text{Reci. } m = 15610.9110$ |

$$G.M = \text{Anti-log of } \left( \frac{\Sigma \log}{n} \right)$$

$$= \text{Anti-log } \left( \frac{2.7197}{10} \right)$$

$$= \text{Anti-log } (.27197)$$

$$G.M = 1.870$$

$$H.M = \text{Reciprocal of } \left( \frac{\Sigma \text{Reciprocal}}{n} \right)$$

$$= \text{Reciprocal of } \left( \frac{15610.9110}{10} \right)$$

$$= \text{Reciprocal of } 1561.0911$$

$$H.M = 0.0006405$$

Ex. 17 : Find out G.M and H.M of the following series

M = 3775 8432 213 19 8 5 .07 .006 .0009

Solution : Calculation of G.M and H.M

| M     | log m           | Reciprocal m            |
|-------|-----------------|-------------------------|
| 3775  | 3.5769          | 0.0002649               |
| 8432  | 1.9259          | 0.00011859              |
| 213   | 2.3284          | 0.0046948               |
| 19    | 1.2788          | 0.0526315               |
| 8     | 0.9031          | 0.125                   |
| .5    | 1.6990          | 2.0                     |
| .07   | 2.8451          | 14.285714               |
| .006  | 3.7782          | 166.666666              |
| .0009 | 4.9542          | 1111.111111             |
| n = 9 | Σ log m = 5.289 | Σ Recip. m = 1294.24619 |

$$G.M = \text{Anti-log of } \left( \frac{\Sigma \log}{n} \right)$$

$$= \text{Anti-log } \left( \frac{5.2896}{9} \right)$$

$$= \text{Anti-log } (0.5877)$$

$$G.M = 3.870$$

$$H.M = \text{Reciprocal of } \left( \frac{\Sigma \text{Reciprocal}}{n} \right)$$

$$= \text{Reciprocal of } \left( \frac{1294.24619}{9} \right)$$

$$= \text{Reciprocal of } 143.8051$$

$$H.M = 0.006953$$

Ex. 18 : Calculate G.M and H.M for the given values

M = .9897 .9908 .0827 .00522 .000333 .0467 .9 .2 .1 .07

Solution : Calculation of G.M and H.M

| M       | log m             | Reciprocal m            |
|---------|-------------------|-------------------------|
| 0.9897  | 1.9955            | 1.010407                |
| 0.9908  | 1.9959            | 1.009285                |
| 0.0827  | 2.9175            | 12.091898               |
| 0.00522 | 3.7177            | 191.57088               |
| .000333 | 4.5224            | 3003.00300              |
| 0.0467  | 2.6693            | 21.413276               |
| 0.9     | 1.9542            | 1.111111                |
| 0.2     | 1.3010            | 5.00                    |
| 0.1     | 1.0000            | 10.00                   |
| 0.07    | 2.8451            | 14.28714                |
| n = 10  | Σ log m = 12.9186 | Σ Recip. m = 3260.49557 |

$$G.M = \text{Anti-log of } \left( \frac{\Sigma \log}{n} \right)$$

$$= \text{Anti-log of } \left( \frac{12.9186}{10} \right)$$

$$= \text{Anti-log of } \left( \frac{20 + 8.9186}{10} \right)$$

$$= \text{Anti-log of } (2.8918)$$

$$G.M = .07794$$

$$H.M = \text{Reciprocal of } \left( \frac{\Sigma \text{Reciprocal}}{n} \right)$$

$$= \text{Reciprocal of } \left( \frac{3260.49557}{10} \right)$$

$$= \text{Reciprocal of } 326.0495$$

$$H.M = 0.003067$$

Ex. 19 : Calculate G.M and H.M for the given values

M = 1238 178.7 89.8 78.4 9.7 0.574 0.389 0.012 0.005 0.009

Solution : Calculation of G.M and H.M

| M      | log m            | Reciprocal M             |
|--------|------------------|--------------------------|
| 1238   | 3.0927           | 0.000813                 |
| 178.7  | 2.2521           | .005595                  |
| 89.8   | 1.9533           | .011140                  |
| 78.4   | 1.8943           | .012760                  |
| 9.7    | 0.9868           | .103100                  |
| 0.574  | 1.9415           | 1.744000                 |
| 0.389  | 1.9952           | 1.011000                 |
| 0.012  | 2.0792           | 83.3333                  |
| 0.005  | 3.9031           | 125.0                    |
| 0.009  | 4.9542           | 1111.111111              |
| n = 10 | Σ log m = 3.0524 | Σ Recip. m = 1321.618408 |

$$G.M = \text{Anti-log of } \left( \frac{\Sigma \log}{n} \right)$$

$$= \text{Anti-log } \left( \frac{3.0524}{10} \right)$$

$$= \text{Anti-log } (3.0524)$$

$$G.M = 2.015$$

$$H.M = \text{Reciprocal of } \left( \frac{\Sigma \text{Reciprocal}}{n} \right)$$

$$= \text{Reciprocal } \left( \frac{1321.618408}{10} \right)$$

$$= \text{Reciprocal } (132.1618)$$

$$H.M = .0076$$

Ex. 20 : Calculate H.M and G.M for the following series

M = 0.9 0.005 0.0004 0.524 0.0555 0.1035 .008 .003

Solution : Calculation of G.M and H.M

| M      | log m             | Reciprocal m            |
|--------|-------------------|-------------------------|
| 0.9    | 1.9542            | 1.11111                 |
| 0.005  | 3.6990            | 200.0                   |
| 0.0004 | 4.6021            | 25000.0                 |
| 0.0555 | 2.7443            | 18.0180180              |
| 0.524  | 1.7193            | 1.9083969               |
| 0.1035 | 1.0149            | 9.661835                |
| 0.008  | 3.9031            | 125.00                  |
| 0.003  | 3.4771            | 333.3333                |
| 0.125  | 1.0969            | 8.00                    |
| 0.251  | 1.3979            | 4.00                    |
| n = 10 | Σ log m = 15.6088 | Σ Recip. m = 2570.03233 |

$$G.M = \text{Anti-log of } \left( \frac{\Sigma \log}{n} \right)$$

$$= \text{Anti-log } \left( \frac{15.6088}{10} \right)$$

$$= \text{Anti-log } \left( \frac{20 + 5.6088}{10} \right)$$

$$= \text{Anti-log } (2.56088)$$

$$G.M = .0367$$

$$H.M = \text{Reciprocal of } \left( \frac{\Sigma \text{Reciprocal}}{n} \right)$$

$$= \text{Reciprocal } \left( \frac{2570.03233}{10} \right)$$

$$= \text{Reciprocal } (257.0032)$$

$$H.M = 0.00389$$

## Discrete and Continuous Series

Formula for geometric mean

$$G.M = \text{Antilog } \frac{\sum \log f}{n} \text{ or Anti-log of } \left( \frac{\sum \log f}{n} \right)$$

Where n stands for total of frequency  $\sum \log x \cdot f$  stands for total of product of log of variables with corresponding frequency

$$\text{Harmonic Mean} = \text{Reciprocal of } \left( \frac{\sum \text{Reciprocal}}{n} \right)$$

Where  $\sum \text{Reciprocal} \cdot f$  stands for sum of product of reciprocal value with corresponding frequency of each item

'n' stands for total of frequency.

Ex. 21 : Calculate Geometric mean and Harmonic mean of Age of the following series

|               |    |    |    |    |    |    |    |    |
|---------------|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Age           | 10 | 12 | 17 | 22 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| No. of person | 3  | 4  | 9  | 14 | 12 | 14 | 4  | 2  |

Solution : Calculation of Geometric mean & H.M of Age.

| Age x | No. of person | log x  | log x.f                          | Reciprocal x | reci x.f                               |
|-------|---------------|--------|----------------------------------|--------------|--|
| 10    | 3             | 1.0000 | 3.00                             | 0.1          | 0.3                                    |
| 12    | 4             | 1.0792 | 4.3168                           | 0.08333      | 0.33332                                |
| 17    | 9             | 1.2304 | 11.0736                          | 0.05882      | 0.52941                                |
| 22    | 14            | 1.3424 | 18.7936                          | 0.04545      | 0.63636                                |
| 27    | 12            | 1.4314 | 17.1768                          | 0.037037     | 0.44444                                |
| 28    | 14            | 1.1172 | 20.2608                          | 0.035714     | 0.49999                                |
| 29    | 4             | 1.1624 | 5.8496                           | 0.034482     | 0.13793                                |
| 30    | 2             | 1.4771 | 2.9542                           | 0.03333      | 0.06666                                |
|       | n = 62        |        | $\sum \log x \cdot f$<br>83.4254 |              | $\sum \text{Reci} \cdot f$<br>2.948096 |

$$G.M = \text{Anti-log of } \left( \frac{\sum \log f}{n} \right)$$

$$= \text{Anti-log } \left( \frac{83.4254}{62} \right)$$

$$= \text{Anti-log } (1.3456)$$

$$G.M = 22.16 \text{ Year}$$

$$H.M = \text{Recip. } \left( \frac{\sum \text{Reciprocal} f}{n} \right)$$

$$= \text{Reciprocal } \left( \frac{2.948096}{62} \right)$$

$$= \text{Reciprocal } (0.047549)$$

$$H.M = 21.03 \text{ Year}$$

Ex. 22 : Calculate G.M and H.M of the following

|               |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|---------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Weight in kg  | 52 | 58 | 60 | 61 | 63 | 64 | 70 | 74 | 80 | 85 |
| No. of person | 20 | 32 | 28 | 38 | 42 | 4  | 8  | 16 | 2  | 10 |

Solution : Calculation of G.M and H.M

| Weight in kg x | No. of persons f | log x  | log f                             | Reciprocal x | Reci x.f                                 |
|----------------|------------------|--------|-----------------------------------|--------------|--|
| 52             | 20               | 1.7160 | 34.32                             | 0.01923      | 0.3846                                   |
| 58             | 32               | 1.7634 | 56.4288                           | 0.01724      | 0.55168                                  |
| 60             | 28               | 1.7782 | 49.7896                           | 0.01666      | 0.46648                                  |
| 61             | 38               | 1.7853 | 67.8414                           | 0.01639      | 0.622282                                 |
| 63             | 42               | 1.1993 | 75.5706                           | 0.01587      | 0.66654                                  |
| 64             | 4                | 1.8062 | 7.2248                            | 0.015625     | 0.0625                                   |
| 70             | 8                | 1.8451 | 14.7608                           | 0.014285     | 0.11428                                  |
| 74             | 16               | 1.8692 | 29.9072                           | 0.01351      | 0.21616                                  |
| 80             | 2                | 1.9031 | 3.8062                            | 0.0125       | 0.025                                    |
| 85             | 10               | 1.9294 | 19.2940                           | 0.011764     | 0.11764                                  |
|                | n = 200          |        | $\sum \log x \cdot f$<br>358.9434 |              | $\sum \text{Reci} \cdot f$<br>= 3.227164 |

$$G.M = \text{AL of } \left( \frac{\sum \log f}{n} \right)$$

$$= \text{AL } \left( \frac{358.9434}{200} \right)$$

$$= \text{AL } (1.7947)$$

$$G.M = 62.33 \text{ kg}$$

$$H.M = \text{Reci of } \left( \frac{\sum \text{Reci} \cdot f}{n} \right)$$

$$= \text{Reci } \left( \frac{3.227164}{200} \right)$$

$$= \text{Reci } 0.016136$$

$$H.M = 61.97 \text{ kg}$$

Ex. 23 : The following table gives the weights of 35 persons in a sample enquiry calculate geometric mean and harmonic mean

|                |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|----------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Weights        | 130 | 135 | 140 | 145 | 146 | 148 | 149 | 150 | 157 |
| No. of persons | 3   | 4   | 6   | 6   | 3   | 5   | 2   | 3   | 3   |

Solution : Calculation of geometric mean and harmonic mean

| Weight | No. of person | log x  | log x f                           | Reci x  | Reci x.f                                |
|--------|---------------|--------|-----------------------------------|---------|---|
| 130    | 3             | 2.1139 | 6.3417                            | 0.00769 | 0.02307                                 |
| 135    | 4             | 2.1303 | 8.5212                            | 0.00741 | 0.02964                                 |
| 140    | 6             | 2.1461 | 12.8766                           | 0.00714 | 0.04284                                 |
| 145    | 6             | 2.1614 | 12.9684                           | 0.00690 | 0.04140                                 |
| 146    | 3             | 2.1644 | 6.4932                            | 0.00685 | 0.02055                                 |
| 148    | 5             | 2.1703 | 10.8515                           | 0.00676 | 0.03380                                 |
| 149    | 2             | 2.1732 | 4.3464                            | 0.00671 | 0.01342                                 |
| 150    | 3             | 2.1761 | 6.5283                            | 0.00667 | 0.02001                                 |
| 157    | 3             | 2.1959 | 6.5877                            | 0.00637 | 0.01911                                 |
|        | n = 35        |        | $\sum \log x \cdot f$<br>= 75.515 |         | $\sum \text{Reci} \cdot f$<br>= 0.24384 |

$$G.M = \text{Anti-log of } \left( \frac{\sum \log f}{n} \right)$$

$$= \text{AL } \left( \frac{75.515}{35} \right)$$

$$= \text{AL } (2.15757)$$

$$G.M = 143.7$$

$$H.M = \text{Reci of } \left( \frac{\sum \text{Reci} \cdot f}{n} \right)$$

$$= \text{Reci } \left( \frac{0.24385}{35} \right)$$

$$= \text{Reci } (0.00696)$$

$$H.M = 143.678$$

Ex. 24 : Calculate G.M and H.M from the following data

|                 |    |    |    |    |    |    |
|-----------------|----|----|----|----|----|----|
| Marks           | 29 | 46 | 47 | 58 | 64 | 83 |
| No. of students | 5  | 4  | 1  | 3  | 6  | 2  |

Solution : Calculation of geometric mean and harmonic mean

| Marks | f   | logx   | logx.f     | Reci x   | Reci x.f    |
|-------|-----|--------|------------|----------|-------------|
| 29    | 5   | 1.4624 | 7.1320     | 0.03448  | 0.17241     |
| 46    | 4   | 1.6628 | 6.6512     | 0.02173  | 0.08692     |
| 47    | 1   | 1.6721 | 1.6721     | 0.02127  | 0.02127     |
| 58    | 3   | 1.7634 | 5.2902     | 0.01724  | 0.05172     |
| 64    | 6   | 1.8062 | 10.8372    | 0.015625 | 0.09375     |
| 83    | 2   | 1.9191 | 3.8382     | 0.012048 | 0.024096    |
|       | n = |        | Σlog x.f = |          | ΣReci.x.f = |
|       | 21  |        | 35.4209    |          | 0.450166    |

$$G.M = \text{Anti-log of } \left( \frac{\Sigma \log f}{n} \right)$$

$$= \text{Anti-log } \left( \frac{35.4209}{21} \right)$$

$$= \text{Anti-log } (1.6867)$$

$$G.M = 48.61 \text{ Marks}$$

$$H.M = \text{Reciprocal of } \left( \frac{\Sigma \text{Reci}.f}{n} \right)$$

$$= \text{Reciprocal } \left( \frac{0.450166}{21} \right)$$

$$= \text{Reciprocal } (0.021436)$$

$$H.M = 46.650 \text{ Marks}$$

Ex. 25 : The number of families and income per head of different class of people in village are given bellow calculate geometric mean and harmonic mean.

|                 |      |    |    |     |     |     |     |    |
|-----------------|------|----|----|-----|-----|-----|-----|----|
| Income per head | 1000 | 80 | 40 | 750 | 100 | 150 | 120 | 60 |
| No. of families | 1    | 50 | 25 | 2   | 3   | 4   | 3   | 5  |

Solution : Calculation of geometric mean & harmonic mean.

| Income Rs. | f   | log x  | log x.f    | Reciprocal x | Reci x.f    |
|------------|-----|--------|------------|--------------|-------------|
| 1000       | 1   | 3.0000 | 3.0000     | 0.001        | 0.001       |
| 80         | 50  | 1.9031 | 95.1550    | 0.125        | 0.625       |
| 40         | 25  | 1.6021 | 40.0525    | 0.025        | 0.625       |
| 750        | 2   | 2.8751 | 5.7502     | 0.00133      | 0.00266     |
| 100        | 3   | 2.0000 | 6.0000     | 0.01         | 0.03        |
| 150        | 4   | 2.1761 | 8.7044     | 0.00666      | 0.02666     |
| 120        | 3   | 2.0792 | 6.2376     | 0.008333     | 0.024999    |
| 60         | 5   | 1.7782 | 8.8901     | 0.016666     | 0.083333    |
|            | n = |        | Σlog x.f = |              | ΣReci.x.f = |
|            | 93  |        | 173.7907   |              | 1.418652    |

$$G.M = \text{Anti-log of } \left( \frac{\Sigma \log f}{n} \right)$$

$$= \text{Anti-log } \left( \frac{173.7907}{93} \right)$$

$$= \text{Anti-log } (1.8687)$$

$$G.M = \text{Rs. } 73.91$$

$$H.M = \text{Reciprocal of } \left( \frac{\Sigma \text{Reci}.f}{n} \right)$$

$$= \text{Reciprocal } \left( \frac{1.418652}{93} \right)$$

$$= \text{Reciprocal } (0.015254)$$

$$H.M = \text{Rs. } 65.55$$

Ex. 26 : Calculate G.M and H.M from the following data

|       |    |    |    |    |    |    |    |
|-------|----|----|----|----|----|----|----|
| Marks | 17 | 18 | 30 | 25 | 10 | 70 | 65 |
| f     | 2  | 3  | 3  | 5  | 4  | 2  | 1  |

Solution : Calculation of G.M and H.M

| x  | f   | log x  | log x.f    | Reci x  | Reci x.f    |
|----|-----|--------|------------|---------|-------------|
| 17 | 2   | 1.2304 | 2.4608     | 0.02882 | 0.117647    |
| 18 | 3   | 1.2553 | 3.7659     | 0.0555  | 0.16666     |
| 30 | 3   | 1.4771 | 4.4313     | 0.0333  | 0.09999     |
| 25 | 5   | 1.3979 | 6.9895     | 0.04    | 0.20        |
| 10 | 4   | 1.0000 | 4.0000     | 0.1     | 0.40        |
| 70 | 2   | 1.8451 | 3.6902     | 0.04285 | 0.028571    |
| 65 | 1   | 1.8129 | 1.8129     | 0.01538 | 0.01538     |
|    | n = |        | Σlog x.f = |         | ΣReci.x.f = |
|    | 20  |        | 27.1506    |         | 1.028248    |

$$G.M = \text{Anti-log of } \left( \frac{\Sigma \log f}{n} \right)$$

$$= \text{Anti-log } \left( \frac{27.1506}{20} \right)$$

$$= \text{Anti-log } (1.3575)$$

$$G.M = 22.78 \text{ marks}$$

$$H.M = \text{Reciprocal of } \left( \frac{\Sigma \text{Reci}.f}{n} \right)$$

$$= \text{Reciprocal } \left( \frac{1.028248}{20} \right)$$

$$= \text{Reciprocal } (0.051412)$$

$$H.M = 19.45 \text{ Marks}$$

Ex. 27 : Calculate the geometric mean and harmonic mean of the following values

|         |    |    |     |     |     |     |     |
|---------|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Scores  | 50 | 75 | 110 | 120 | 130 | 135 | 150 |
| Players | 5  | 6  | 2   | 1   | 2   | 3   | 1   |

Solution : Calculation of geometric mean and harmonic mean

| Scores x | Players f | log x  | log x.f    | Reciprocal x | Reci x.f    |
|----------|-----------|--------|------------|--------------|-------------|
| 50       | 5         | 1.6990 | 8.4950     | 0.02         | 0.10        |
| 75       | 6         | 1.8751 | 11.2506    | 0.013333     | 0.079999    |
| 110      | 2         | 2.0414 | 4.0828     | 0.009090     | 0.0181818   |
| 120      | 1         | 2.0792 | 2.0792     | 0.008333     | 0.008333    |
| 130      | 2         | 2.1139 | 4.2278     | 0.007692     | 0.015384    |
| 135      | 3         | 2.1303 | 6.3909     | 0.007407     | 0.022222    |
| 150      | 1         | 2.1761 | 2.1761     | 0.006666     | 0.006666    |
|          | n = 20    |        | Σlog x.f = |              | ΣReci.x.f = |
|          |           |        | 38.7024    |              | 0.250787    |

$$G.M = \text{Anti-log of } \left( \frac{\Sigma \log f}{n} \right)$$

$$= \text{Anti-log } \left( \frac{38.7024}{20} \right)$$

$$= \text{Anti-log } (1.9351)$$

$$G.M = 86.12$$

$$H.M = \text{Recip. of } \left( \frac{\Sigma \text{Reci}.f}{n} \right)$$

$$= \text{Recip. } \left( \frac{0.250787}{20} \right)$$

$$= \text{Recip. } (0.012539)$$

$$H.M = 79.75$$

Ex. 28 : Calculate Geometric mean and Harmonic mean from the given data

|                |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----------------|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Age            | 15 | 20 | 22 | 27 | 30 | 35 | 47 | 50 |
| No. of persons | 3  | 4  | 7  | 10 | 6  | 3  | 2  | 2  |

Solution : Calculation of Geometric mean and Harmonic mean

| Age        | f         | log x           | log x.f         | Reci x           | Reci x.f         |
|------------|-----------|-----------------|-----------------|------------------|------------------|
| 15         | 3         | 1.1761          | 3.5283          | 0.0666           | 0.19999          |
| 20         | 4         | 1.3010          | 5.2040          | 0.05             | 0.20             |
| 22         | 7         | 1.3424          | 9.3968          | 0.04545          | 0.31818          |
| 27         | 10        | 1.4314          | 14.3140         | 0.03703          | 0.37037          |
| 30         | 6         | 1.4771          | 8.8626          | 0.03333          | 0.19999          |
| 35         | 3         | 1.5441          | 4.6323          | 0.02857          | 0.085714         |
| 47         | 2         | 1.6721          | 3.3442          | 0.012276         | 0.04255          |
| 50         | 2         | 1.6990          | 3.3980          | 0.02             | 0.04             |
| <b>n =</b> | <b>37</b> | <b>Σlog x.f</b> | <b>=52.6802</b> | <b>ΣReci.x.f</b> | <b>=1.456794</b> |

$$G.M = \text{Anti-log of } \left( \frac{\Sigma \log f}{n} \right)$$

$$= \text{Anti-log } \left( \frac{52.6802}{37} \right)$$

$$= \text{Anti-log } (1.4238)$$

$$G.M = 26.54 \text{ Years}$$

$$H.M = \text{Reciprocal of } \left( \frac{\Sigma \text{Reci.} f}{n} \right)$$

$$= \text{Reciprocal of } \left( \frac{1.456794}{37} \right)$$

$$= \text{Reciprocal of } 0.039372$$

$$H.M = 25.398 \text{ years}$$

Ex. 29 : Find out Geometric mean and Harmonic mean for the following values

|      |    |    |    |    |    |    |    |
|------|----|----|----|----|----|----|----|
| Item | 55 | 60 | 64 | 65 | 70 | 72 | 75 |
| f    | 3  | 4  | 6  | 7  | 5  | 2  | 1  |

Solution : Calculation of geometric mean and harmonic mean

| Item       | f         | log x           | log x.f         | Reci.x           | Reci x.f        |
|------------|-----------|-----------------|-----------------|------------------|-----------------|
| 55         | 3         | 1.7404          | 5.2212          | 0.01818          | 0.05454         |
| 60         | 4         | 1.7782          | 7.1128          | 0.01667          | 0.06666         |
| 64         | 6         | 1.8062          | 10.8372         | 0.01562          | 0.09372         |
| 65         | 7         | 1.8129          | 12.6903         | 0.01538          | 0.010766        |
| 70         | 5         | 1.8451          | 9.2255          | 0.01429          | 0.07145         |
| 72         | 2         | 1.8573          | 3.7146          | 0.01389          | 0.02778         |
| 75         | 1         | 1.8751          | 1.8751          | 0.01333          | 0.01333         |
| <b>n =</b> | <b>28</b> | <b>Σlog x.f</b> | <b>=50.6767</b> | <b>ΣReci.x.f</b> | <b>=0.43516</b> |

$$G.M = \text{Anti-log of } \left( \frac{\Sigma \log f}{n} \right)$$

$$= \text{Anti-log } \left( \frac{50.6767}{28} \right)$$

$$= \text{Anti-log } (1.80988)$$

$$G.M = 64.54$$

$$H.M = \text{Reciprocal of } \left( \frac{\Sigma \text{Reci.} f}{n} \right)$$

$$= \text{Reciprocal of } \left( \frac{0.43516}{28} \right)$$

$$= \text{Reciprocal of } 0.01554$$

$$H.M = 64.35$$

Ex. 30 : Find out geometric mean and harmonic mean for the given values

|           |   |    |    |    |    |    |    |
|-----------|---|----|----|----|----|----|----|
| Item      | 9 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| frequency | 2 | 4  | 5  | 7  | 10 | 9  | 3  |

Solution : Calculation of geometric mean and harmonic mean

| Item       | f         | log x           | log x.f         | Reciprocal x     | Reci x.f        |
|------------|-----------|-----------------|-----------------|------------------|-----------------|
| 9          | 2         | 0.9542          | 1.9084          | 0.11111          | 0.22222         |
| 13         | 4         | 1.1139          | 4.4556          | 0.07622          | 0.30768         |
| 14         | 5         | 1.1461          | 5.7305          | 0.07143          | 0.35715         |
| 15         | 7         | 1.1761          | 8.2327          | 0.06666          | 0.46669         |
| 16         | 10        | 1.2041          | 12.041          | 0.06250          | 0.62500         |
| 17         | 9         | 1.2304          | 11.0736         | 0.05882          | 0.52938         |
| 18         | 3         | 1.2553          | 3.7659          | 0.05555          | 0.166665        |
| <b>n =</b> | <b>40</b> | <b>Σlog x.f</b> | <b>=47.2077</b> | <b>ΣReci.x.f</b> | <b>=2.67478</b> |

$$G.M = \text{Anti-log of } \left( \frac{\Sigma \log f}{n} \right)$$

$$= \text{Anti-log } \left( \frac{47.2077}{40} \right)$$

$$= \text{Anti-log } (1.8019)$$

$$G.M = 15.14$$

$$H.M = \text{Reciprocal of } \left( \frac{\Sigma \text{Reci.} f}{n} \right)$$

$$= \text{Reciprocal of } \left( \frac{2.67478}{40} \right)$$

$$= \text{Reciprocal of } 0.0668$$

$$H.M = 14.97$$

Ex. 31 : Compute geometric mean and harmonic mean from the data given below

|       |       |       |       |       |       |        |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| marks | 40-50 | 50-60 | 60-70 | 70-80 | 80-90 | 90-100 |
| f     | 7     | 8     | 10    | 5     | 2     | 3      |

Solution : Calculation of geometric mean and harmonic mean

| Marks      | f         | Mid value x | log x           | log x.f        | Recip. x         | Reci x.f        |
|------------|-----------|-------------|-----------------|----------------|------------------|-----------------|
| 40-50      | 7         | 45          | 1.6532          | 11.5724        | 0.02222          | 0.15554         |
| 50-60      | 8         | 55          | 1.7404          | 13.9232        | 0.01818          | 0.14544         |
| 60-70      | 10        | 65          | 1.8129          | 18.1290        | 0.01538          | 0.15380         |
| 70-80      | 5         | 75          | 1.8751          | 9.3755         | 0.01333          | 0.06665         |
| 80-90      | 2         | 85          | 1.9294          | 3.8588         | 0.01176          | 0.02352         |
| 90-100     | 3         | 95          | 1.9777          | 5.9331         | 0.01053          | 0.03159         |
| <b>n =</b> | <b>35</b> |             | <b>Σlog x.f</b> | <b>=62.792</b> | <b>ΣReci.x.f</b> | <b>=0.57654</b> |

$$G.M = \text{Antilog of } \left( \frac{\Sigma \log f}{n} \right)$$

$$= \text{Antilog } \left( \frac{62.792}{35} \right)$$

$$= \text{Antilog } (1.7940)$$

$$= 62.23 \text{ marks}$$

$$H.M = \text{Reciprocal of } \left( \frac{\Sigma \text{Reciprocal } f}{n} \right)$$

$$= \text{Reciprocal of } \left( \frac{0.57654}{35} \right) = \text{Reciprocal of } 0.01647 = 60.72 \text{ marks.}$$

Ex. 32 : Find out geometric mean and harmonic mean from the data given below

|       |      |       |       |       |        |
|-------|------|-------|-------|-------|--------|
| Marks | 0-20 | 20-40 | 40-60 | 60-80 | 80-100 |
| f     | 19   | 21    | 102   | 25    | 24     |

Solution : Calculation of geometric mean and harmonic mean

| Marks  | f   | Mid value x | log x  | log x.f              | Recip x | Reci x.f             |
|--------|-----|-------------|--------|----------------------|---------|----------------------|
| 0-20   | 19  | 10          | 1.0000 | 19.0000              | 0.1     | 1.90                 |
| 20-40  | 21  | 30          | 1.4770 | 31.0191              | 0.0333  | 0.6993               |
| 40-60  | 102 | 50          | 1.6990 | 173.298              | 0.02    | 2.04                 |
| 60-80  | 25  | 70          | 1.8451 | 46.1275              | 0.0143  | 0.3575               |
| 80-100 | 24  | 90          | 1.9542 | 46.9008              | 0.01111 | 0.26664              |
| n =    | 191 |             |        | Σ log x.f = 316.3454 |         | Σ Recip x.f = 5.2634 |

G.M = Anti-log of  $\left(\frac{\Sigma \log f}{n}\right)$

= Anti-log  $\left(\frac{316.3454}{191}\right)$

= Anti-log (1.6565)

G.M = 45.34 Marks

H.M = Recip. of  $\left(\frac{\Sigma \text{Recip.} f}{n}\right)$

= Recip.  $\left(\frac{5.2634}{191}\right)$

= Recip. (0.027556)

H.M = 36.2897 Marks

Ex. 33 : Compute the value of geometric mean and harmonic mean for the given data

|                  |       |       |       |       |       |       |
|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Height in inches | 60-62 | 62-64 | 64-66 | 66-68 | 68-70 | 70-72 |
| f                | 1     | 3     | 5     | 6     | 3     | 2     |

Solution : Calculation of geometric mean and harmonic mean

| Height Inches | f  | Mid value x | log x  | log x f             | Reciprca x | Reci x.f              |
|---------------|----|-------------|--------|---------------------|------------|-----------------------|
| 60-62         | 1  | 61          | 1.7853 | 1.7853              | 0.01639    | 0.01639               |
| 62-64         | 3  | 63          | 1.7993 | 5.3979              | 0.01587    | 0.04761               |
| 64-66         | 5  | 65          | 1.8129 | 9.0645              | 0.01538    | 0.07690               |
| 66-68         | 6  | 67          | 1.8261 | 10.9566             | 0.01493    | 0.08958               |
| 68-70         | 3  | 69          | 1.8388 | 5.5164              | 0.01449    | 0.04347               |
| 70-72         | 2  | 71          | 1.8513 | 3.7026              | 0.01408    | 0.02816               |
| n =           | 20 |             |        | Σ log x.f = 36.4233 |            | Σ Recip x.f = 0.30211 |

G.M = Anti-log of  $\left(\frac{\Sigma \log f}{n}\right)$

= Anti-log  $\left(\frac{36.4233}{20}\right)$

= Anti-log (1.821165)

G.M = 66.24 Inches

H.M = Recip. of  $\left(\frac{\Sigma \text{Recip.} f}{n}\right)$

= Recip.  $\left(\frac{0.30211}{20}\right)$

= Recip. (0.015)

H.M = 66.67 Inches

Ex. 34 : From the following data calculate the value of Geometric mean and Harmonic mean

|     |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Age | 10-19 | 20-29 | 30-39 | 40-49 | 50-59 | 60-69 | 70-79 | 80-89 |
| f   | 15    | 12    | 18    | 6     | 6     | 9     | 31    | 3     |

Solution : Calculation of geometric mean and harmonic mean

| Age   | f   | m.v (x) | log x  | log x.f              | Reciprocal x | Reci x.f                |
|-------|-----|---------|--------|----------------------|--------------|-------------------------|
| 10-19 | 15  | 14.5    | 1.1614 | 17.421               | 0.06896      | 1.034482                |
| 20-29 | 12  | 24.5    | 1.3892 | 16.6704              | 0.040816     | 0.489795                |
| 30-39 | 18  | 34.5    | 1.5372 | 27.6804              | 0.028985     | 0.521739                |
| 40-49 | 6   | 44.5    | 1.6484 | 9.8904               | 0.022471     | 0.134831                |
| 50-59 | 6   | 54.5    | 1.7364 | 10.4184              | 0.018348     | 0.1100917               |
| 60-69 | 9   | 64.5    | 1.8096 | 16.2864              | 0.015503     | 0.1395348               |
| 70-79 | 31  | 74.5    | 1.8722 | 58.0382              | 0.13422      | 0.4161073               |
| 80-89 | 3   | 84.5    | 1.9269 | 5.7807               | 0.0118343    | 0.0355029               |
| n =   | 100 |         |        | Σ log x.f = 162.1859 |              | Σ Recip x.f = 2.8820837 |

G.M = Anti-log of  $\left(\frac{\Sigma \log f}{n}\right)$

= Anti-log  $\left(\frac{162.1859}{100}\right)$

= Anti-log (1.6218)

G.M = 41.86 Years

H.M = Recip. of  $\left(\frac{\Sigma \text{Recip.} f}{n}\right)$

= Recip.  $\left(\frac{2.8820837}{100}\right)$

= Recip. (0.02882)

H.M = 34.69 Years.

Ex. 35 : Calculate Geometric mean and Harmonic mean for the given values

|      |       |       |       |       |       |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Size | 40-49 | 50-59 | 60-69 | 70-79 | 80-89 |
| f    | 10    | 70    | 189   | 60    | 38    |

Solution : Calculation of geometric mean and harmonic mean

| Size  | f   | m.v (x) | log x  | log x.f              | Recip x | Recip x.f           |
|-------|-----|---------|--------|----------------------|---------|---------------------|
| 40-49 | 10  | 44.5    | 1.6484 | 16.484               | 0.0225  | 0.225               |
| 50-59 | 70  | 54.5    | 1.7364 | 121.548              | 0.0183  | 1.281               |
| 60-69 | 189 | 64.5    | 1.8096 | 342.0144             | 0.0155  | 2.9295              |
| 70-79 | 60  | 74.5    | 1.8722 | 112.332              | 0.0134  | 0.804               |
| 80-89 | 38  | 84.5    | 1.9269 | 73.2222              | 0.01183 | 0.4495              |
| n =   | 367 |         |        | Σ log x.f = 665.6006 |         | Σ Recip x.f = 5.689 |

G.M = Anti-log of  $\left(\frac{\Sigma \log f}{n}\right)$

= Anti-log  $\left(\frac{665.6006}{367}\right)$

= Anti-log (1.8136)

G.M = 65.10

H.M = Recip. of  $\left(\frac{\Sigma \text{Recip.} f}{n}\right)$

= Recip.  $\left(\frac{5.689}{367}\right)$

= Recip. 0.0155

H.M = 64.5161

Ex. 36 : Calculate Geometric mean and Harmonic mean for the given series

|       |      |       |       |       |        |
|-------|------|-------|-------|-------|--------|
| Class | 0-20 | 20-40 | 40-60 | 60-80 | 80-100 |
| f     | 5    | 12    | 15    | 20    | 8      |

Solution : Calculation of Geometric mean and Harmonic mean

| Class  | f   | mid value x | log x  | log x.f   | Recip x | Reci x.f    |
|--------|-----|-------------|--------|-----------|---------|-------------|
| 0-20   | 5   | 10          | 1.0000 | 5.0000    | 0.10000 | 0.5000      |
| 20-40  | 12  | 30          | 1.4771 | 17.7252   | 0.0333  | 0.3996      |
| 40-60  | 15  | 50          | 1.6990 | 25.485    | 0.0200  | 0.3000      |
| 60-80  | 20  | 70          | 1.8451 | 36.902    | 0.0143  | 0.2860      |
| 80-100 | 8   | 90          | 1.9542 | 15.6336   | 0.01111 | 0.0888      |
|        | n = |             |        | Σ log x.f |         | Σ Recip x.f |
|        | 60  |             |        | 100.7458  |         | 1.5744      |

G.M = Anti-log of  $\left(\frac{\Sigma \log f}{n}\right)$   
 = Anti-log  $\left(\frac{100.7458}{60}\right)$   
 = Anti-log (1.6790)  
 G.M = 47.75

H.M = Recip. of  $\left(\frac{\Sigma \text{Reci}.f}{n}\right)$   
 = Recip.  $\left(\frac{1.5744}{60}\right)$   
 = Recip. (0.02624)  
 = 38.1098  
 H.M = 38.1098

Ex. 37 : Calculate Geometric mean and Harmonic mean

|     |     |     |      |       |       |
|-----|-----|-----|------|-------|-------|
| k.m | 0-4 | 4-8 | 8-12 | 12-16 | 16-20 |
| f   | 4   | 12  | 20   | 9     | 5     |

Solution : Calculation of Geometric mean and Harmonic mean

| Class | f   | m.v | log x  | log x.f   | Recip x  | Reci x.f    |
|-------|-----|-----|--------|-----------|----------|-------------|
| 0-4   | 4   | 2   | 0.3010 | 1.204     | 0.5000   | 2.0000      |
| 4-8   | 12  | 6   | 0.7782 | 9.3384    | 0.166667 | 2.0004      |
| 8-12  | 20  | 10  | 1.0000 | 20.00     | 0.10000  | 2.0000      |
| 12-16 | 9   | 14  | 1.1461 | 10.3149   | 0.0714   | 0.6426      |
| 16-20 | 5   | 8   | 1.2553 | 6.2765    | 0.0556   | 0.2780      |
|       | n = |     |        | Σ log x.f |          | Σ Recip x.f |
|       | 50  |     |        | =6.9210   |          | =47.1338    |

G.M = Anti-log of  $\left(\frac{\Sigma \log f}{n}\right)$   
 = Anti-log  $\left(\frac{47.1338}{50}\right)$   
 = Anti-log (0.94267)  
 G.M = 8.762 km

H.M = Recip. of  $\left(\frac{\Sigma \text{Reci}.f}{n}\right)$   
 = Recip.  $\left(\frac{6.9210}{50}\right)$   
 = Recip. (0.13842)  
 H.M = 7.246 km

Ex. 38 : Calculate Geometric mean and Harmonic mean for the following

|              |          |           |           |           |           |           |
|--------------|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Yield        | 7.5-10.5 | 10.5-13.5 | 13.5-16.5 | 16.5-19.5 | 19.5-22.5 | 22.5-25.5 |
| No. of farms | 5        | 9         | 19        | 23        | 7         | 4         |

Solution : Calculation of Geometric mean and Harmonic mean

| Yield     | f   | m.v x | log x  | log x.f   | Recip x  | Reci x.f    |
|-----------|-----|-------|--------|-----------|----------|-------------|
| 7.5-10.5  | 5   | 9     | 0.9542 | 4.7710    | 0.11111  | 0.5555      |
| 10.5-13.5 | 9   | 12    | 1.0792 | 9.7128    | 0.08333  | 0.74999     |
| 13.5-16.5 | 19  | 15    | 1.1761 | 22.3459   | 0.06666  | 1.26666     |
| 16.5-19.5 | 23  | 18    | 1.2553 | 28.8719   | 0.05555  | 1.27777     |
| 19.5-22.5 | 7   | 21    | 1.3222 | 9.2554    | 0.04761  | 0.3333      |
| 22.5-25.5 | 4   | 24    | 1.3802 | 5.5208    | 0.041666 | 0.16666     |
| 25.5-28.5 | 1   | 27    | 1.4314 | 1.4314    | 0.037037 | 0.037037    |
|           | n = |       |        | Σ log x.f |          | Σ Recip x.f |
|           | 68  |       |        | =81.9092  |          | =4.386926   |

G.M = Anti-log of  $\left(\frac{\Sigma \log f}{n}\right)$   
 = Anti-log  $\left(\frac{81.9092}{68}\right)$   
 = Anti-log 1.2045  
 G.M = 16.02

H.M = Recip. of  $\left(\frac{\Sigma \text{Reci}.f}{n}\right)$   
 = Recip.  $\left(\frac{4.386926}{68}\right)$   
 = Recip. (0.06451)  
 H.M = 15.50

Ex. 39 : Calculate G.M and H.M for the following

|       |       |       |       |       |       |        |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| Marks | 10-25 | 25-40 | 40-55 | 55-70 | 70-85 | 85-100 |
| f     | 6     | 22    | 44    | 26    | 3     | 1      |

Solution : Calculation of GM and HM

| Marks  | f   | m.v x | log x  | log x.f   | Recip x | Reci x.f    |
|--------|-----|-------|--------|-----------|---------|-------------|
| 10-25  | 6   | 17.5  | 1.2430 | 7.4580    | 0.05714 | 0.342857    |
| 25-40  | 22  | 32.5  | 1.5119 | 33.2618   | 0.03076 | 0.676923    |
| 40-55  | 44  | 47.5  | 1.6767 | 73.7748   | 0.02105 | 0.926315    |
| 55-70  | 26  | 62.5  | 1.7959 | 46.6934   | 0.016   | 0.416       |
| 70-85  | 3   | 77.5  | 1.8893 | 5.6679    | 0.01290 | 0.03870     |
| 85-100 | 1   | 92.5  | 1.9661 | 1.9661    | 0.01081 | 0.0108108   |
|        | n = |       |        | Σ log x.f |         | Σ Recip x.f |
|        | 102 |       |        | 68.8220   |         | 2.4116058   |

G.M = Antilog of  $\left(\frac{\Sigma \log f}{n}\right)$   
 = Antilog  $\left(\frac{168.8220}{102}\right)$   
 = Antilog (1.6551)  
 = 45.2 marks

H.M = Recip. of  $\left(\frac{\Sigma \text{Reci}.f}{n}\right)$   
 = Recip.  $\left(\frac{2.4116058}{102}\right)$   
 = Recip. (0.02364)  
 = 42.30 marks



Ex. 40 : Calculate Geometric mean and Harmonic mean for the following

|       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Class | 15-25 | 25-35 | 35-45 | 45-55 | 55-65 | 65-75 | 75-85 | 85-95 |
| f     | 4     | 11    | 19    | 14    | 0     | 2     | 6     | 4     |

Solution : Calculation of Geometric mean and Harmonic mean

| Class | f   | Mid V. x | log x     | log x.f | Recip x     | Recip x.f |
|-------|-----|----------|-----------|---------|-------------|-----------|
| 15-25 | 4   | 20       | 1.30101   | 5.204   | 0.05        | 0.2000    |
| 25-35 | 11  | 30       | 1.4771    | 16.2481 | 0.0333      | 0.3663    |
| 35-45 | 19  | 40       | 1.6021    | 30.4399 | 0.025       | 0.4750    |
| 45-55 | 14  | 50       | 1.6990    | 23.786  | 0.02        | 0.2800    |
| 55-65 | 0   | 60       | 1.7782    | 0       | 0.0166      | 0         |
| 65-75 | 2   | 70       | 1.8451    | 3.6902  | 0.0148      | 0.0286    |
| 75-85 | 6   | 80       | 1.9031    | 11.4186 | 0.0125      | 0.075     |
| 85-95 | 4   | 90       | 1.9542    | 7.8168  | 0.01111     | 0.04444   |
|       | n = |          | Σ log x.f |         | Σ Recip x.f |           |
|       | 60  |          | -98.6036  |         | -1.46934    |           |

G.M = Anti-log of  $\left(\frac{\Sigma \log f}{n}\right)$

= Anti-log  $\left(\frac{98.6036}{60}\right)$

= Anti-log (1.6433)

= 43.98

H.M = Recip. of  $\left(\frac{\Sigma \text{Recip. } f}{n}\right)$

= Recip.  $\left(\frac{1.46934}{60}\right)$

= Recip. (0.024489)

H.M = 40.834

Ex. 41 : Calculate Geometric mean and Harmonic mean for the following data

|       |     |      |       |       |       |       |
|-------|-----|------|-------|-------|-------|-------|
| Class | 0-7 | 7-14 | 14-21 | 21-28 | 28-35 | 35-42 |
| f     | 7   | 11   | 24    | 19    | 12    | 9     |

Solution : Calculation of Geometric mean and Harmonic mean

| Class | f   | mid val. x | log x     | log x.f | Recip x     | Recip x.f |
|-------|-----|------------|-----------|---------|-------------|-----------|
| 0-7   | 7   | 3.5        | 0.5441    | 3.8087  | 0.2857      | 1.9999    |
| 7-14  | 11  | 10.5       | 1.0212    | 11.2332 | 0.09523     | 1.04753   |
| 14-21 | 24  | 17.5       | 1.2430    | 29.832  | 0.05714     | 1.37136   |
| 21-28 | 19  | 24.5       | 1.3892    | 26.3948 | 0.04081     | 0.77539   |
| 28-35 | 12  | 31.5       | 1.4983    | 17.9796 | 0.03174     | 0.38088   |
| 35-42 | 9   | 38.5       | 1.5855    | 14.2695 | 0.02597     | 0.23376   |
|       | n = |            | Σ log x.f |         | Σ Recip x.f |           |
|       | 82  |            | -103.5178 |         | -5.80882    |           |

G.M = Anti-log of  $\left(\frac{\Sigma \log f}{n}\right)$

= Anti-log  $\left(\frac{103.5178}{82}\right)$

= Anti-log (1.2624)

G.M = 18.30

H.M = Recip. of  $\left(\frac{\Sigma \text{Recip. } f}{n}\right)$

= Recip.  $\left(\frac{5.80882}{82}\right)$

= Recip. (0.07083)

H.M = 14.1183

Ex. 42 : Calculate Geometric mean and Harmonic mean for the following data

|                 |    |    |    |    |    |    |     |
|-----------------|----|----|----|----|----|----|-----|
| Marks less than | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70  |
| No. of students | 5  | 14 | 32 | 58 | 88 | 96 | 110 |

Solution : By converting the series into continuous series

| Class | f   | mid val. x | log x     | log x.f | Recip x     | Recip x.f |
|-------|-----|------------|-----------|---------|-------------|-----------|
| 0-10  | 5   | 5          | 0.6990    | 3.495   | 0.2         | 1.000     |
| 10-20 | 14  | 15         | 1.1761    | 10.5849 | 0.06666     | 0.59999   |
| 20-30 | 32  | 25         | 1.3979    | 25.1622 | 0.04        | 0.72      |
| 30-40 | 58  | 35         | 1.5441    | 40.1466 | 0.02857     | 0.74285   |
| 40-50 | 88  | 45         | 1.6532    | 49.596  | 0.02222     | 0.66666   |
| 50-60 | 96  | 55         | 1.7404    | 13.9232 | 0.0181818   | 0.1454545 |
| 60-70 | 110 | 65         | 1.8751    | 26.2514 | 0.015384    | 0.2153846 |
|       | n = |            | Σ log x.f |         | Σ Recip x.f |           |
|       | 110 |            | -169.1593 |         | -4.090348   |           |

G.M = Anti-log of  $\left(\frac{\Sigma \log f}{n}\right)$

= Anti-log  $\left(\frac{169.1593}{110}\right)$

= Anti-log (1.5378)

= 34.49 marks

H.M = Recip of  $\left(\frac{\Sigma \text{Recip. } f}{n}\right)$

= Recip  $\left(\frac{4.090348}{110}\right)$

= Recip (0.037184)

= 26.89 marks.

Ex. 43 : The following table gives the length of electric lamps in hours calculate Geometric mean and Harmonic mean

|       |     |     |      |      |      |      |      |      |
|-------|-----|-----|------|------|------|------|------|------|
| Below | 400 | 800 | 1200 | 1600 | 2000 | 2400 | 2800 | 3200 |
| f     | 4   | 16  | 36   | 60   | 75   | 92   | 105  | 120  |

Solution : Convert the series into continuous series

| Life in hours | f   | M.V. x | log x     | log x.f | Reciprocal x | Recip x.f |
|---------------|-----|--------|-----------|---------|--------------|-----------|
| 0-400         | 4   | 200    | 2.3010    | 9.204   | 0.005        | 0.02      |
| 400-800       | 12  | 600    | 2.7780    | 33.336  | 0.0016666    | 0.019999  |
| 800-1200      | 20  | 1000   | 3.0000    | 60.000  | 0.001        | 0.02      |
| 1200-1600     | 24  | 1400   | 3.1461    | 75.5064 | 0.000714     | 0.017142  |
| 1600-2000     | 15  | 1800   | 3.2553    | 48.8295 | 0.000555     | 0.008333  |
| 2000-2400     | 17  | 2200   | 3.3424    | 56.8208 | 0.0004545    | 0.0077272 |
| 2400-2800     | 13  | 2600   | 3.4150    | 44.395  | 0.0003846    | 0.0049999 |
| 2800-3200     | 15  | 3000   | 3.4771    | 52.1565 | 0.0003333    | 0.0049999 |
|               | n = |        | Σ log x.f |         | Σ Recip x.f  |           |
|               | 120 |        | -380.2482 |         | -0.103201    |           |

G.M = AL  $\left(\frac{\Sigma \log f}{n}\right)$

= AL  $\left(\frac{380.2482}{120}\right)$

= AL (3.168735)

= 1474.60 hours

H.M = Recip  $\left(\frac{\Sigma \text{Recip. } f}{n}\right)$

= Recip  $\left(\frac{0.103201}{120}\right)$

= Recip (0.00086)

= 1162.79 hours.

Ex. 44 : Find out Geometric mean and Harmonic mean for the following table relates to marks obtained by 130 competitors at the I.A.S. Examination (out of 200)

|                    |     |     |     |     |     |     |
|--------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Marks above        | 50  | 75  | 100 | 125 | 150 | 175 |
| No. of competitors | 130 | 125 | 80  | 50  | 36  | 14  |

Solution : Convert the series into continuous series

| Marks    | f   | M.V.  | log x  | log x.f                      | Recip x   | Reci x.f                              |
|----------|-----|-------|--------|------------------------------|-----------|---------------------------------------|
| 50-75    | 5   | 62.5  | 1.7959 | 8.9795                       | 0.016     | 0.080                                 |
| 75-100   | 45  | 87.5  | 1.9420 | 87.39                        | 0.011428  | 0.514285                              |
| 100-125  | 30  | 112.5 | 2.0511 | 61.533                       | 0.008888  | 0.266666                              |
| 125-150  | 14  | 137.5 | 2.1383 | 29.9362                      | 0.0072727 | 0.10181818                            |
| 150-175  | 22  | 162.5 | 2.2108 | 48.6376                      | 0.0061538 | 0.1353846                             |
| 175-200  | 14  | 187.5 | 2.2730 | 31.822                       | 0.0053333 | 0.0746662                             |
| $\Sigma$ | 130 |       |        | $\Sigma \log x.f = 268.2983$ |           | $\Sigma \text{Reci}.x.f = 1.17281998$ |

$$G.M = AL \text{ of } \left( \frac{\Sigma \log f}{n} \right)$$

$$= AL \left( \frac{268.2983}{130} \right)$$

$$= AL (2.06383)$$

$$G.M = 115.8 \text{ marks.}$$

$$H.M = \text{Reci} \left( \frac{\Sigma \text{Reci}.f}{n} \right)$$

$$= \text{Reci} \left( \frac{1.17281998}{130} \right)$$

$$= \text{Reci} (0.0090216)$$

$$H.M = 110.845 \text{ Marks}$$

Ex. 45 : The following table gives the number of persons in various income group estimate the value of Geometric mean and Harmonic mean

|                |     |      |      |      |      |      |      |
|----------------|-----|------|------|------|------|------|------|
| Income above   | 500 | 1000 | 1500 | 2000 | 2500 | 3000 | 3500 |
| No. of persons | 70  | 50   | 48   | 42   | 32   | 16   | 4    |

Solution : By convert the series into continuous series we get

| Income    | f  | M.V. | log x  | log x.f                     | Reci x    | Reci x.f                             |
|-----------|----|------|--------|-----------------------------|-----------|--------------------------------------|
| 500-1000  | 18 | 750  | 2.8751 | 51.7518                     | 0.001333  | 0.023999                             |
| 1000-1500 | 4  | 1250 | 3.0969 | 12.3876                     | 0.0008    | 0.0032                               |
| 1500-2000 | 6  | 1750 | 3.2430 | 19.458                      | 0.000571  | 0.003428                             |
| 2000-2500 | 10 | 2250 | 3.3522 | 33.522                      | 0.000444  | 0.004444                             |
| 2500-3000 | 16 | 2750 | 3.4393 | 55.0288                     | 0.0003636 | 0.00581818                           |
| 3000-3500 | 12 | 3250 | 3.5119 | 42.1428                     | 0.0003076 | 0.0036923                            |
| 3500-4000 | 04 | 3750 | 3.5740 | 14.296                      | 0.0002666 | 0.00106666                           |
| $\Sigma$  | 70 |      |        | $\Sigma \log x.f = 228.587$ |           | $\Sigma \text{Reci}.x.f = 0.0456494$ |

$$G.M = AL \left( \frac{\Sigma \log f}{n} \right)$$

$$= AL \left( \frac{228.587}{70} \right)$$

$$= AL (3.2655)$$

$$G.M = 1843/-$$

$$H.M = \text{Reci} \left( \frac{\Sigma \text{Reci}.f}{n} \right)$$

$$= \text{Reci} \left( \frac{0.0456494}{70} \right)$$

$$= \text{Reci} (0.000652)$$

$$= 1533.74$$

$$H.M = \text{Rs.} 1533.74$$

Ex. 46 : Calculate Geometric mean and Harmonic mean for the given data

|                  |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Income Rs. below | 100 | 200 | 300 | 400 | 500 | 600 | 700 | 800 | 900 |
| No. of person    | 5   | 11  | 20  | 45  | 60  | 70  | 85  | 90  | 100 |

Solution : Convert the series into continuous series

| Incom    | f   | mid val. x | log x  | log x. f.                    | Recip x    | Recip x.f                          |
|----------|-----|------------|--------|------------------------------|------------|------------------------------------|
| 0-100    | 5   | 50         | 1.6990 | 8.495                        | 0.02       | 0.10                               |
| 100-200  | 6   | 150        | 2.1761 | 13.0566                      | 0.00666    | 0.03999                            |
| 200-300  | 9   | 250        | 2.3979 | 21.5811                      | 0.004      | 0.036                              |
| 300-400  | 25  | 350        | 2.5451 | 63.6275                      | 0.00285    | 0.07142                            |
| 400-500  | 15  | 450        | 2.6532 | 39.798                       | 0.002222   | 0.03333                            |
| 500-600  | 10  | 550        | 2.7404 | 27.404                       | 0.00181818 | 0.0181818                          |
| 600-700  | 15  | 650        | 2.8129 | 42.1935                      | 0.0015384  | 0.023076                           |
| 700-800  | 5   | 750        | 2.8751 | 14.3755                      | 0.0013333  | 0.006665                           |
| 800-900  | 10  | 850        | 2.9294 | 29.294                       | 0.0011764  | 0.011764                           |
| $\Sigma$ | 100 |            |        | $\Sigma \log x.f = 259.8252$ |            | $\Sigma \text{Rec}.x.f = 0.340441$ |

$$G.M = AL \text{ of } \left( \frac{\Sigma \log f}{n} \right)$$

$$= AL \left( \frac{259.8252}{100} \right)$$

$$= AL (2.5982)$$

$$G.M = 396.5$$

$$H.M = \text{Recip} \left( \frac{\Sigma \text{Reci}.f}{n} \right)$$

$$= \text{Recip} \left( \frac{0.340441}{100} \right)$$

$$= \text{Recip} (0.0034044)$$

$$H.M = 293.7375$$

Ex. 47 : Calculate the G.M and H.M for the following data

|                   |    |    |    |    |    |    |     |
|-------------------|----|----|----|----|----|----|-----|
| Earning less than | 10 | 20 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50  |
| No. of workers    | 10 | 35 | 50 | 65 | 70 | 87 | 100 |

Solution : By converting the series into continuous series weges

| Earning  | f   | mid val | log x  | log x.f                      | Reciprocal x | Reci x.f                          |
|----------|-----|---------|--------|------------------------------|--------------|-----------------------------------|
| 0-10     | 10  | 5       | 0.6990 | 6.990                        | 0.2          | 2.000                             |
| 10-20    | 25  | 15      | 1.1761 | 29.4025                      | 0.06666      | 1.66666                           |
| 20-30    | 15  | 25      | 1.3979 | 20.9685                      | 0.04         | 0.6                               |
| 30-35    | 15  | 32.5    | 1.5119 | 22.6785                      | 0.03076      | 0.46153                           |
| 35-40    | 5   | 37.5    | 1.5740 | 7.87                         | 0.02666      | 0.13333                           |
| 40-45    | 17  | 42.5    | 1.6284 | 27.6828                      | 0.023529     | 0.39999                           |
| 45-50    | 13  | 47.5    | 1.6767 | 21.7971                      | 0.021052     | 0.27368                           |
| $\Sigma$ | 100 |         |        | $\Sigma \log x.f = 137.3894$ |              | $\Sigma \text{Rec}.x.f = 5.53519$ |

$$G.M = \text{Anti-log} \left( \frac{\Sigma \log f}{n} \right)$$

$$= \text{Anti-log} \left( \frac{137.3894}{100} \right)$$

$$= \text{Anti-log} (1.3738)$$

$$= 23.64$$

$$H.M = \text{Recip. of} \left( \frac{\Sigma \text{Reci}.f}{n} \right)$$

$$= \text{Recip.} \left( \frac{5.53519}{100} \right)$$

$$= \text{Recip.} (0.05535)$$

$$H.M = 18.06$$

Ex. 48 : Determine the Geometric mean and Harmonic mean.

|                    |     |     |     |     |     |     |     |
|--------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Wages in Rs. above | 330 | 340 | 350 | 360 | 370 | 380 | 390 |
| No. of labours     | 60  | 52  | 47  | 39  | 21  | 11  | 5   |

Solution : Convert the series into continuous series

| Wages      | f         | M.V. | log x              | log x.f        | Recip x              | Reci x.f          |
|------------|-----------|------|--------------------|----------------|----------------------|-------------------|
| 330-340    | 8         | 335  | 2.5250             | 20.2           | 0.002985             | 0.023880          |
| 340-350    | 5         | 345  | 2.5378             | 12.89          | 0.0028985            | 0.0144927         |
| 350-360    | 8         | 355  | 2.5502             | 20.4016        | 0.0028169            | 0.0225352         |
| 360-370    | 18        | 365  | 2.5623             | 46.1214        | 0.0027397            | 0.049315          |
| 370-380    | 10        | 375  | 2.5740             | 25.74          | 0.0026666            | 0.0266666         |
| 380-390    | 6         | 385  | 2.5855             | 15.513         | 0.0025974            | 0.0155844         |
| 390-400    | 5         | 395  | 2.5966             | 12.983         | 0.00253164           | 0.0126582         |
| <b>n =</b> | <b>60</b> |      | <b>Σ log x.f =</b> | <b>153.648</b> | <b>Σ Recip x.f =</b> | <b>0.16513152</b> |

$$G.M = \text{Anti-log} \left( \frac{\Sigma \log f}{n} \right)$$

$$= \text{Anti-log} \left( \frac{153.648}{60} \right)$$

$$= \text{Anti-log} (2.5608)$$

$$G.M = \text{Rs. } 363.8$$

$$H.M = \text{Reci.} \left( \frac{\Sigma \text{Reci.} f}{n} \right)$$

$$= \text{Reci.} \left( \frac{0.16513152}{60} \right)$$

$$= \text{Reci.} (0.002752)$$

$$H.M = \text{Rs. } 363.372$$

Ex. 49 : Calculate Geometric mean and Harmonic mean for the distribution of age of patient turned out - in a hospital on a particular day was as under

|                    |     |     |     |    |    |    |       |
|--------------------|-----|-----|-----|----|----|----|-------|
| Age in years above | 10  | 20  | 30  | 40 | 50 | 60 | 70-80 |
| No. of patients    | 148 | 124 | 109 | 71 | 30 | 16 | 01    |

Solution : Convert the series into continuous series we get

| Age        | f          | mid val x | log x              | log x.f        | Recip x              | Reci x.f        |
|------------|------------|-----------|--------------------|----------------|----------------------|-----------------|
| 10-20      | 24         | 15        | 1.1761             | 28.2264        | 0.06666              | 1.599999        |
| 20-30      | 15         | 25        | 1.3979             | 20.9685        | 0.04                 | 0.6             |
| 30-40      | 38         | 35        | 1.5441             | 58.6758        | 0.02857              | 1.08571         |
| 40-50      | 41         | 45        | 1.6532             | 67.7812        | 0.02222              | 0.911111        |
| 50-60      | 14         | 55        | 1.7404             | 24.3656        | 0.0181818            | 0.254545        |
| 60-70      | 15         | 65        | 1.8129             | 27.1935        | 0.01538              | 0.230769        |
| 70-80      | 01         | 75        | 1.8751             | 1.8751         | 0.013333             | 0.013333        |
| <b>n =</b> | <b>148</b> |           | <b>Σ log x.f =</b> | <b>153.648</b> | <b>Σ Recip x.f =</b> | <b>4.695466</b> |

$$G.M = \text{Antilog of} \left( \frac{\Sigma \log f}{n} \right)$$

$$= \text{Antilog} \left( \frac{229.0861}{148} \right)$$

$$= \text{Antilog} (1.5478)$$

$$= 35.30 \text{ years.}$$

$$H.M = \text{Recip. of} \left( \frac{\Sigma \text{Reci.} f}{n} \right)$$

$$= \text{Recip.} \left( \frac{4.695466}{148} \right)$$

$$= \text{Recip.} (0.031726)$$

$$= 31.5198$$

$$H.M = 31.52 \text{ Years.}$$

Ex. 50 : Calculate Geometric mean and Harmonic mean for the given data

|       |    |    |    |    |    |     |     |     |
|-------|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|
| Beolw | 15 | 30 | 45 | 60 | 75 | 90  | 105 | 120 |
| C.f   | 15 | 35 | 60 | 84 | 96 | 117 | 128 | 140 |

Solution : Convert the series into continuous series

| Class      | f          | Mid Val. x | log x              | log x.f         | Reciprocal x         | Reci x.f        |
|------------|------------|------------|--------------------|-----------------|----------------------|-----------------|
| 0-15       | 15         | 7.5        | 0.8751             | 13.1265         | 0.13333              | 99999           |
| 15-30      | 20         | 22.5       | 1.3522             | 27.044          | 0.04444              | 0.88888         |
| 30-45      | 25         | 37.5       | 1.5740             | 39.35           | 0.02666              | 0.66666         |
| 45-60      | 24         | 52.5       | 1.7202             | 41.2848         | 0.01904              | 0.45714         |
| 60-75      | 12         | 67.5       | 1.8293             | 21.9516         | 0.0148148            | 0.177777        |
| 75-90      | 21         | 82.5       | 1.9165             | 40.2465         | 0.0121212            | 0.254545        |
| 90-105     | 11         | 97.5       | 1.9890             | 21.879          | 0.0102564            | 0.1128205       |
| 105-120    | 12         | 112.5      | 2.0512             | 24.6144         | 0.008888             | 0.106666        |
| <b>n =</b> | <b>140</b> |            | <b>Σ log x.f =</b> | <b>229.4968</b> | <b>Σ Recip x.f =</b> | <b>4.664485</b> |

$$G.M = \text{AL} \left( \frac{\Sigma \log f}{n} \right)$$

$$= \text{AL} \left( \frac{229.4968}{140} \right)$$

$$= \text{AL} (1.6392)$$

$$= 43.57$$

$$H.M = \text{Reci} \left( \frac{\Sigma \text{Reci.} f}{n} \right)$$

$$= \text{Reci} \left( \frac{4.664485}{140} \right)$$

$$= \text{Reci} (0.033317)$$

$$H.M = 30.014$$

Ex. 51 : From the given data calculate Geometric mean and Harmonic mean

|                 |     |    |    |    |    |    |           |
|-----------------|-----|----|----|----|----|----|-----------|
| Works above     | 0   | 15 | 30 | 45 | 60 | 75 | 90 to 100 |
| No. of students | 100 | 95 | 75 | 50 | 25 | 15 | 5         |

Solution : Convert the series into continuous series

| Marks      | f          | mid val. x | log x              | log x.f         | Recip x              | Reci x.f        |
|------------|------------|------------|--------------------|-----------------|----------------------|-----------------|
| 0-15       | 10         | 7.5        | 0.8751             | 8.751           | 0.13333              | 1.3333          |
| 15-30      | 15         | 22.5       | 1.3522             | 20.283          | 0.04444              | 0.66666         |
| 30-45      | 25         | 37.5       | 1.5740             | 39.35           | 0.02666              | 0.66666         |
| 45-60      | 25         | 52.5       | 1.7202             | 43.005          | 0.190476             | 0.476190        |
| 60-75      | 10         | 67.5       | 1.8293             | 18.293          | 0.0148148            | 0.148148        |
| 75-90      | 10         | 82.5       | 1.9165             | 19.165          | 0.0121212            | 0.121212        |
| 90-100     | 5          | 95.0       | 1.9777             | 9.8888          | 0.0105263            | 0.052631        |
| <b>n =</b> | <b>100</b> |            | <b>Σ log x.f =</b> | <b>158.7355</b> | <b>Σ Recip x.f =</b> | <b>3.464771</b> |

$$G.M = \text{Anti-log} \left( \frac{\Sigma \log f}{n} \right)$$

$$= \text{Anti-log} \left( \frac{158.7355}{100} \right)$$

$$= \text{Anti-log} (1.5873)$$

$$= 38.67 \text{ marks}$$

$$H.M = \text{Reci. of} \left( \frac{\Sigma \text{Reci.} f}{n} \right)$$

$$= \text{Reci.} \left( \frac{3.464771}{100} \right)$$

$$= \text{Reci.} 0.034647$$

$$= 28.868 \text{ marks.}$$

Try Your Self

1) Calculate geometric mean and harmonic mean of the following series  
Size 3.8 4.5 28 52 75.8 642 920 7580  
Ans. G.M = 97.95, H.M = 14.39

2) Calculate G.M and H.M  
Size 6 1.4 0.05 0008 1.2 .004 .005 .03 .9 1.8  
Ans. G.M = 0.911, H.M = 0.0057

3) Calculate geometric mean and harmonic mean  
Annual Inc. 1060, 1200, 1450, 2500, 7200, 520, 480, 360, 200, 150, 120, 96, 90, 80, 60  
Ans. G.M = 377.20 H.M = 186.40

4) Find out geometric mean and harmonic mean  
Size 35 40 90 150 20 15 10 6 250 2000 300 1500 450 400 12  
Ans. G.M = 88.69, H.M = 27.21

5) Find out G.M and H.M for the following values  
Size 3756 .4 .37 .6 .093 .005 .002 .00004 9570

6) Calculate geometric mean and harmonic mean of the following series  
Price of Toyes 12 14 15 18 19 20 22 25 28  
No of Toys sold 24 28 35 48 159 185 200 152 110  
Ans. G.M = 21.01, H.M = 20.57

7) Calculate geometric mean and harmonic mean of the following series  
Size 10 40 80 180 200 210 305  
f 6 8 15 24 38 9 4  
Ans. G.M = 129.7, H.M = 76.091

8) Calculate geometric mean and harmonic mean of the following series  
Wages in Rs. 100 110 140 180 290 380 560 1100 2400  
No. of marks 40 65 56 96 24 56 38 40 24  
Ans. G.M = 260.4, H.M = 193.873

9) Calculate geometric mean and harmonic mean  
Class 15-25 25-35 35-45 45-55 55-65 65-75 75-85 85-95  
Freq. 4 11 19 14 0 2 6 4  
Ans. G.M = 43.98, H.M = 40.834

10) Calculate geometric mean and harmonic mean for the given class  
Marks 10-25 25-40 40-55 55-70 70-85 85-100  
No. of students 6 22 44 26 3 1  
Ans. G.M = 45.2 marks, H.M = 42.3 marks.



# युनिट - ४

## ७. अपकिरण Dispersion

माध्य काढल्यामुळे पदमालेतील सर्व पदांना एका प्रकारे समानता मिळते. कारण सर्व पदांचे प्रतिनिधित्व करणारी एकच संख्या माध्यरूपाने पुढे येते. परंतु ही सर्व पदे एक साखळी असण्यापेक्षा भिन्न स्वरूपाची असतात. त्यामुळे माध्यापासून प्रत्येक पदाचे अंतर तसेच पदमालेचा एकूण विस्तार याबद्दल ज्ञान प्राप्त करणे आवश्यक असते. विशिष्ट पदमालेचा या दृष्टीने स्वतंत्र विचार करताना किंवा निरनिराळ्या पदमालांची तुलना करतांना पदमालेच्या निरपेक्ष व सापेक्ष मापनासाठी ज्या पध्दतीचा अवलंब करतात त्याला अपकिरण माप असे म्हणतात. तसेच पदमालेचे एकूण स्वरूप कसे आहे, त्यात चढ उतार किती आहे, पदमालेचे स्वरूप साखळे किंवा विषम आहे हे जाणून घेण्याकरिता व त्यांचे निरपेक्ष व सापेक्ष मापन करण्याच्या पध्दतीला विषमता असे म्हणतात.

प्रो. बाऊले यांची अपकिरणाची व्याख्या

“अपकिरण हे पदमालेतील विविध पदमूल्यांतील विचलनाचे माप आहे.”  
“वैयक्तिक पदमूल्यांतील भिन्नत्वाच्या सीमेचे माप म्हणजे अपकिरण होय.”

अपकिरण मापनाची उद्दिष्टे

- अ) माध्यांची विश्वासाहता निश्चित करणे.
- ब) विचलन नियंत्रणाच्या दृष्टीने आधार पुरविणे.
- क) दोन किंवा त्यापेक्षा जास्त पदमालांची तुलना करून त्यातील विचलनाचे स्वरूप निश्चित करणे.
- ड) इतर सांख्यिकीय आगणनासाठी मदत करणे.

विचलन काढण्याच्या पध्दती (Method of Measuring Dispersion):-

विचलने काढण्याकरिता खालील पध्दतीचा अवलंब करतात.

- i) विस्तार (Range) ii) आंतर चतुर्थक विस्तार (Inter Quartile Range) iii) चतुर्थक विचलन (Quartile Deviation) iv) माध्य विचलन (Mean Deviation) v) प्रमाण विचलन (Standard Deviation)

1. विस्तार (Range):-

विस्तार ही अर्थविरणूच्या गणनेची अत्यंत सोपी पध्दती आहे. यात पदमालेतील पदमूल्यांमधील सर्वात उच्च व त्यातील सर्वात निम्न मूल्य यातील फरकाला (H-L) विस्तार असे म्हणतात. पदमाला जेव्ही मोठी असेल तेवढ्या प्रमाणात फरक निर्माण होऊन विस्तारात वाढ होते. विस्तार मूल्य (Co-efficient of Range) काढून त्याचे सापेक्ष माप समजू शकते.

a) Range = H - L (Absolute Measure)

Where H = Highest value and L = Lowest value (न्यूनतम मूल्य)

b) Co-efficient of Range =  $\frac{H-L}{H+L}$  (Relative measure)

वैयक्तिक पदमाला  
(Individual Series)

Ex. 1: Calculate range and its co-efficient from the following data.

40, 60, 70, 50, 45, 38, 42, 63, 58, 39

Solution: Arrange the series into ascending order.

38 39 40 42 45 50 58 60 63 70

a) Range = L - S (Large value - small value)  
or H - L (Highest value - lowest value)

H = 70 and L = 38

∴ Range = 70 - 38  
Range = 32

b) Co-efficient of Range =  $\frac{H-L}{H+L}$

$= \frac{70-38}{70+38}$

$= \frac{32}{108}$

Co-efficient of Range = 0.296

Ex. 2: Calculate the range and co-efficient of range.

Income (in rs) 50 100 700 80 209 80 70 150 600 1000 1050

Solution: Arrange the series into ascending order.

Income 50 70 80 100 150 209 600 700 800 1000 1050

a) Here H = 1050,  
L = 50

∴ Range = H - L  
= 1050 - 50  
= 1000

b) Co-efficient of Range =  $\frac{H-L}{H+L} = \frac{1050-50}{1050+50}$

$= \frac{1000}{1100} = .909$

Ex. 3: Calculate range and Co-efficient of range.

Marks 20 50 70 75 65 45 85 90 35 15

Solution: Arrange the series into ascending order.

Marks 15 20 35 45 50 65 70 75 85 90

a) Range = H - L.  
H = 90, L = 15

∴ Range = 90 - 15  
= 75 Marks

b) Co-efficient of Range =  $\frac{H-L}{H+L} = \frac{90-15}{90+15}$

$= \frac{75}{105} = 0.7142$

Ex. 4: The following are the monthly income of 12 persons of a certain company Find out their range and Co-efficient of range.

Income Rs. 1500 1800 2000 3000 2700 3500 4000 6000 9000 5800 4500 7800

Solution: Arrange the series into ascending order.

Income 1500 1800 2000 2700 3000 3500 4000 4500 5800 6000 7800 9000

a) Here H = 9000 and L = 1500

∴ Range = H - L  
= 9000 - 1500  
= 7500

b) Co-efficient of Range =  $\frac{H-L}{H+L} = \frac{9000-1500}{9000+1500}$

$= \frac{7500}{10500} = 0.714$

Ex. 5: The marks obtained by 10 students in the subject English are given below find out range and its Co-efficient.

Marks 54 25 70 40 65 60 30 69 50 75

Solution: Arrange the series into ascending order.

Marks 25 30 40 50 54 60 65 69 70 75

a) Range = H - L  
= 75 - 25  
= 50 Marks

b) Co-efficient of range =  $\frac{H-L}{H+L}$

$= \frac{75-25}{75+25} = 0.50$

खंडित पदमाला  
(Discrete Series)

Ex. 6: Find out range and its Co-efficient of the following.

Size 20 30 40 50 60 70 80 90 100  
f 10 5 23 12 3 12 14 9 12

Solution: Calculation of range and its Co-efficient.

Size 20 30 40 50 60 70 80 90 100  
f 10 5 23 12 3 12 14 9 12

a) Here largest no. in size (H) = 100  
 Lowest no. in size (L) = 20  
 $\therefore$  Range = H - L  
 = 100 - 20  
 = 80

b) Co-efficient of Range =  $\frac{H-L}{H+L}$   
 =  $\frac{80}{120}$   
 = 0.667

Ex. 7: Calculate the range and its co-efficient from the following.

|              |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|--------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Age          | 18 | 27 | 25 | 30 | 40 | 50 | 20 | 19 | 15 | 45 |
| No of Person | 8  | 6  | 5  | 14 | 21 | 9  | 12 | 6  | 5  | 12 |

Solution: Calculation of range and its co-efficient.

|                 |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|-----------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Arranged Series | 15 | 18 | 19 | 20 | 25 | 27 | 30 | 40 | 45 | 50 |
| f               | 5  | 8  | 6  | 12 | 5  | 6  | 14 | 21 | 12 | 9  |

a) Here H = 50 and L = 15  
 Range = H - L  
 = 50 - 15  
 = 35 Years

b) Co-efficient of Range =  $\frac{H-L}{H+L}$   
 =  $\frac{50-15}{50+15}$   
 =  $\frac{35}{65}$   
 = 0.538

अखंडित पदमाला  
 (Continuous series)

Ex. 8: Calculate range and co-efficient of range from the following.

|       |       |       |       |       |        |         |         |
|-------|-------|-------|-------|-------|--------|---------|---------|
| Class | 10-30 | 30-50 | 50-70 | 70-90 | 90-110 | 110-130 | 130-150 |
| f     | 4     | 5     | 9     | 3     | 2      | 6       | 8       |

Solution: Calculation of range and its co-efficient.

| Class   | f |
|---------|---|
| 10-30   | 4 |
| 30-50   | 5 |
| 50-70   | 9 |
| 70-90   | 3 |
| 90-110  | 2 |
| 110-130 | 6 |
| 130-150 | 8 |

a) Range = H - L  
 Highest number in class (H) = 150  
 Lowest number in class (L) = 10  
 $\therefore$  Range = 150 - 10  
 = 140

b) Co-eff. of Range =  $\frac{H-L}{H+L}$   
 =  $\frac{150-10}{150+10}$   
 =  $\frac{140}{160}$   
 = 0.875

Ex. 9: Find out range and its Co-efficient of the following.

|                 |     |    |    |    |    |    |    |    |
|-----------------|-----|----|----|----|----|----|----|----|
| Marks less than | 90  | 80 | 70 | 60 | 50 | 40 | 30 | 20 |
| No of students  | 100 | 85 | 72 | 55 | 42 | 35 | 20 | 12 |

Solution: Calculation of range and its co-efficient.

First convert the series into continuous frequency distribution.

| Marks   | f  |
|---------|----|
| 10-20   | 12 |
| 20-30   | 8  |
| 30-40   | 15 |
| 40-50   | 7  |
| 50-60   | 13 |
| 60-70   | 17 |
| 70-80   | 13 |
| 80-90   | 15 |
| n = 100 |    |

a) Range = H - L  
 Highest marks = 90  
 Lowest marks = 10  
 $\therefore$  Range = 90 - 10  
 = 80 Marks

b) Co-efficient of range =  $\frac{90-10}{90+10}$   
 =  $\frac{80}{100}$   
 = 0.8

Ex. 10: Calculate Range and co-efficient of range from the following.

|                      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|----------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Monthly Income above | 1000 | 1500 | 2000 | 2500 | 3000 | 3500 | 4000 | 4500 |
| Income - f           | 50   | 48   | 45   | 40   | 31   | 13   | 5    | 3    |

Solution: Calculation of Range and its coefficient.

First convert the series into continuous frequency distribution.

| Monthly Income (R) | No. of Persons |
|--------------------|----------------|
| 1000-1500          | 2              |
| 1500-2000          | 3              |
| 2000-2500          | 5              |
| 2500-3000          | 9              |
| 3000-3500          | 18             |
| 3500-4000          | 8              |
| 4000-4500          | 2              |
| 4500-5000          | 3              |
| n = 50             |                |

a) Range = H - L  
 Highest number in income = 5000 (H)  
 Lowest number in income = 1000 (L)  
 $\therefore$  Range = 5000 - 1000 = 4000

b) Co-eff. of Range =  $\frac{H-L}{H+L}$   
 =  $\frac{5000-1000}{5000+1000}$   
 =  $\frac{4000}{6000}$   
 = 0.667

2. आंतर चतुर्थक विस्तार (Inter Quartile Range):-

कोणत्याही पदमालेकरिता प्रथम चतुर्थक (First Quartile or Lower Quartile) व तृतीय चतुर्थक (Third Quartile or Upper Quartile) प्राप्त करून त्यातील अंतर शोधून काढल्यास त्याला आंतर चतुर्थक विस्तार असे म्हणतात. यामुळे एकूण पदमालेचा विचार न होता मधल्या 50% भागाचा विस्तार स्पष्ट होतो.  
 Inter Quartile Range = (Q<sub>3</sub> - Q<sub>1</sub>)

Where Q<sub>3</sub> stands for upper Quartile (Third) उच्च चतुर्थक (तृतीय)

and Q<sub>1</sub> stands for lower Quartile (First) न्युनतम चतुर्थक (प्रथम)

3. चतुर्थक विचलन (Quartile Deviation) :-

आंतर चतुर्थक विस्ताराला दोन ने भाग देऊन जी संख्या येते तिला चतुर्थक विचलन असे म्हणतात. म्हणूनच गाला अर्ध अंतर चतुर्थक विस्तार (Semi-Inter Quartile Range) असेही म्हणतात.

चतुर्धक विचलन हे विचलनाचे निरपेक्ष माप आहे तर चतुर्धक विचलन गुणक हे विचलनाचे सापेक्ष माप आहे.

$$Q.D = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

$$\text{Coeff. of Q.D.} = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

Individual series

Ex. 1 : Find out Inter quartile range, quartile deviation and its co-efficient from the following data.

| Arranged Series | Item  | 20 | 28 | 10 | 14 | 11 | 18 | 19 | 25 | 24 | 17 | 15 | 8 | 5 | 30 | 26 |
|-----------------|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|---|----|----|
| 5               | Solution : Calculation of Inter quartile range Q.D. & its Co-efficient (First arrange the series in ascending order). |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |   |   |    |    |
| 8               | a) Calculation of lower Quartile  |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |   |   |    |    |
| 10              | b) Calculation of upper Quartile  |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |   |   |    |    |
| 11              | $Q_1 = \text{size of } \left(\frac{n+1}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |   |   |    |    |
| 14              | $Q_3 = \text{Size of } 3\left(\frac{n+1}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$  |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |   |   |    |    |
| 15              | Where n stands for total number of items  |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |   |   |    |    |
| 17              | $Q_1 = \text{size of } \left(\frac{15+1}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$  |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |   |   |    |    |
| 18              | $Q_3 = \text{Size of } 3\left(\frac{15+1}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |   |   |    |    |
| 19              | = size of 3(4) <sup>th</sup> item   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |   |   |    |    |
| 20              | = size of 12 <sup>th</sup> item   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |   |   |    |    |
| 24              | = size of 12 <sup>th</sup> item is 25   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |   |   |    |    |
| 25              | Value of 4 <sup>th</sup> item = 11  |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |   |   |    |    |
| 26              | ∴ Q <sub>1</sub> = 11 unit  |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |   |   |    |    |
| 28              | ∴ Q <sub>3</sub> = 25 unit  |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |   |   |    |    |
| 30              |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |   |   |    |    |

c) Calculation of inter Quartile range  
 $= Q_3 - Q_1$   
 $= 25 - 11$   
 $= 14 \text{ unit}$

Calculation of inter Quartile deviation

$$Q.D = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

$$= \frac{25 - 11}{2}$$

$$= \frac{14}{2} = 7$$

d) Calculation of co-efficient of Quartile deviation

$$= \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

$$= \frac{25 - 11}{25 + 11}$$

$$= \frac{14}{36}$$

$$= 0.38$$

Ex. 2 : Calculate inter quartile range, quartile deviation and its co-efficient from the following.

| Income in Rs. | 550 | 450 | 300 | 150 | 600 | 980 | 1000 | 700 | 250 | 800 |
|---------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|-----|-----|-----|
|---------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|-----|-----|-----|

| Rearranged Series (Income in Rs.) |
|-----------------------------------|
| 150                               |
| 250                               |
| 300                               |
| 450                               |
| 550                               |
| 600                               |
| 700                               |
| 800                               |
| 980                               |
| 1000                              |

Solution : Calculation of lower & upper quartile

a)  $Q_1 = \text{size of } \left(\frac{n+1}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$   
 $= \text{size of } \left(\frac{10+1}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$   
 $= \text{size of } 2.75^{\text{th}} \text{ Item}$   
 $= \text{size of } 2^{\text{nd}} \text{ Item} + .75$   
 $(3^{\text{rd}} \text{ Item} - 2^{\text{nd}} \text{ Item})$   
 $= 250 + .75 (300 - 250)$   
 $= 250 + .75 (50)$   
 $= 250 + 37.5$   
 $Q_1 = \text{Rs. } 287.50$

b)  $Q_3 = \text{size of } 3\left(\frac{n+1}{4}\right)^{\text{th}} \text{ Item}$   
 $= \text{size of } 8.25^{\text{th}} \text{ item}$   
 $= \text{size of } 8^{\text{th}} \text{ item} + .25$   
 $(\text{size of } 9^{\text{th}} \text{ item} - \text{size of } 8^{\text{th}} \text{ item})$   
 $= 800 + .25 (980 - 800)$   
 $= 800 + .25 (180)$   
 $= 800 + 45$   
 $Q_3 = \text{Rs. } 845$

c) Calculation of inter Quartile range  
 $= Q_3 - Q_1$   
 $= 845 - 287.5$   
 $= \text{Rs } 557.5$

e) Calculation of co-efficient of quartile deviation  
 $= \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} = \frac{845 - 287.5}{845 + 287.5}$   
 $= \frac{557.5}{1132.5} = 0.492$

d) Calculation of Quartile deviation

$$Q.D = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

$$= \frac{845 - 287.5}{2}$$

$$\text{Rs. } 278.75$$

Ex. 3 : The following are daily expenditure of 11 families Calculate inter quartile range Q.D. & its co-efficient.

| Daily exp. (in Rs.) | 1500 | 2000 | 2500 | 2750 | 3000 | 4000 | 5000 | 5200 | 6000 | 6500 |
|---------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|---------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|

Solution : Calculation of lower quartile & upper quartile

a) Calculation of lower quartile  
 $Q_1 = \text{size of } \left(\frac{n+1}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$   
 $= \text{size of } \left(\frac{11+1}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$   
 $= \text{size of } 3^{\text{rd}} \text{ item}$   
 $Q_1 = \text{Rs. } 2500$

b) Calculation of upper quartile  
 $Q_3 = \text{size of } 3\left(\frac{n+1}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$   
 $= \text{size of } 3\left(\frac{11+1}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$   
 $= \text{size of } 3(3)^{\text{th}} \text{ item}$   
 $= \text{size of } 9^{\text{th}} \text{ item}$   
 $Q_3 = 6000/-$

c) Calculation of Inter Quartile range

$$= Q_3 - Q_1$$

$$= 6000 - 2500$$

$$= \text{Rs. } 3500$$

e) Calculation of co-efficient of

$$Q.D = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

$$= \frac{6000 - 2500}{6000 + 2500}$$

$$= 0.41$$

Ex. 4: The following are the marks obtained by 15 students in Accountancy Calculate inter quartile range, Q.D and its co-efficient.

Marks 70 80 85 75 60 40 30 35 50 75 40 75 80 45 55

Solution: Calculation of upper and lower quartile.

| Marks |
|-------|
| 30    |
| 35    |
| 45    |
| 40    |
| 40    |
| 45    |
| 50    |
| 55    |
| 60    |
| 70    |
| 75    |
| 75    |
| 75    |
| 80    |
| 80    |
| 85    |

a)  $Q_1 = \text{size of } \left(\frac{n+1}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$

$$= \text{size of } \left(\frac{15+1}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } \left(\frac{16}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } 4^{\text{th}} \text{ item}$$

$$Q_1 = 40 \text{ marks}$$

d) Calculation of

$$Q.D = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

$$= \frac{75 - 40}{2}$$

$$= \frac{35}{2}$$

$$= 17.5$$

b)  $Q_3 = \text{size of } 3\left(\frac{n+1}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$

$$= \text{size of } 3\left(\frac{15+1}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } 12^{\text{th}} \text{ item}$$

$$Q_3 = 75 \text{ marks}$$

c) Calculation of inter quartile range

$$I.Q.R. = Q_3 - Q_1$$

$$= 75 - 40$$

$$= 35 \text{ marks}$$

e) Co-efficient of

$$Q.D = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

$$= \frac{75 - 40}{75 + 40}$$

$$= \frac{35}{115}$$

$$= 0.30$$

d) Calculation of quartile deviation

$$Q.D = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

$$= \frac{6000 - 2500}{2}$$

$$= \frac{3500}{2}$$

$$= \text{Rs. } 1750$$

Ex. 5: Calculate co-efficient of quartile deviation and semi inter quartile range from the following income of 10 families.

Income 4500 6000 7050 8000 9000 10500 11000 12000 15000 16000

Solution: Calculation of quartile

| Income |
|--------|
| 4500   |
| 6000   |
| 7050   |
| 8000   |
| 9000   |
| 10500  |
| 11000  |
| 12000  |
| 15000  |
| 16000  |

a)  $Q_1 = \text{size of } \left(\frac{n+1}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$

$$= \text{size of } \left(\frac{10+1}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } \left(\frac{11}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } 2.75^{\text{th}} \text{ item}$$

$$\text{size of } 2^{\text{nd}} \text{ item} + .75 (3^{\text{rd}} \text{ item} - 2^{\text{nd}} \text{ item})$$

$$= 6000 + .75 (7050 - 6000)$$

$$= 6000 + .75 (1050)$$

$$= 6000 + 787.5$$

$$Q_1 = \text{Rs } 6787.50$$

b)  $Q_3 = \text{Size of } 3\left(\frac{n+1}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$

$$= \text{size of } 3\left(\frac{10+1}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } 3(2.75) \text{ item}$$

$$= \text{size of } 8.25^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } 8^{\text{th}} \text{ item} + .25$$

$$(9^{\text{th}} \text{ item} - 8^{\text{th}} \text{ item})$$

$$= 12000 + .25 (15000 - 12000)$$

$$= 12000 + .25 (3000)$$

$$= 12000 + 750$$

$$Q_3 = \text{Rs. } 12750$$

c) Calculation of semi inter quartile range

$$Q.D = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

$$= \frac{12750 - 6787.50}{2}$$

$$= \frac{5962.50}{2}$$

$$= \text{Rs. } 2981.25$$

d) Calculation of co-efficient of

$$Q.D = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

$$= \frac{12750 - 6787.50}{12750 + 6787.50}$$

$$= \frac{5962.50}{19537.50}$$

$$= 0.305$$

### Discrete series

Ex. 6: Calculate the inter quartile range, Q.D & its co-efficient of the following.

Age 15 20 25 30 35 40 45 50 55 60 65 70  
No. of Persons 5 15 10 16 22 23 18 10 7 12 9 6

Solution: Calculation of lower quartile and upper quartile.



| Age | f  | c.f |
|-----|----|-----|
| 15  | 5  | 5   |
| 20  | 15 | 20  |
| 25  | 10 | 30  |
| 30  | 16 | 46  |
| 35  | 22 | 68  |
| 40  | 23 | 91  |
| 45  | 18 | 109 |
| 50  | 10 | 119 |
| 55  | 7  | 126 |
| 60  | 12 | 138 |
| 65  | 9  | 147 |
| 70  | 6  | 153 |

a)  $Q_1 = \text{size of } \left(\frac{n+1}{4}\right)^{\text{th}}$  item  
 here n stands for total of frequency (cumulative frequency)

$$Q_1 = \text{size of } \left(\frac{n+1}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } \left(\frac{153+1}{4}\right)^{\text{th}}$$

$$= \text{size of } 38.5^{\text{th}} \text{ item}$$

$Q_1$  i.e. 38.5<sup>th</sup> item lies in the cumulative frequency of 30

$$\therefore Q_1 = 30 \text{ years}$$

d) Calculation of

$$Q.D = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

$$= \frac{50 - 30}{2}$$

$$= 10 \text{ years}$$

Ex. 7: Calculate co-efficient of quartile deviation and I.Q.R from the following.

|      |    |    |    |    |    |    |    |    |    |     |
|------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| Size | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 |
| f    | 5  | 6  | 8  | 10 | 15 | 25 | 18 | 12 | 14 | 6   |

Solution: Calculation of lower quartile and upper quartile.

| Size | f  | c.f |
|------|----|-----|
| 10   | 5  | 5   |
| 20   | 6  | 11  |
| 30   | 8  | 19  |
| 40   | 10 | 29  |
| 50   | 15 | 44  |
| 60   | 25 | 69  |
| 70   | 18 | 87  |
| 80   | 12 | 99  |
| 90   | 14 | 113 |
| 100  | 3  | 119 |

a)  $Q_1 = \text{size of } \left(\frac{n+1}{4}\right)^{\text{th}}$  item

$$= \text{size of } \left(\frac{119+1}{4}\right)^{\text{th}}$$

$$= \text{size of } 30^{\text{th}} \text{ item}$$

$$\therefore Q_1 = 50$$

b) = size of  $3\left(\frac{n+1}{4}\right)^{\text{th}}$  item

$$= \text{size of } 3\left(\frac{119+1}{4}\right)^{\text{th}}$$

$$= \text{size of } 3(30)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } 90^{\text{th}} \text{ item}$$

$$Q_3 = 80$$

b)  $Q_3 = \text{size of } 3\left(\frac{n+1}{4}\right)^{\text{th}}$  item

$$= \text{size of } 3\left(\frac{153+1}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } 115.5^{\text{th}} \text{ item}$$

$Q_3$  i.e. 115.5<sup>th</sup> item lies in the cumulative frq of 50

$$Q_3 = 50 \text{ years}$$

c) Calculation of

$$I.Q.R = Q_3 - Q_1$$

$$= 50 - 30$$

$$= 20 \text{ years}$$

e) Calculation of co-efficient of

$$Q.D = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

$$= \frac{50 - 30}{50 + 30}$$

$$= 0.25$$

d) Calculation of co-efficient of

$$Q.D = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

$$= \frac{80 - 50}{80 + 50}$$

$$= \frac{30}{130}$$

$$= 0.23$$

c) Calculation of

$$IQR = Q_3 - Q_1$$

$$= 80 - 50$$

$$= 30$$

e) Calculation of Quartile deviation

$$= \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

$$= \frac{80 - 50}{2}$$

$$= 15$$

Ex. 8: Find out inter quartile range Q.D & its co-efficient of the daily wages from the following table.

|                |    |     |     |     |     |     |     |     |
|----------------|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Daily wages    | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 | 300 | 400 | 450 |
| No. of workers | 10 | 20  | 25  | 15  | 28  | 16  | 18  | 7   |

Solution: Calculation of upper Quartile & Lower Quartile.

| Daily wages in Rs. | f  | c.f |
|--------------------|----|-----|
| 50                 | 10 | 10  |
| 100                | 20 | 30  |
| 150                | 25 | 55  |
| 200                | 15 | 70  |
| 250                | 28 | 98  |
| 300                | 16 | 114 |
| 400                | 18 | 132 |
| 450                | 7  | 139 |

a)  $Q_1 = \text{size of } \left(\frac{n+1}{4}\right)^{\text{th}}$  item

$$= \text{size of } \left(\frac{139+1}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } 35^{\text{th}} \text{ item}$$

$$Q_1 = \text{Rs. } 150$$

b)  $Q_3 = \text{size of } 3\left(\frac{n+1}{4}\right)^{\text{th}}$  item

$$= \text{size of } 3\left(\frac{139+1}{4}\right)^{\text{th}}$$

$$= \text{size of } 105^{\text{th}} \text{ item}$$

$$\therefore Q_3 = \text{Rs. } 300/-$$

c) Calculation of

$$IQR = Q_3 - Q_1$$

$$= 300 - 150$$

$$= \text{Rs. } 150$$

d) Calculation of

$$Q.D = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

$$= \frac{300 - 150}{2}$$

$$= \text{Rs. } 75$$

e) Calculation of Co-eff. of

$$Q.D = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

$$= \frac{300 - 150}{300 + 150}$$

$$= 0.33$$

Ex. 9: The following series shows percentage of marks obtained by 155 students in the final examination find out IQR, QD & coeff. QD.

|                     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|---------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| % of marks obtained | 35 | 38 | 46 | 55 | 59 | 65 | 68 | 75 | 78 |
| No. of students     | 10 | 14 | 22 | 23 | 15 | 30 | 24 | 14 | 3  |

| % of marks | f  | c.f |
|------------|----|-----|
| 35         | 10 | 10  |
| 38         | 14 | 24  |
| 46         | 22 | 46  |
| 55         | 23 | 69  |
| 59         | 15 | 84  |
| 65         | 30 | 114 |
| 68         | 24 | 138 |
| 75         | 14 | 152 |
| 78         | 03 | 155 |

a)  $Q_1 = \text{size of } \left(\frac{n+1}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$   
 $= \text{size of } \left(\frac{155+1}{4}\right)^{\text{th}}$   
 $= \text{size of } 39^{\text{th}} \text{ item}$   
 $\therefore Q_1 = 46$

b)  $Q_3 = \text{size of } 3\left(\frac{n+1}{4}\right)^{\text{th}}$   
 $= \text{size of } 3\left(\frac{155+1}{4}\right)^{\text{th}}$   
 $= \text{size of } 117^{\text{th}} \text{ item}$   
 $Q_3 = 68$

c) Calculation of IQR =  $Q_3 - Q_1$   
 $= 68 - 46$   
 $= 22$

d) Calculation of Q.D =  $\frac{Q_3 - Q_1}{2}$   
 $= \frac{68 - 46}{2}$   
 $= 11$

e) Calculation of co-eff. of Q.D =  $\frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$   
 $= \frac{68 - 46}{68 + 46}$   
 $= 0.19$

Ex. 10: The runs scored by a group of 99 cricket players in a season were given in the following table.

|                |    |    |    |    |    |    |    |
|----------------|----|----|----|----|----|----|----|
| Runs Scored    | 25 | 35 | 45 | 55 | 65 | 75 | 90 |
| No. of players | 6  | 11 | 25 | 30 | 17 | 8  | 2  |

From the above data calculate IQR, QD & its coefficient

Solution: Calculation of lower & upper quartiles.

| Runs scored | f  | c.f |
|-------------|----|-----|
| 25          | 6  | 6   |
| 35          | 11 | 17  |
| 45          | 25 | 42  |
| 55          | 30 | 72  |
| 65          | 17 | 89  |
| 75          | 8  | 97  |
| 90          | 2  | 99  |

a)  $Q_1 = \text{size of } \left(\frac{n+1}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$   
 $= \text{size of } \left(\frac{99+1}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$   
 $= \text{size of } 25^{\text{th}} \text{ item}$   
 $\therefore Q_1 = 45 \text{ runs}$

b)  $Q_3 = \text{size of } 3\left(\frac{n+1}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$   
 $= \text{size of } 3(25)^{\text{th}} \text{ item}$   
 $= \text{size of } 75^{\text{th}} \text{ item}$   
 $Q_3 = 65 \text{ runs}$

c) Calculation of IQR =  $Q_3 - Q_1$   
 $= 65 - 45$   
 $= 20$

d) Calculation of Q.D =  $\frac{Q_3 - Q_1}{2}$   
 $= \frac{65 - 45}{2}$   
 $= 10$

e) Calculation of co-eff. of Q.D =  $\frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$   
 $= \frac{65 - 45}{65 + 45}$   
 $= 0.18$

Continuous Series

Ex. 11: A survey was conducted regarding the daily time devoted to physical workouts by top executives in a company details obtained are as under.

|                         |       |       |       |       |       |       |       |
|-------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Daily time (in minutes) | 15-20 | 20-25 | 25-30 | 30-40 | 40-50 | 50-65 | 65-70 |
| No. of Executives       | 6     | 11    | 15    | 24    | 19    | 12    | 7     |

Calculate Inter Quartile range, Quartile Deviation and its co-efficient.  
 Solution: Calculation of lower quartile.

| Daily time (in minutes) | f  | Cumulative freq (c.f) |
|-------------------------|----|-----------------------|
| 15-20                   | 6  | 6                     |
| 20-25                   | 11 | 17                    |
| 25-30                   | 15 | 32                    |
| 30-40                   | 24 | 56                    |
| 40-50                   | 19 | 75                    |
| 50-65                   | 12 | 87                    |
| 65-70                   | 7  | 94                    |

$Q_1 = \text{Size of } \left(\frac{n}{4}\right)^{\text{th}} \text{ Item}$

$= \text{Size of } \left(\frac{94}{4}\right)^{\text{th}} \text{ Item}$

Size of 23.5<sup>th</sup> Item

This value lies in the cumulative frequency 32 of which group is 25-30 (quartile class)

$\therefore Q_1 = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f}(q_1 - c)$

Where  $L_1$  stands for lower limit of quartile class

$L_2$  stands for upper limit of quartile class

$f$  stands for frequency of quartile class

$q_1$  stands for lower quartile number

$c$  stands for cumulative frequency preceding to quartile class.

a)  $\therefore Q_1 = 25 + \left(\frac{30 - 25}{15}\right) (23.5 - 17)$   
 $= 25 + \left(\frac{5}{15}\right) (6.5)$   
 $= 25 + 2.167$   
 $= 27.167 \text{ minutes}$

b) Calculation of upper quartile

$q_3 = \text{size of } \left(\frac{n+1}{4}\right)^{\text{th}} \text{ Item}$

$= \text{size of } 3\left(\frac{n+1}{4}\right)^{\text{th}} \text{ Item}$

$= \text{size of } 3\left(\frac{94+1}{4}\right)^{\text{th}} \text{ Item}$

size of 70.5<sup>th</sup> Item

$\therefore$  upper quartile class is 40-50

$$c) \therefore Q_3 = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (q_3 - c)$$

$$= 40 + \frac{50 - 40}{19} (70.5 - 56)$$

$$= 40 + \frac{10}{19} (14.5)$$

$$= 40 + 7.63$$

$$= 47.63 \text{ minutes}$$

e) Calculation of Quartile deviation

$$Q.D = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

$$= \frac{47.63 - 27.167}{2}$$

$$= \frac{20.463}{2}$$

$$= 10.2315 \text{ minutes}$$

d) Calculation of Inter Quartile range

$$IQR = Q_3 - Q_1$$

$$= 47.63 - 27.167$$

$$IQR = 20.463 \text{ minutes}$$

f) Calculation of co-eff. of

$$Q.D = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

$$= \frac{47.63 - 27.167}{47.63 + 27.167}$$

$$= \frac{20.463}{74.797}$$

$$= 0.273$$

Ex.12 : Calculate IQR, QD. & co-eff. of Q.D. for following frequency distribution.

|       |         |         |         |         |         |         |         |         |
|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Class | 145-150 | 150-155 | 155-160 | 160-165 | 165-170 | 170-175 | 175-180 | 180-185 |
| f     | 4       | 6       | 20      | 30      | 65      | 40      | 25      | 10      |

Solution :

| Class   | f  | c.f |
|---------|----|-----|
| 145-150 | 4  | 4   |
| 150-155 | 6  | 10  |
| 155-160 | 20 | 30  |
| 160-165 | 30 | 60  |
| 165-170 | 65 | 125 |
| 170-175 | 40 | 165 |
| 175-180 | 25 | 190 |
| 180-185 | 10 | 200 |

c) Calculation of

$$IQR = Q_3 - Q_1$$

$$= 173.125 - 163.33$$

$$= 9.795$$

$$IQR = 9.795 \text{ units}$$

a) Calculation of Quartiles (lower).

$$q_1 = \text{size of } \left(\frac{n+1}{4}\right)^{\text{th}} \text{ Item}$$

$$= \text{size of } \left(\frac{200}{4}\right)^{\text{th}} \text{ Item}$$

$$= \text{size of } 50^{\text{th}} \text{ Item}$$

\(\therefore\) Lower Quartile Class is (160-165)

$$Q_1 = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (q_1 - c)$$

$$= 160 + \frac{5}{30} (20)$$

$$= 160 + 3.33$$

$$Q_1 = 163.33 \text{ units}$$

b) Calculation of upper Quartile

$$q_3 = \text{size of } 3 \left(\frac{n+1}{4}\right)^{\text{th}} \text{ Item}$$

$$= \text{size of } 3 \left(\frac{200}{4}\right)^{\text{th}} \text{ Item}$$

$$= \text{size of } 150^{\text{th}} \text{ Item}$$

\(\therefore\) upper Quartile class is (170 - 175)

$$Q_3 = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (q_3 - c)$$

$$= 170 + \frac{175 - 170}{40} (150 - 125)$$

$$= 170 + \frac{5}{40} (25)$$

$$= 170 + 3.125$$

$$Q_3 = 173.125 \text{ units}$$

$$d) QD = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

$$= \frac{173.125 - 163.33}{2}$$

$$= \frac{9.795}{2}$$

$$QD = 4.8975 \text{ units}$$

$$e) \text{ Co-eff. of } QD = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

$$= \frac{173.125 - 163.33}{173.125 + 163.33}$$

$$= \frac{9.795}{336.455}$$

$$\text{Co-eff. of } QD = 0.029$$

Ex. 13 : For the following distribution Calculate IQR & Q.D.

|       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| class | 20-30 | 30-40 | 40-50 | 50-60 | 60-70 | 70-80 | 80-90 |
| f     | 5     | 14    | 20    | 25    | 17    | 11    | 8     |

Solution : Calculation of Quartiles lower & upper.

| Class | f  | cf  |
|-------|----|-----|
| 20-30 | 5  | 5   |
| 30-40 | 14 | 19  |
| 40-50 | 20 | 39  |
| 50-60 | 25 | 64  |
| 60-70 | 17 | 81  |
| 70-80 | 11 | 92  |
| 80-90 | 8  | 100 |

$$a) q_1 = \text{size of } \left(\frac{n}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } \left(\frac{100}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } 25^{\text{th}} \text{ item}$$

\(\therefore\) lower quartile class is (40-50)

$$\therefore Q_1 = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (q_1 - c)$$

$$= 40 + \frac{50 - 40}{20} (25 - 19)$$

b) Calculation of upper Quartile

$$q_3 = \text{size of } 3 \left(\frac{n}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } 3(25)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } 75^{\text{th}} \text{ item}$$

\(\therefore\) upper Quartile class is 60 - 70

$$\therefore Q_3 = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (q_3 - c)$$

$$= 60 + \frac{70 - 60}{17} (75 - 64)$$

$$= 40 + \frac{10}{20} (6)$$

$$= 40 + 3$$

$$Q_1 = 43 \text{ units}$$

c) Calculation of IQR =  $Q_3 - Q_1$

$$= 66.47 - 43 = 23.47 \text{ units}$$

d) Calculation of Q.D =  $\frac{Q_3 - Q_1}{2}$

$$= \frac{66.47 - 43}{2} = 11.735 \text{ units}$$

$$= 60 + \frac{10}{17} (11)$$

$$= 60 + 6.47$$

$$Q_3 = 66.47 \text{ units}$$

e) Co-efficient of Q.D =  $\frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$

$$= \frac{66.47 - 43}{66.47 + 43} = 0.214$$

Ex. 14 : Calculate IQR & Q.D from the following table.

|                |       |       |       |       |        |         |         |
|----------------|-------|-------|-------|-------|--------|---------|---------|
| Wages          | 50-60 | 60-70 | 70-80 | 80-90 | 90-100 | 100-110 | 110-120 |
| No. of persons | 15    | 18    | 17    | 30    | 40     | 20      | 10      |

Solution :

| Class   | f  | c.f |
|---------|----|-----|
| 50-60   | 15 | 15  |
| 60-70   | 18 | 33  |
| 70-80   | 17 | 50  |
| 80-90   | 30 | 80  |
| 90-100  | 40 | 120 |
| 100-110 | 20 | 140 |
| 110-120 | 10 | 150 |

a) Calculation of lower quartile.

$$q_1 = \text{size of } \left(\frac{n}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } \left(\frac{150}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } 37.5^{\text{th}} \text{ item}$$

$\therefore$  lower Q class is (70 - 80)

$$\therefore Q_1 = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (q_1 - c)$$

$$= 70 + \frac{80 - 70}{17} (37.5 - 33)$$

$$= 70 + \frac{10}{17} (4.5)$$

$$= 70 + 2.65$$

$$= 72.65 \text{ units}$$

b) Calculation of upper quartile.

$$q_3 = \text{size of } 3 \left(\frac{n}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } 3 \left(\frac{150}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } 112.5$$

$\therefore$  Quartile class is (90 - 100)

$$\therefore Q_3 = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (q_3 - c)$$

$$= 90 + \frac{100 - 90}{40} (112.5 - 80)$$

$$= 90 + \frac{100 - 90}{40} (112.5 - 80)$$

$$= 90 + \frac{10}{40} (32.5)$$

$$= 90 + 8.125$$

$$= 98.125 \text{ units}$$

c) Calculation of IQR =  $Q_3 - Q_1$

$$= 8.125 - 72.65 = 25.475 \text{ units}$$

d) Calculation of Q.D =  $\frac{Q_3 - Q_1}{2}$

$$= \frac{98.125 - 72.65}{2} = \frac{25.475}{2} = 12.7375 \text{ units}$$

Ex. 15 : Calculate inter quartile range Q.D, & its co-efficient from the following.

|                |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Marks          | 11-15 | 16-20 | 21-25 | 26-30 | 31-35 | 36-40 | 41-45 | 46-50 | 51-53 |
| No. of persons | 10    | 17    | 22    | 31    | 42    | 32    | 26    | 19    | 14    |

Solution : Convert the Inclusive series into Exclusive form by adding .5 into upper limits and subtracting .5 from lower limit.

समावेशी पदमालेचे अपवर्जी पदमालेत रूपांतर करताना सर्व न्यूनतम सीमांमधून .5 उणे करतात व सर्व उच्चतम सीमांमध्ये .5 मिळवितात.

| Marks     | f  | c.f |
|-----------|----|-----|
| 10.5-15.5 | 10 | 10  |
| 15.5-20.5 | 17 | 27  |
| 20.5-25.5 | 22 | 49  |
| 25.5-30.5 | 31 | 80  |
| 30.5-35.5 | 42 | 122 |
| 35.5-40.5 | 32 | 154 |
| 40.5-45.5 | 26 | 180 |
| 45.5-50.5 | 19 | 199 |
| 50.5-55.5 | 14 | 213 |

a)  $q_1 = \text{size of } \left(\frac{n}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$

$$= \text{size of } \left(\frac{213}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= 53.25^{\text{th}} \text{ item}$$

which lies in group 25.5 to 30.5 (lower quartile class)  
By applying formula

$$\therefore Q_1 = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (q_1 - c)$$

$$= 25.5 + \frac{30.5 - 25.5}{31} (53.25 - 49)$$

$$= 25.5 + \frac{5}{31} (4.25)$$

$$= 25.5 + .68$$

$$Q_1 = 26.18 \text{ marks}$$

c) Inter quartile range

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 41.60 - 26.18 = 15.42 \text{ Marks}$$

b)  $q_3 = \text{size of } 3\left(\frac{n}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$   
 = size of  $3(53.25)^{\text{th}}$  item  
 = size of  $159.75^{\text{th}}$  item  
 which lies in the group of 40.5-45.5  
 (upper quartile group)  
 By applying formula

$$Q_3 = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f}(q_3 - c)$$

$$= 40.5 + \frac{45.5 - 40.5}{26}(159.75 - 154)$$

$$= 40.5 + \frac{5}{26}(5.75)$$

$$= 40.5 + 1.10$$

$$= 41.60 \text{ marks}$$

d) Quartile deviation

$$= \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

$$= \frac{41.60 - 26.18}{2}$$

$$= 7.71 \text{ Marks}$$

e) Co-eff. of

$$Q.D = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

$$= \frac{41.60 - 26.18}{41.60 + 26.18}$$

$$= \frac{15.42}{67.78}$$

$$= 0.22$$

Ex. 16 : Calculate inter quartile range, Q.D & its co-efficient from the following table

|                    |     |     |     |     |     |     |     |     |
|--------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Wages in Rs. above | 0   | 50  | 100 | 150 | 200 | 250 | 300 | 350 |
| No. of Workers     | 500 | 423 | 380 | 275 | 200 | 75  | 50  | 0   |

Solution : By converting the series into continuous series we get

| Wages in Rs. | f   | c.f |
|--------------|-----|-----|
| 0-50         | 77  | 77  |
| 50-100       | 43  | 120 |
| 100-150      | 105 | 225 |
| 150-200      | 75  | 300 |
| 200-250      | 125 | 425 |
| 250-300      | 25  | 450 |
| 300-350      | 50  | 500 |
| 350-400      | 0   | 500 |
| n=500        |     |     |

a) Calculation of lower quartile

$q_1 = \text{size of } \left(\frac{n}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$   
 = size of  $\left(\frac{500}{4}\right)^{\text{th}}$  item  
 = size of  $125^{\text{th}}$  item  
 $\therefore$  lower quartile gp is (100-150)  
 By applying formula

$$Q_1 = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f}(q_1 - c) = 100 + \frac{150 - 100}{105}(125 - 120)$$

$$= 100 + \frac{50}{105}(5) = 100 + 2.38$$

$$Q_1 = \text{Rs. } 102.38$$

c) Calculation of

I.Q.R =  $Q_3 - Q_1$   
 =  $230 - 102.38$   
 IQR = Rs. 127.62

b) Calculation of upper quartile

$q_3 = \text{size of } 3\left(\frac{n}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$   
 = size of  $3(125)^{\text{th}}$  item  
 = size of  $375^{\text{th}}$  item  
 $\therefore$  upper Quartile class is (200-250)  
 $\therefore Q_3 = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f}(q_3 - c)$

$$= 200 + \frac{250 - 200}{125}(375 - 300)$$

$$= 200 + \frac{50}{125}(75)$$

$$= 200 + 30$$

$$Q_3 = 230/-$$

d) Q.D. =  $\frac{Q_3 - Q_1}{2}$   
 =  $\frac{230 - 102.38}{2}$   
 =  $\frac{127.62}{2}$   
 Q.D = 63.01/-

e) Co-eff. of Q.D =  $\frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$   
 =  $\frac{230 - 102.38}{230 + 102.38}$   
 =  $\frac{127.62}{332.38}$   
 Q.D = 0.38

Ex. 17 : Find out Q.D. IQR & coeff of Q.D of the following data.

|                     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|---------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Income in Rs. below | 100 | 200 | 300 | 400 | 500 | 600 | 700 | 800 | 900 |
| No. of workers      | 10  | 25  | 50  | 75  | 135 | 185 | 210 | 235 | 250 |

Solution : By converting the series into continuous series we get.

Calculation of upper and lower quartile.

| Income  | f  | c.f |
|---------|----|-----|
| 0-100   | 10 | 10  |
| 100-200 | 15 | 25  |
| 200-300 | 25 | 50  |
| 300-400 | 25 | 75  |
| 400-500 | 60 | 135 |
| 500-600 | 50 | 185 |
| 600-700 | 25 | 210 |
| 700-800 | 25 | 235 |
| 800-900 | 15 | 250 |

a)  $q_1 = \text{size of } \left(\frac{n}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$   
 = size of  $\left(\frac{250}{4}\right)^{\text{th}}$  item  
 = size of  $62.5^{\text{th}}$  item  
 $\therefore$  lower quartile class is 300-400

$$\therefore Q_1 = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f}(q_1 - c)$$

$$= 300 + \frac{400 - 300}{25}(62.5 - 5)$$

$$= 300 + \frac{100}{25}(125)$$

$$Q_1 = \text{Rs. } 350$$

c) Calculation of

I.Q.R =  $Q_3 - Q_1$   
 =  $610 - 350$   
 Rs. = 260

b)  $q_3 = \text{size of } 3\left(\frac{n}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$   
 = size of  $3(62.5)^{\text{th}}$  item  
 = size of  $187.5^{\text{th}}$  item  
 $\therefore$  3<sup>rd</sup> quartile class is (600-700)

$\therefore Q_3 = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f}(q_3 - c)$   
 $= 600 + \frac{700 - 600}{25}(187.5 - 185)$   
 $= 600 + \frac{100}{25}(2.5)$   
 $= 600 + 10$   
 $Q_3 = \text{Rs. } 610$

d)  $Q.D = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$   
 $= \frac{610 - 350}{2}$   
 $Q.D. = 130/-$

e) Co-eff. of Q.D.  $= \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$   
 $= \frac{610 - 350}{610 + 350}$   
 $= \frac{260}{960}$   
 Co-eff. of Q.D.  $= 0.27$

Ex. 18 : Following are the data of daily earnings (in rs) of employees in a company.

|                  |    |    |    |    |     |     |     |     |     |
|------------------|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Earnings below   | 30 | 50 | 70 | 90 | 110 | 130 | 150 | 170 | 190 |
| No. of employees | 4  | 12 | 24 | 44 | 50  | 57  | 63  | 68  | 70  |

Calculate Q.D its coefficient and I.Q.R.

Solution : Convert the series into continuous series.

| Earnings | f  | c.f |
|----------|----|-----|
| 0-30     | 4  | 4   |
| 30-50    | 8  | 12  |
| 50-70    | 12 | 24  |
| 70-90    | 20 | 44  |
| 90-110   | 6  | 50  |
| 110-130  | 7  | 57  |
| 130-150  | 6  | 63  |
| 150-170  | 5  | 68  |
| 170-190  | 2  | 70  |
|          | 70 |     |

a) Calculation of lower quartile.

$q_1 = \text{size of } \left(\frac{n}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$   
 $= \text{size of } \left(\frac{70}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$   
 $= \text{size of } 17.5^{\text{th}} \text{ item}$   
 which lies in quartile group (50-70)  
 $\therefore Q_1 = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f}(q_1 - c)$   
 $= 50 + \frac{70 - 50}{12}(17.5 - 12)$   
 $= 50 + \frac{20}{12}(5.5)$   
 $= 50 + 9.17 \quad Q_1 = \text{₹. } 59.17$

c) Calculation of  
 I.Q.R.  $= Q_3 - Q_1$   
 $= 117.14 - 59.17$   
 I.Q.R.  $= 57.97/-$

b) Calculation of upper quartile

$q_3 = \text{size of } 3\left(\frac{n}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$   
 $= \text{size of } 3(17.5) \text{ item}$   
 $= \text{size of } 52.5^{\text{th}} \text{ item}$   
 which lies in group (110-130)

$\therefore Q_3 = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f}(q_3 - c)$   
 $= 110 + \frac{130 - 110}{7}(52.5 - 50)$   
 $= 110 + \frac{20}{7}(2.5)$   
 $= 110 + \frac{50}{7}$   
 $Q_3 = \text{₹. } 117.14$

d)  $Q.D = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$   
 $= \frac{117.14 - 59.17}{2}$   
 $Q.D = 28.985$

e) Co-eff. of Q.D.  $= \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$   
 $= \frac{117.14 - 59.17}{117.14 + 59.17}$   
 $= \frac{57.97}{176.31}$   
 Co-eff. of Q.D.  $= 328$

Ex.19 : A firm is in the business of software development last year it made the following payments for out sourcing payment.

|                             |     |      |      |      |      |      |      |      |      |
|-----------------------------|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Payment made (in Rs.) above | 0   | 1000 | 2000 | 3000 | 4000 | 5000 | 6000 | 7000 | 8000 |
| No. of persons              | 100 | 97   | 89   | 72   | 42   | 19   | 13   | 7    | 4    |

Calculate I.Q.R. Q.D & its coefficient.

Solution : Convert the series into continuous series.

| Payment in Rs. | f  | c.f |
|----------------|----|-----|
| 0-10000        | 3  | 3   |
| 1000-2000      | 8  | 11  |
| 2000-3000      | 17 | 28  |
| 3000-4000      | 30 | 58  |
| 4000-5000      | 23 | 81  |
| 5000-6000      | 6  | 87  |
| 6000-7000      | 6  | 93  |
| 7000-8000      | 3  | 96  |
| 8000-9000      | 4  | 100 |

a) Calculation of lower quartile.

$q_1 = \text{size of } \left(\frac{n}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item} \quad q_1 = \text{size of } \left(\frac{100}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$   
 $= \text{size of } 25^{\text{th}} \text{ item}$   
 which lies in quartile class of 2000-3000  
 $\therefore Q_1 = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f}(q_1 - c)$   
 $= 2000 + \frac{3000 - 2000}{17}(25 - 11)$   
 $= 2000 + \frac{1000}{17}(14) = 2000 + 823.53 \quad Q_1 = \text{₹ } 2823.53$

b) Calculation of upper quartile

$$q_3 = \text{size of } 3\left(\frac{n}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } 3\left(\frac{100}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

= size of 75<sup>th</sup> item which lies in 4000-5000

$$\therefore Q_3 = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f}(q_3 - c)$$

$$= 4000 + \left(\frac{5000 - 4000}{23}\right)(75 - 58)$$

$$= 4000 + \frac{1000}{23}(17)$$

$$= 4000 + 739.13$$

$$Q_3 = ₹ 4739.13$$

c) Calculation of

$$\begin{aligned} \text{I.Q.R} &= Q_3 - Q_1 \\ &= 4739.13 - 2823.53 \\ &= 1915.60 \end{aligned}$$

$$\text{I.Q.R} = \text{Rs. } 1915.60$$

$$\text{d) Q.D.} = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

$$= \frac{4739.13 - 2823.53}{2}$$

$$= \text{Rs. } 957.8$$

$$\text{Q.D} = \text{Rs. } 957.80$$

$$\text{e) Co-eff. of Q.D} = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

$$= \frac{4739.13 - 2823.53}{4739.13 + 2823.53}$$

$$= \frac{1915.60}{7562.66}$$

$$\text{Co-eff. of Q.D} = 0.25$$

Ex. 20 : Calculate I.Q.R, Q.D & its coefficient for the following data.

|                  |       |       |       |       |       |       |       |
|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Expenditure (Rs) | 78-82 | 73-77 | 68-72 | 63-67 | 58-62 | 53-57 | 48-52 |
| No. of students  | 2     | 6     | 7     | 12    | 18    | 13    | 9     |

Solution : Convert the series into exclusive form by adding .5 into upper limit of each class and subtract .5 from lower limit of each class and arrange the same into ascending order we get.

Calculation of upper quartile and lower quartile

| Expenditure | f  | c.f |
|-------------|----|-----|
| 47.5-52.5   | 9  | 9   |
| 52.5-57.5   | 13 | 22  |
| 57.5-62.5   | 18 | 40  |
| 62.5-67.5   | 12 | 52  |
| 67.5-72.5   | 7  | 59  |
| 72.5-77.5   | 6  | 65  |
| 77.5-82.5   | 2  | 67  |

$$\text{a) } q_1 = \text{size of } \left(\frac{n}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item} = \text{size of } \left(\frac{67}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

= size of 16.75<sup>th</sup> item lies in gp 52.5 to 57.5

$$\therefore Q_1 = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f}(q_1 - c) = 52.5 + \frac{57.5 - 52.5}{13}(16.75 - 9)$$

$$= 52.5 + \frac{5}{13}(7.75) = 52.5 + \frac{38.75}{13}$$

$$= 52.5 + 2.98 \quad Q_1 = 55.48$$

$$\text{b) } q_3 = \text{size of } 3\left(\frac{n}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$q_3 = \text{size of } 3\left(\frac{67}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

= size of 50.25<sup>th</sup> item which lies in the group 62.5 - 67.5

$$\therefore Q_3 = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f}(q_3 - c)$$

$$= 62.5 + \frac{67.5 - 62.5}{12}(50.25 - 40)$$

$$= 62.5 + \frac{5}{12}(10.25)$$

$$= 62.5 + \frac{51.25}{12}$$

$$= 62.5 + 4.27$$

$$Q_3 = ₹ 66.77$$

c) Calculation of

$$\begin{aligned} \text{I.Q.R} &= Q_3 - Q_1 \\ &= 67.77 - 55.48 \\ &= ₹ 11.29 \end{aligned}$$

d) Calculation of

$$\text{Q.D} = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

$$= \frac{67.77 - 55.48}{2}$$

$$= ₹ 5.64$$

e) Calculation of co-efficient of

$$\text{Q.D} = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

$$= \frac{67.77 - 55.48}{67.77 + 55.48}$$

$$= \frac{11.29}{123.25}$$

$$= 0.091$$

Ex. 21 : Calculate quartiles 5<sup>th</sup> decile and 60<sup>th</sup> percentile and quartile deviation from the following details.

M = 3

|   |   |    |    |    |    |    |    |
|---|---|----|----|----|----|----|----|
| 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 |
|---|---|----|----|----|----|----|----|

Solution : a) Calculation of

$$q_1 = \text{size of } \left(\frac{n+1}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } \left(\frac{9+1}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } 2.5^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } 2^{\text{nd}} \text{ item} + .5$$

(size of 3<sup>rd</sup> item - size of 2<sup>nd</sup> item)

$$= 6 + .5(9 - 6)$$

$$= 6 + 1.5$$

$$= 7.5 \text{ units}$$

$$\text{b) } Q_3 = \text{size of } 3\left(\frac{n+1}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } 3\left(\frac{9+1}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } 7.5^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } 7^{\text{th}} \text{ item} + .5$$

(size of 8<sup>th</sup> item - size of 7<sup>th</sup> item)

$$= 21 + .5(24 - 21)$$

$$= 21 + .5(3)$$

$$= 21 + 1.5$$

$$= 22.5 \text{ units}$$

| No. Size |
|----------|
| 3        |
| 6        |
| 9        |
| 12       |
| 15       |
| 18       |
| 21       |
| 24       |
| 27       |

c) Calculation of Q.D. =  $\frac{Q_3 - Q_1}{2}$   
 =  $\frac{22.5 - 7.5}{2}$   
 = 7.5

e) Calculation of 5<sup>th</sup> Decile  
 = size of  $5 \left( \frac{n+1}{10} \right)^{\text{th}}$  item  
 = size of  $5 \left( \frac{9+1}{10} \right)^{\text{th}}$  item  
 = size of 5<sup>th</sup> units  
 $D_5 = 15$  units.

d) Co-eff. of Q.D =  $\frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$   
 =  $\frac{22.5 - 7.5}{22.5 + 7.5}$   
 = 0.5

f) Calculation of 60<sup>th</sup> percentile  
 = size of  $60 \left( \frac{n+1}{100} \right)^{\text{th}}$  item  
 = size of  $60 \left( \frac{9+1}{100} \right)^{\text{th}}$  item  
 = size of  $60(0.1)^{\text{th}}$  item  
 = size of 6<sup>th</sup> item  
 $P_{60} = 18$  units

Ex. 22 : Calculate quartiles, Q.D., 7<sup>th</sup> decile, 40<sup>th</sup> percentile, 65<sup>th</sup> percentile for the given details.

|      |   |   |   |    |   |    |    |    |    |
|------|---|---|---|----|---|----|----|----|----|
| Size | 2 | 5 | 7 | 8  | 9 | 11 | 13 | 15 | 17 |
| f    | 5 | 8 | 7 | 12 | 8 | 16 | 13 | 6  | 4  |

Solution : a) Calculation of

| Size | f  | c.f |
|------|----|-----|
| 2    | 5  | 5   |
| 5    | 8  | 13  |
| 7    | 7  | 20  |
| 8    | 12 | 32  |
| 9    | 8  | 40  |
| 11   | 16 | 56  |
| 13   | 13 | 69  |
| 15   | 6  | 75  |
| 17   | 4  | 79  |

$Q_1 = \text{size of } \left( \frac{n+1}{4} \right)^{\text{th}}$  item  
 = size of  $\left( \frac{79+1}{4} \right)^{\text{th}}$  item  
 = size of 20<sup>th</sup> item  
 $\therefore Q_1 = 7$  units

c) Calculation of  
 Q.D. =  $\frac{Q_3 - Q_1}{2}$   
 =  $\frac{13 - 7}{2}$   
 = 3 units

b) Calculation of

$Q_3 = \text{size of } 3 \left( \frac{n+1}{4} \right)^{\text{th}}$  item  
 = size of  $3 \left( \frac{79+1}{4} \right)^{\text{th}}$  item  
 = size of 60<sup>th</sup> item  
 $Q_3 = 13$  units

d) Calculation of decile

$D = \text{size of } \left( \frac{n+1}{10} \right)^{\text{th}}$  item  
 $D = \text{size of } \left( \frac{79+1}{10} \right)^{\text{th}}$  item  
 = size of 8<sup>th</sup> item  $D = 5$  units

e) Calculation of 7<sup>th</sup> decile  
 = size of  $7 \left( \frac{n+1}{10} \right)^{\text{th}}$  item  
 $D_7 = \text{size of } 7 \left( \frac{79+1}{10} \right)^{\text{th}}$  item  
 $D_7 = \text{size of } 56^{\text{th}}$  item = 11 units

g) Calculation of 65<sup>th</sup> percentile  
 = size of  $65 \left( \frac{n+1}{100} \right)^{\text{th}}$  item  
 $P_{65} = \text{size of } 65(.8)^{\text{th}}$  item  
 = size of 52<sup>th</sup> item  $P_{65} = 11$  units

Ex. 23 : From the following table find out quartiles, 2<sup>nd</sup> decile, 8<sup>th</sup> decile, 15<sup>th</sup> percentile, 45<sup>th</sup> percentile, Q. Deviation and its coefficient.

|      |      |       |       |       |       |       |       |       |
|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Size | 0-10 | 10-20 | 20-30 | 30-40 | 40-50 | 50-60 | 60-70 | 70-80 |
| f    | 2    | 4     | 18    | 20    | 30    | 45    | 35    | 6     |

Solution :

| Size  | f  | c.f |
|-------|----|-----|
| 0-10  | 2  | 2   |
| 10-20 | 4  | 6   |
| 20-30 | 18 | 24  |
| 30-40 | 20 | 44  |
| 40-50 | 30 | 74  |
| 50-60 | 45 | 119 |
| 60-70 | 35 | 154 |
| 70-80 | 6  | 160 |

a) Calculation of quartile lower

$q_1 = \text{size of } \left( \frac{n}{4} \right)^{\text{th}}$  item  
 $q_1 = \text{size of } \left( \frac{160}{4} \right)^{\text{th}}$  item  
 = size of 40<sup>th</sup> item  
 $\therefore q_1 = \text{lies in c.f } 44 \text{ i.e. } (30-40) \text{ group}$   
 $\therefore Q_1 = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (q_1 - c)$   
 =  $30 + \frac{40 - 30}{20} (40 - 24)$   
 =  $30 + \frac{10}{20} (16)$   
 =  $30 + 8 = 38$  unit

b) Calculation of upper quartile

$q_3 = \text{size of } 3 \left( \frac{n}{4} \right)^{\text{th}}$  item  
 = size of  $3(40^{\text{th}})$  item  
 = size of 120<sup>th</sup> item  
 which lies in c.f 154  
 $\therefore$  upper Q class is 60-70  
 $\therefore Q_3 = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (q_3 - c)$   
 =  $60 + \frac{70 - 60}{35} (120 - 119)$   
 =  $60 + \frac{10}{35} (1)$   
 =  $60 + .285$   
 $Q_3 = 60.285$  units



c) Calculation of 2<sup>nd</sup> decile

$$D_2 = \text{size of } 2 \left( \frac{n}{10} \right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } 2 \left( \frac{160}{10} \right)^{\text{th}} \text{ item}$$

= size of 32<sup>nd</sup> item  
which lies in c.f. 44 2<sup>nd</sup> decile  
class is 30-40

$$\therefore D_2 = l_1 + \frac{l_2 - l_1}{f} (d_2 - c)$$

$$= 30 + \frac{40 - 30}{20} (32 - 24)$$

$$= 30 + \frac{10}{20} (8)$$

$$= 30 + 4$$

$$= 34 \text{ units}$$

e) Calculation of

$$P_{15} = \text{size of } 15 \left( \frac{n}{100} \right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } 15(1.6)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } 24^{\text{th}} \text{ item}$$

which lies in c.f. of 20-30

$$\therefore P_{15} = l_1 + \frac{l_2 - l_1}{f} (p_{15} - c)$$

$$= 20 + \frac{30 - 20}{18} (24 - 6)$$

$$= 20 + \frac{10}{18} (18)$$

$$= 30 \text{ units}$$

d) Calculation of 8<sup>th</sup> Decile

$$= \text{size of } 8 \left( \frac{n}{10} \right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$D_8 = \text{size of } 8 \left( \frac{160}{10} \right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } 8(16)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } 128^{\text{th}} \text{ item}$$

which lies in group (60-70)

$$\therefore D_8 = l_1 + \frac{l_2 - l_1}{f} (d_8 - c)$$

$$= 60 + \frac{70 - 60}{35} (128 - 119)$$

$$= 60 + \frac{10}{35} (9)$$

$$= 60 + 2.57$$

$$= 62.57 \text{ units}$$

f) Calculation of 45 Percentile

$$P_{45} = \text{size of } 45 \left( \frac{n}{100} \right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } 45 \left( \frac{160}{100} \right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } 72^{\text{th}} \text{ item}$$

which lies in c.f. 74 class is 40-50

$$\therefore P_{45} = l_1 + \frac{l_2 - l_1}{f} (p_{45} - c)$$

$$= 40 + \frac{50 - 40}{30} (72 - 44)$$

$$= 40 + \frac{100}{30} (28)$$

$$= 40 + 9.33$$

$$= 49.33 \text{ units}$$

b) Calculation of

$$Q.D = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

$$= \frac{60.285 - 38}{2}$$

$$= \frac{22.285}{2}$$

$$= 11.1425$$

h) Calculation of Co-efficient of

$$Q.D = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_1 + Q_3}$$

$$= \frac{60.285 - 38}{60.285 + 38}$$

$$= \frac{22.285}{98.285}$$

$$= 0.226$$

Calculation of Mean Deviation in Individual Series

वैयक्तिक पदमालेत माध्य विचलनाची गणना:-

i) समांतर माध्यापासून माध्य विचलन (da) काढणे

सर्वप्रथम दिलेल्या पदमालेचे समांतर माध्य काढणे, त्यानंतर त्यापासून (1) किंवा वगळून पदपूर्त्यांची विचले

(da) काढून त्यांची बेरीज ( $\sum da$ ) केली जाते, त्यानंतर पुढील सूत्राचा उपयोग केला जातो.

$$\delta a = \frac{|\sum da|}{n}$$

ii) मध्यकापासून माध्य विचलन (dm) काढणे

सर्वप्रथम दिलेल्या पदमालेची मध्यका काढावी, त्यानंतर (1) किंवा वगळून मध्यकापासून पदपूर्त्यांची विचले

(dm) काढावीत आणि त्यांची बेरीज ( $\sum dm$ ) करावी, त्यानंतर पुढील सूत्राचा उपयोग करावा.

$$\delta m = \frac{|\sum dm|}{n}$$

iii) भुविष्टकापासून माध्य विचलन (dz) काढणे

शात सर्वप्रथम दिलेल्या पदमालेचे भुविष्टक काढले जाते, त्यानंतर (1) किंवा वगळून भुविष्टकापासून पदपूर्त्यांची

विचले (dz) काढली जाते, त्यानंतर त्यांची बेरीज ( $\sum dz$ ) केली जाते, त्यानंतर पुढील सूत्राचा उपयोग केला जातो.

$$\delta z = \frac{|\sum dz|}{n}$$

d) From mean  $\delta a = \frac{\Sigma da}{n}$   
 $= \frac{100}{10}$   
 $= 10$   
 Co-efficient of  $\delta a = \frac{da}{a}$   
 $= \frac{10}{60}$   
 $= 0.166$  approx.

e) From median  $\delta m = \frac{\Sigma dm}{n}$   
 $= \frac{100}{10}$   
 $= 10$   
 Co-efficient of  $\delta m = \frac{dm}{m}$   
 $= \frac{10}{57.5}$   
 $= 0.1739$  approx.

f) From mode  $\delta z = \frac{\Sigma dz}{n}$   
 $= \frac{110}{10}$   
 $= 11$   
 Co-efficient of  $\delta z = \frac{dz}{z}$   
 $= \frac{11}{65}$   
 $= 0.169$  approx.

Ex. 3: Calculate mean deviation from different averages from the following data.  
 Marks. 18 19 22 22 27 22 20 29 28

Solution:

| Rearrange Series | Deviation from mean =23 | Dev. from median =22 | Dev. from mode =22 |
|------------------|-------------------------|----------------------|--------------------|
| 18               | 5                       | 4                    | 4                  |
| 19               | 4                       | 3                    | 3                  |
| 20               | 3                       | 2                    | 2                  |
| 22               | 1                       | 0                    | 0                  |
| 22               | 1                       | 0                    | 0                  |
| 22               | 1                       | 0                    | 0                  |
| 27               | 4                       | 5                    | 5                  |
| 28               | 5                       | 6                    | 6                  |
| 29               | 6                       | 7                    | 7                  |
| $\Sigma m = 207$ | $\Sigma da = 30$        | $\Sigma dm = 27$     | $\Sigma dz = 27$   |

a) Calculation of mean deviation  
 Calculation of mean

$$\frac{\Sigma m}{n}$$

$$= \frac{207}{9}$$

$$= 23 \text{ Marks}$$

b) Calculation of median

= size of  $\left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{th}}$  item

= size of  $\left(\frac{9+1}{2}\right)^{\text{th}}$  item

= size of 5<sup>th</sup> item

i.e. 22 Marks

c) Calculation of mode most repeated item is 22  
 $\therefore Z = 22$  Marks

d) Calculation of mean deviation from mean  $\delta a = \left(\frac{\Sigma da}{n}\right)$   
 $= \frac{30}{9}$   
 $= 3.33$   
 Coeff. of  $\delta a = \frac{\delta a}{a}$   
 $= \frac{3.33}{23}$   
 $= 0.144$  approx.

e) Calculation of M.D. from median  $\delta m = \frac{\Sigma dm}{n}$   
 $= \frac{27}{9}$   
 $= 3$   
 Coeff. of  $\delta m = \frac{\delta m}{m}$   
 $= \frac{3}{22}$   
 $= 0.136$  approx.

f) Calculation of M.D. from mode  $\delta z = \frac{\Sigma dz}{n}$   
 $= \frac{27}{9}$   
 $= 3$   
 Coeff. of  $\delta z = \frac{\delta z}{z}$   
 $= \frac{3}{22}$   
 $= 0.136$  approx.

Ex. 4: Calculate mean deviation from mean and median & mode for the following observations.  
 $x = 20, 25, 30, 30, 45.$

Solution: Calculation of mean deviation

| x                | da/30            | dm/30            | dz/30            |
|------------------|------------------|------------------|------------------|
| 20               | 10               | 10               | 10               |
| 25               | 5                | 5                | 5                |
| 30               | 0                | 0                | 0                |
| 30               | 0                | 0                | 0                |
| 45               | 15               | 15               | 15               |
| $\Sigma m = 150$ | $\Sigma da = 30$ | $\Sigma dm = 30$ | $\Sigma dz = 30$ |

a) Mean =  $\frac{\Sigma m}{n}$   
 $= \frac{150}{5}$   
 $= 30$  units

d) mean dev.

$$\delta a = \frac{\Sigma da}{n}$$

$$= \frac{30}{5} = 6 \text{ unit}$$

Coeff. of M.D.

$$\frac{\delta a}{a}$$

$$= \frac{6}{30} = 2.0$$

b) Median = size of  $\left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{th}}$  item

= size of  $\left(\frac{5+1}{2}\right)^{\text{th}}$  item

= size of 3<sup>rd</sup> item

= 30 units.

c) Z (mode) = most repetitive item is 30  
 $\therefore$  mode is 30

e) M.D. from median  $\delta m = \frac{\sum dm}{n}$   
 $= \frac{30}{5}$   
 $= 6 \text{ unit}$   
 Co-eff. of M.D.  $= \frac{\delta m}{m}$   
 $= \frac{6}{30}$   
 $= 0.20$

f) M.D. from mode  $\delta z = \frac{\sum dz}{n}$   
 $= \frac{30}{5}$   
 $= 6 \text{ unit}$   
 Co-eff. of dz  $= \frac{\delta z}{z}$   
 $= \frac{6}{30}$   
 $= 0.20$

Ex. 5: Calculate mean deviation from Mean, Median & Mode.

Share Price in Rs. 318 324 325 313 324 315 338 319  
 Solution: Calculation of Mean median & mode

| Arranged Series   | $d_x/322$         | $d_m/321.5$       | $d_z/324$         |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 313               | 9                 | 8.5               | 11                |
| 315               | 7                 | 6.5               | 9                 |
| 318               | 4                 | 3.5               | 6                 |
| 319               | 3                 | 2.5               | 5                 |
| 324               | 2                 | 2.5               | 0                 |
| 324               | 2                 | 2.5               | 0                 |
| 325               | 3                 | 3.5               | 1                 |
| 338               | 16                | 16.5              | 14                |
| $\Sigma m = 2576$ | $\Sigma d_x = 46$ | $\Sigma d_m = 46$ | $\Sigma d_z = 46$ |

a) Mean  $= \frac{\Sigma m}{n}$   
 $= \frac{2576}{8}$   
 $= 322/-$

b) Median = size of  $\left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{th}}$  Item  
 $= \text{size of } \left(\frac{8+1}{2}\right)^{\text{th}}$  Item  
 $= \text{size of } 4.5^{\text{th}}$  Item  
 $= \text{size of } 4^{\text{th}}$  Item + .5 (5<sup>th</sup> Item - 4<sup>th</sup> Item)  
 $= 319 + .5 (324 - 319)$   
 $= 319 + .5 (5)$   
 $= 319 + 2.5$   
 $= 321.5/-$

c) Mode = Most repeated item is 324

d) Calculation of mean deviation from mean

Mean dev.  $= \frac{\Sigma d_x}{n} = \delta n$   
 $= \frac{46}{8}$   
 $= 5.75$

Co-eff. of M.D.  $= \frac{\delta n}{n}$   
 $= \frac{5.75}{322}$   
 $= 0.01785$

e) Calculation of median deviation from Median dev.  $= \frac{\Sigma dm}{n}$   
 $= \frac{46}{8} = 5.75$   
 Co-efficient of  $\delta m = \frac{\delta m}{\text{median}}$   
 $= \frac{5.75}{321.5}$   
 $= 0.01788$

f) Calculation of mode deviation from Mode  $= \frac{\Sigma dz}{n}$   
 $= \frac{46}{8} = 5.76$   
 Co-efficient of  $\delta z = \frac{\delta z}{z}$   
 $= \frac{5.75}{324}$   
 $= 0.1774$

Discrete Series

Ex. 6: Compute the mean deviation & its co-efficient from mean, median and mode.  
 Length of Service (in years) 15 20 25 30 35 40 45  
 Income Tax Payers 5 9 18 6 8 10 14  
 Solution: Calculation of mean, median and mode.

| Length of service m | f        | m.f                | da from |                      | c.f | dm from |                    | Deviation from mode |                    |
|---------------------|----------|--------------------|---------|----------------------|-----|---------|--------------------|---------------------|--------------------|
|                     |          |                    | 31.35   | f.da                 |     | 30      | f.dm               | 25 dz               | fdz                |
| 15                  | 5        | 75                 | 16.35   | 81.75                | 5   | 15      | 75                 |                     |                    |
| 20                  | 9        | 180                | 11.35   | 102.15               | 14  | 10      | 90                 | 10                  | 50                 |
| 25                  | 18       | 450                | 6.35    | 114.3                | 32  | 5       | 90                 | 5                   | 45                 |
| 30                  | 6        | 180                | 1.35    | 8.1                  | 38  | 0       | 0                  | 0                   | 0                  |
| 35                  | 8        | 280                | 3.65    | 29.2                 | 46  | 5       | 40                 | 5                   | 30                 |
| 40                  | 10       | 400                | 8.65    | 86.5                 | 56  | 10      | 100                | 10                  | 80                 |
| 45                  | 14       | 630                | 13.65   | 191.1                | 70  | 15      | 210                | 15                  | 150                |
|                     | $n = 70$ | $\Sigma mf = 2195$ |         | $\Sigma fda = 613.8$ |     |         | $\Sigma fdm = 605$ |                     | $\Sigma fdz = 635$ |

a) Calculation of mean

$n = \frac{\Sigma mf}{n}$   
 $= \frac{2195}{70}$   
 $= 31.35 \text{ years}$

c) By observation item having max. freq. is mode i.e. 25

b) Calculation of median

$m = \text{size of } \left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{th}}$  Item  
 $= \text{size of } \left(\frac{70+1}{2}\right)^{\text{th}}$  Item  
 $= \text{size of } 35.5^{\text{th}}$  Item

35.5 lies in c.f. 38 whose corresponding value is median i.e. = 30 years

e) M.D. from Median  

$$= \frac{\sum fdm}{n}$$

$$= \frac{605}{70}$$

$$= 8.642$$

d) M.D. from Mean  

$$= \frac{\sum da \cdot f}{n}$$

$$= \frac{613.1}{70}$$

$$= 8.758 \text{ yrs.}$$

f) M.D. from Mode  

$$= \frac{\sum fdz}{n}$$

$$= \frac{635}{70}$$

$$= 9.0714$$

Co-efficient of  $\delta m = \frac{\delta m}{\text{median}}$   

$$= \frac{8.642}{30}$$

$$= 0.288$$

Co-efficient of  $\delta a = \frac{\delta a}{\text{mean}}$   

$$= \frac{8.758}{31.35}$$

$$= 0.279$$

Co-efficient of  $\delta z = \frac{\delta z}{z}$   

$$= \frac{9.0714}{25}$$

$$= 0.36$$

Ex. 7: Calculate mean deviation and co-efficient of M.D. from mean, median & mode of the following series

|      |   |    |    |    |    |    |    |
|------|---|----|----|----|----|----|----|
| Size | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 |
| f    | 2 | 8  | 19 | 24 | 17 | 12 | 10 |

Solution :

| Size | f      | mf               | da from 21.63 | fda                 | c.f | dm /20 | f.dm             | dz from 20 | dz/20 | fdz              |
|------|--------|------------------|---------------|---------------------|-----|--------|------------------|------------|-------|------------------|
| 5    | 2      | 10               | 16.63         | 33.26               | 2   | 15     | 30               | 15         | 30    | 30               |
| 10   | 8      | 80               | 11.63         | 93.04               | 10  | 10     | 80               | 10         | 80    | 80               |
| 15   | 19     | 285              | 6.63          | 125.92              | 29  | 5      | 95               | 5          | 95    | 95               |
| 20   | 24     | 480              | 1.63          | 39.12               | 53  | 0      | 0                | 0          | 0     | 0                |
| 25   | 17     | 425              | 3.37          | 57.29               | 70  | 5      | 85               | 5          | 85    | 85               |
| 30   | 12     | 360              | 8.37          | 100.44              | 82  | 10     | 120              | 10         | 120   | 120              |
| 35   | 10     | 350              | 13.37         | 133.7               | 92  | 15     | 150              | 15         | 150   | 150              |
|      | n = 92 | $\sum mf = 1990$ |               | $\sum fda = 462.44$ |     |        | $\sum fdm = 560$ |            |       | $\sum fdz = 560$ |

a) Calculation of Mean Deviation

Mean =  $\frac{\sum mf}{n}$   

$$= \frac{1990}{92}$$

$$= 21.63$$

b) Calculation of median

$$m = \text{size of } \left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } \left(\frac{92}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= 46 \text{ which lies in cf } 53 \text{ corresponding Item is } 20$$

$$\therefore \text{ median is } 20$$

c) Z = item having max frequency is mode  
 $\therefore 20$  is mode

d) Calculation of M.D. from

mean =  $\frac{\sum fda}{n}$  =  $\frac{462.44}{92}$  = 5.026

Co-efficient of

$$\frac{da}{\text{mean}} = \frac{5.026}{21.63} = 0.232$$

e) Calculation of M.D. from median  

$$\delta m = \frac{\sum fdm}{n}$$

$$= \frac{560}{92}$$

$$= 6.0869$$

f) Calculation of M.D. from mode  

$$\delta z = \frac{\sum fdz}{92}$$

$$= \frac{560}{92}$$

$$= 6.0869$$

Co-efficient of  $\delta m = \frac{\delta m}{\text{median}}$   

$$= \frac{6.0869}{20} = 0.304$$

Co-efficient of  $\delta z = \frac{6.0869}{20}$   

$$= 0.304$$

Ex. 8: Calculate M.D. from mean, median and mode and their coefficient for the following data

|                 |   |    |    |    |    |    |    |
|-----------------|---|----|----|----|----|----|----|
| Age (in year)   | 8 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |
| No. of Students | 9 | 12 | 16 | 7  | 20 | 7  | 3  |

Solution : Calculation of mean deviation from

| mean |    | median   |                  | mode  |                  |       |                  |
|------|----|----------|------------------|-------|------------------|-------|------------------|
| Age  | f  | da/20.67 | fda              | dm/20 | f.dm             | dz/22 | fdz              |
| 18   | 9  | 2.67     | 24.03            | 9     | 2                | 18    | 4                |
| 19   | 12 | 1.67     | 20.04            | 21    | 1                | 12    | 3                |
| 20   | 16 | 0.67     | 10.72            | 37    | 0                | 0     | 2                |
| 21   | 7  | 0.33     | 2.31             | 44    | 1                | 7     | 1                |
| 22   | 20 | 1.33     | 26.6             | 64    | 2                | 40    | 0                |
| 23   | 7  | 2.33     | 16.31            | 71    | 3                | 21    | 1                |
| 24   | 3  | 3.33     | 9.99             | 74    | 4                | 12    | 2                |
|      | 74 |          | $\sum fda = 110$ |       | $\sum fdm = 110$ |       | $\sum fdz = 124$ |

a) Mean =  $\frac{\sum mf}{n}$   

$$= \frac{1530}{74}$$

$$= 20.67$$

b)  $\delta a = \frac{\sum fda}{n}$   

$$= \frac{110}{74}$$

$$= 1.486$$

c) co-efficient of  $\delta a = \frac{\delta a}{\text{mean}}$   

$$= \frac{1.486}{20.67}$$

$$= 0.07189$$

d) Median

$$= \text{size of } \left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } \left(\frac{74}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } 37^{\text{th}} \text{ item}$$

$\therefore$  Median = 20 units

e) M.D. from med.

$$= \frac{\sum fdm}{n}$$

$$= \frac{110}{74}$$

$$= 1.486$$

f) co-efficient of

$$\delta m = \frac{\delta m}{\text{median}}$$

$$= \frac{1.486}{20}$$

$$= 0.743$$

g) Mode = item having maximum freq is mode i.e. 22 units

h) M.D.  $\delta z = \frac{\sum fdz}{n}$   
 $= \frac{124}{74}$   
 $= 1.6756$

i) co-efficient of  $\delta z = \frac{\delta z}{z}$   
 $= \frac{1.6756}{22}$   
 $= 0.076$

Ex. 9: Calculate mean deviation from mean, median, mode and their co-efficient from the following

|      |   |    |    |    |    |    |    |    |    |
|------|---|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Size | 4 | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 |
| f    | 7 | 16 | 15 | 20 | 12 | 25 | 10 | 4  | 1  |

Solution: Calculation of Mean Deviation

| Size | f       | dx               | dx  | dx/7.41 | fda                 | cf  | dm/7 | fdm              | dz=9 | fdz              |
|------|---------|------------------|-----|---------|---------------------|-----|------|------------------|------|------------------|
| 4    | 7       | -4               | -28 | 3.41    | 23.87               | 7   | 3    | 21               | 5    | 35               |
| 5    | 16      | -3               | -48 | 2.41    | 38.56               | 23  | 2    | 32               | 4    | 64               |
| 6    | 15      | -2               | -30 | 1.41    | 21.15               | 38  | 1    | 15               | 3    | 45               |
| 7    | 20      | -1               | -20 | 0.41    | 8.2                 | 58  | 0    | 0                | 2    | 40               |
| 8    | 12      | 0                | 0   | 0.59    | 7.08                | 70  | 1    | 12               | 1    | 12               |
| 9    | 25      | 1                | 25  | 1.59    | 39.75               | 95  | 2    | 50               | 0    | 0                |
| 10   | 10      | 2                | 20  | 2.59    | 25.9                | 105 | 3    | 30               | 1    | 10               |
| 11   | 4       | 3                | 12  | 3.59    | 14.36               | 109 | 4    | 16               | 2    | 8                |
| 12   | 1       | 4                | 4   | 4.59    | 4.59                | 110 | 5    | 5                | 3    | 3                |
|      | n = 110 | $\sum fdx = -65$ |     |         | $\sum fda = 183.46$ |     |      | $\sum fdm = 181$ |      | $\sum fdz = 217$ |

a) mean  $= x + \frac{\sum fdx}{n}$   
 $= 8 + \left(\frac{-65}{110}\right)$   
 $= 8 - .590$   
 $= 7.41$

b)  $\delta a = \frac{\sum fda}{n}$   
 $= \frac{183.46}{110}$   
 $= 1.6678$

c)  $\delta m = \frac{\sum fdm}{n}$   
 $= \frac{181}{110}$   
 $= 1.645$

c) Co-efficient of  $\delta a = \frac{\delta a}{\text{mean}}$   
 $= \frac{1.6678}{7.41}$   
 $= 0.225$

d) Median = size of  $\left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}}$  item  
 $= \text{size of } \left(\frac{110}{2}\right)^{\text{th}}$  item  
 $= \text{size of } 55^{\text{th}}$  item  
 $\therefore \text{med} = 7 \text{ units.}$

f) Co-efficient of  $\delta m = \frac{dm}{\text{med.}}$   
 $= \frac{1.645}{7}$   
 $= 0.235$

g) By observation item having maximum frequency is mode i.e. 9.

h) Mode  $\delta z = \frac{\sum fdz}{n}$   
 $= \frac{217}{110}$   
 $= 1.972$

i) Co-efficient of  $\delta z = \frac{\delta z}{z}$   
 $= \frac{1.972}{9}$   
 $= 0.219$

Ex. 10: Calculate mean deviation find its coefficient from mean median & mode.  
 Age 25 26 27 28 29 30 31 32 33  
 f 10 12 13 6 20 5 4 2 2

Solution: Calculation of Mean Deviation from Mean, Median, Mode.

| Age | f      | m.f              | Mean da/27.90 | fda                | cf | dm from median/fdm | Mode dz/29 | Mode fdz         |
|-----|--------|------------------|---------------|--------------------|----|--------------------|------------|------------------|
| 25  | 10     | 250              | 2.90          | 29                 | 10 | 3                  | 30         | 4                |
| 26  | 12     | 312              | 1.90          | 22.8               | 22 | 2                  | 24         | 3                |
| 27  | 13     | 351              | 0.90          | 11.7               | 35 | 1                  | 13         | 2                |
| 28  | 6      | 168              | 0.10          | 0.6                | 41 | 0                  | 0          | 1                |
| 29  | 20     | 580              | 1.10          | 22                 | 61 | 1                  | 20         | 0                |
| 30  | 5      | 150              | 2.10          | 10.5               | 66 | 2                  | 10         | 1                |
| 31  | 4      | 124              | 3.10          | 12.4               | 70 | 3                  | 12         | 2                |
| 32  | 2      | 64               | 4.10          | 8.2                | 72 | 4                  | 8          | 3                |
| 33  | 2      | 66               | 5.10          | 10.2               | 74 | 5                  | 10         | 4                |
|     | n = 74 | $\sum mf = 2065$ |               | $\sum fda = 127.4$ |    | $\sum fdm = 127$   |            | $\sum fdz = 135$ |

a) Mean  $= \frac{\sum mf}{n}$   
 $= \frac{2065}{74}$   
 $= 27.90$

b) Median = Size of  $\left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}}$   
 $= \left(\frac{74}{2}\right)$   
 $= 37 \text{ item lies in } 41 \text{ (cf)}$   
 $\therefore \text{med. is } 28 \text{ units}$

c) Mode - item having max freq is 29  
 $\therefore Z = 29$

d) Calculation of M.D. from

Mean  $= \frac{\sum fda}{n}$   
 $= \frac{127.40}{74}$   
 $= 1.72162$

e) Co-efficient of M.D.

$= \frac{\delta a}{\text{mean}}$   
 $= \frac{1.72162}{27.90}$   
 $= 0.0617$

f) Calculation of M.D. from median

$\delta m = \frac{\sum fdm}{n}$   
 $= \frac{127}{74}$   
 $= 1.7162$

g) Co-efficient of M.D.

$= \frac{\delta m}{\text{median}}$   
 $= \frac{1.7162}{28}$   
 $= 0.0612$

h) Calculation of M.D. from mode

$\delta z = \frac{\sum fdz}{n}$   
 $= \frac{135}{74}$   
 $= 1.8243$

i) Co-efficient of M.D.

$= \frac{\delta z}{z}$   
 $= \frac{1.8243}{29}$   
 $= 0.0629$

Ex. 11 : Calculate M.D. from the different averages for the following.

|    |     |      |       |       |       |       |       |       |
|----|-----|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| M. | 0-5 | 5-10 | 10-15 | 15-20 | 20-25 | 25-30 | 30-35 | 35-40 |
| f  | 449 | 705  | 507   | 281   | 109   | 52    | 16    | 4     |

Solution : Calculation of M.D from mean, median and Mode.

| Mean  |      |          | Median |              |          | Mode            |      |              |                 |         |                 |
|-------|------|----------|--------|--------------|----------|-----------------|------|--------------|-----------------|---------|-----------------|
| M     | M.V  | f        | dx     | fdx          | da/10.47 | fda             | cf   | dm/from 9.34 | fdm             | dz/7.82 | fdz             |
| 0-5   | 2.5  | 449      | -4     | -1796        | 7.97     | 3578.53         | 449  | 6.84         | 3071.16         | 5.32    | 2388.68         |
| 5-10  | 7.5  | 705      | -3     | -2115        | 2.97     | 2093.85         | 1154 | 1.84         | 1297.20         | 0.32    | 225.60          |
| 10-15 | 12.5 | 507      | -2     | -1014        | 2.03     | 1029.21         | 1661 | 3.16         | 1602.12         | 4.68    | 2372.76         |
| 15-20 | 17.5 | 281      | -1     | -281         | 7.03     | 1975.43         | 1942 | 8.16         | 2292.96         | 9.68    | 2720.08         |
| 20-25 | 22.5 | 109      | 0      | 0            | 12.03    | 1311.27         | 2051 | 13.16        | 1434.44         | 14.68   | 1600.12         |
| 25-30 | 27.5 | 52       | 1      | 52           | 17.03    | 885.56          | 2103 | 18.16        | 944.32          | 19.68   | 1023.36         |
| 30-35 | 32.5 | 16       | 2      | 32           | 22.03    | 352.48          | 2119 | 23.16        | 370.56          | 24.68   | 394.89          |
| 35-40 | 37.5 | 4        | 3      | 12           | 27.03    | 108.12          | 2123 | 28.16        | 112.64          | 29.68   | 118.7           |
|       |      | n = 2123 |        | Σfdx = -5110 |          | Σfda = 11335.45 |      |              | Σfdm = 11125.40 |         | Σfdz = 10844.20 |

a) Calculation of mean

$$= x + \frac{\Sigma f dx}{n} \times i$$

$$= 22.5 + \left( \frac{-5110}{2123} \right) \times 5$$

$$= 22.5 + (-2.407) \times 5$$

$$= 22.5 - 12.035$$

$$= 10.465$$

$$= \text{approx } 10.47$$

b) Calculation of Median

$$m = \text{size of } \left( \frac{n}{2} \right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \left( \frac{2123}{2} \right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= 1061.5$$

ies in cf (1154) corresponding class is 5-10 (med class)

$$\therefore M = l_1 + \frac{l_2 - l_1}{f} (m - c)$$

$$= 5 + \frac{10 - 5}{705} (1061.5 - 449)$$

$$= 5 + \frac{5}{705} (612.5)$$

$$= 5 + 4.34$$

$$= 9.34$$

c) M.D. from mean

$$\delta a = \frac{\Sigma f da}{n}$$

$$da = \frac{11335.45}{2123}$$

$$= 5.34$$

d) Co-efficient of M.D.

$$\delta a = \frac{\delta a}{\text{mean}}$$

$$= \frac{5.34}{10.47}$$

$$= 0.510$$

e) Calculation of M.D. from Median

$$\delta m = \frac{\Sigma f dm}{n}$$

$$= \frac{11125.40}{2123}$$

$$= 5.240$$

f) Co-efficient of M.D.

$$\delta m = \frac{\delta m}{\text{median}}$$

$$= \frac{5.240}{9.34}$$

$$= 0.561$$

g) Calculation of Mode  
By observation model class is 5-10 (having maximum frequency)

$$\therefore Z = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times (l_2 - l_1)$$

$$= 5 + \frac{705 - 449}{2 \times 705 - 449 - 507} \times (10 - 5)$$

$$= 5 + \frac{256}{454} \times 5$$

$$= 5 + 2.82$$

$$= 7.82$$

h) Calculation of  $\delta z = \frac{\Sigma f dz}{n}$

$$= \frac{10844.02}{2123}$$

$$= 5.108$$

i) Co-efficient of  $\delta z = \frac{\delta z}{\text{mode}}$

$$= \frac{5.108}{7.82}$$

$$= 0.653$$

Ex. 12 : Compute mean deviation from different averages from the following.

|                |       |       |       |       |       |       |       |       |
|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Wages (in Rs.) | 30-35 | 35-40 | 40-45 | 45-50 | 50-55 | 55-60 | 60-65 | 65-70 |
| of workers.    | 12    | 18    | 22    | 27    | 17    | 23    | 29    | 8     |

Solution : Calculation of mean deviation from mean, median & mode.

| Wages | Mid Value | f       | $dx \left( \frac{m - 47.5}{5} \right)$ | Dev. from (50.32) mean/da | fda   | cf             | dev. from median 49.81 | fdm            | Dev. from mode 46.67 | fdz            |
|-------|-----------|---------|--|---------------------------|-------|----------------|------------------------|----------------|----------------------|----------------|
| 30-35 | 32.5      | 12      | -3                                     | -36                       | 17.82 | 213.84         | 12                     | 17.31          | 207.72               | 14.17          |
| 35-40 | 37.5      | 18      | -2                                     | -36                       | 12.82 | 230.76         | 30                     | 12.31          | 221.58               | 9.17           |
| 40-45 | 42.5      | 22      | -1                                     | -22                       | 7.82  | 172.04         | 52                     | 7.31           | 160.82               | 4.17           |
| 45-50 | 47.5      | 27      | 0                                      | 0                         | 2.82  | 76.14          | 79                     | 2.31           | 62.37                | 0.83           |
| 50-55 | 52.5      | 17      | 1                                      | 17                        | 2.18  | 37.06          | 96                     | 2.69           | 45.73                | 5.83           |
| 55-60 | 57.5      | 23      | 2                                      | 46                        | 7.18  | 165.14         | 119                    | 7.69           | 176.87               | 10.83          |
| 60-65 | 62.5      | 29      | 3                                      | 87                        | 12.18 | 353.22         | 148                    | 12.69          | 368.01               | 15.83          |
| 65-70 | 67.5      | 8       | 4                                      | 32                        | 17.18 | 137.44         | 156                    | 17.69          | 141.52               | 20.83          |
|       |           | n = 156 |  | Σfdx = 88                 |       | Σfda = 1385.64 |                        | Σfdm = 1384.62 |                      | Σfdz = 1423.16 |

a) Calculation of mean

$$= x + \frac{\sum fdx}{n} \times i$$

$$= 47.5 + \frac{88}{156} \times (5)$$

$$= 47.5 + 2.82$$

$$= \text{Rs. } 50.32$$

b) Calculation of M.D. from mean

$$\delta a = \frac{\sum fda}{n}$$

$$= \frac{1385.64}{156}$$

$$= 8.882$$

c) Coeff. of

$$\delta a = \frac{\delta a}{\text{mean}}$$

$$= \frac{8.882}{50.32}$$

$$= 0.176$$

d) Calculation of median

$$m = \text{size of } \left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } \left(\frac{156}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= 76^{\text{th}} \text{ item which lies in the class } 45-50$$

e) Calculation of Mode  
By inspection method Mode lies in the class 45-50

$$Z = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} (i)$$

$$= 45 + \frac{27 - 22}{2 \times 27 - 22 - 17} \times 5$$

$$= 45 + \frac{5}{15} \times 5$$

$$= 45 + 1.67$$

$$Z = \text{Rs. } 46.67$$

$$\therefore \text{Median} = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (m - c)$$

$$= 45 + \frac{(50 - 45)}{27} (78 - 52)$$

$$= 45 + \frac{5}{27} (26)$$

$$\text{Median} = 49.81$$

f) Calculation of M.D. from median

$$\delta m = \frac{\sum fdm}{n}$$

$$= \frac{1384.62}{156}$$

$$= 8.876$$

g) Co-efficient of

$$\delta m = \frac{\delta m}{\text{median}}$$

$$= \frac{8.876}{49.81}$$

$$= 0.178$$

h) Calculation of M.D. from Mode

$$\delta z = \frac{\sum fdz}{n}$$

$$= \frac{1423.16}{156}$$

$$= 9.1228$$

i) Co-efficient of

$$\delta z = \frac{\delta z}{\text{mode}}$$

$$= \frac{9.1228}{46.67}$$

$$= 0.195$$

Ex.13 : Calculate mean deviation from mean median and mode from the following data.

| Size | 0-5 | 5-10 | 10-15 | 15-20 | 20-25 | 25-30 | 30-35 |
|------|-----|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| f    | 3   | 7    | 22    | 60    | 85    | 32    | 8     |

Solution : Calculation of mean deviation from different averages.

| Class | M.V. | f       | dx | fdx              | dev. from mean |                     | dev. from median |       | dev. from mode      |       |                     |
|-------|------|---------|----|------------------|----------------|---------------------|------------------|-------|---------------------|-------|---------------------|
|       |      |         |    |                  | da/20.45       | fda                 | dm/20.97         | fdm   | dz/21.60            | fdz   |                     |
| 0-5   | 2.5  | 3       | -3 | -9               | 17.95          | 53.85               | 3                | 18.47 | 55.41               | 19.1  | 57.3                |
| 5-10  | 7.5  | 7       | -2 | -14              | 12.95          | 90.65               | 10               | 13.47 | 94.29               | 14.1  | 98.7                |
| 10-15 | 12.5 | 22      | -1 | -22              | 7.95           | 174.90              | 32               | 8.47  | 186.34              | 9.1   | 200.2               |
| 15-20 | 17.5 | 60      | 0  | 0                | 2.95           | 177.00              | 92               | 3.47  | 208.24              | 4.1   | 246                 |
| 20-25 | 22.5 | 85      | 1  | 85               | 2.05           | 174.25              | 177              | 1.53  | 130.05              | 0.90  | 76.5                |
| 25-30 | 27.5 | 32      | 2  | 64               | 7.05           | 225.60              | 209              | 6.53  | 208.96              | 5.90  | 188.8               |
| 30-35 | 32.5 | 8       | 3  | 24               | 12.05          | 96.40               | 217              | 11.53 | 92.24               | 10.90 | 87.2                |
|       |      | n = 217 |    | $\sum fdx = 128$ |                | $\sum fda = 992.65$ |                  |       | $\sum fdm = 975.53$ |       | $\sum fdz = 954.70$ |

a) Calculation of Mean

$$a = x + \frac{\sum fdx}{n} \times i$$

$$= 17.5 + \frac{128}{217} \times 5$$

$$= 17.5 + 2.95$$

$$= 20.45$$

$$\text{Mean} = 20.45 \text{ units}$$

b) Calculation of M.D. from Mean

$$\delta a = \frac{\sum fda}{n}$$

$$= \frac{992.65}{217}$$

$$= 4.574$$

d) Calculation of Median

$$m = \text{size of } \left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } \left(\frac{217}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } 108.5^{\text{th}} \text{ item}$$

$$\text{which lies in the class } (20-25)$$

c) Calculation of coeff. of

$$\delta a = \frac{\delta a}{\text{mean}}$$

$$= \frac{4.574}{20.45}$$

$$= 0.224$$

e) Calculation of M.D from Median

$$\delta m = \frac{\sum fdm}{n}$$

$$= \frac{975.53}{217}$$

$$\delta m = 4.495$$

$$\therefore M = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (m - c)$$

$$= 20 + \frac{25 - 20}{85} (108.5 - 92)$$

$$= 20 + \frac{5}{85} (16.5)$$

$$= 20 + 0.97$$

$$M = 20.97$$

ग्यावसायिक सांख्यिकी

f) Calculation of coeff. of

$$\delta m = \frac{\delta m}{\text{median}}$$

$$= \frac{4.495}{20.97}$$

$$= 0.2143$$

h) Calculation of M.D. from mode

$$\delta z = \frac{\Sigma fdz}{n}$$

$$= \frac{954.7}{217}$$

$$= 4.40$$

Ex. 14 : Find out coefficient of mean deviation in the following series from mean, median and mode.

|               |      |       |       |       |       |       |       |       |
|---------------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Age (in year) | 0-10 | 10-20 | 20-30 | 30-40 | 40-50 | 50-60 | 60-70 | 70-80 |
| No. of Person | 20   | 25    | 32    | 40    | 42    | 35    | 10    | 8     |

Solution : Calculation of mean deviation from

| Age in (yrs) | M. V. | f     | Mean            |                   | Median            |       |                     | Mode     |                      |          |        |
|--------------|-------|-------|-----------------|-------------------|-------------------|-------|---------------------|----------|----------------------|----------|--------|
|              |       |       | $\frac{dx}{10}$ | $\frac{m-35}{10}$ | da/36.5           | fda   | cf                  | dm/37.25 | fdm                  | dz/42.22 | fdz    |
| 0-10         | 5     | 20    | -3              | -60               | 31.5              | 530   | 20                  | 32.25    | 645                  | 37.22    | 744.4  |
| 10-20        | 15    | 25    | -2              | -50               | 21.5              | 537.5 | 45                  | 22.25    | 556.25               | 27.22    | 680.5  |
| 20-30        | 25    | 32    | -1              | -32               | 11.5              | 368   | 77                  | 12.25    | 392                  | 17.22    | 551.04 |
| 30-40        | 35    | 40    | 0               | 0                 | 1.5               | 60    | 117                 | 2.25     | 90                   | 7.22     | 288.80 |
| 40-50        | 45    | 42    | 1               | 42                | 8.5               | 357   | 159                 | 7.75     | 325.5                | 2.78     | 116.76 |
| 50-60        | 55    | 35    | 2               | 70                | 18.5              | 674.5 | 194                 | 17.75    | 621.25               | 12.78    | 447.3  |
| 60-70        | 65    | 10    | 3               | 30                | 28.5              | 285   | 204                 | 27.75    | 277.5                | 22.78    | 227.8  |
| 70-80        | 75    | 8     | 4               | 32                | 38.5              | 308   | 212                 | 37.75    | 302                  | 32.78    | 262.22 |
|              |       | n=212 | $\Sigma fdx=32$ |                   | $\Sigma fda=3093$ |       | $\Sigma fdm=3209.5$ |          | $\Sigma fdz=3318.81$ |          |        |

g) Calculation of Mode  
By inspection modal class is 20-25

$$Z = 1_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$$

$$= 20 + \frac{85 - 60}{2 \times 85 - 60 - 32} \times 5$$

$$= 20 + \frac{125}{78}$$

$$= 20 + 1.60$$

$$= 21.60 \text{ mode}$$

i) Calculation of coeff. of M.D.

$$\delta z = \frac{\delta z}{\text{mode}}$$

$$= \frac{4.40}{21.60}$$

$$= 0.203$$

a) Calculation of mean

$$= x + \frac{\Sigma fdx}{n} \times i$$

$$= 35 + \frac{32}{212} \times 10$$

$$= 35 + 1.5$$

$$= 36.5 \text{ years.}$$

d) Calculation of Median

$$m = \text{size of } \left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } \left(\frac{212}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

= size of 106<sup>th</sup> item  
which lies in class (30-40)

$$\therefore M = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (m - c)$$

$$= 30 + \frac{40 - 30}{40} (106 - 77)$$

$$= 30 + \frac{10}{40} (29)$$

$$= 30 + 7.25$$

$$M = 37.25 \text{ Years}$$

h) Calculation of M.D. from mode

$$= \frac{\Sigma fdz}{n}$$

$$= \frac{3318.84}{212}$$

$$= 15.654$$

b) Calculation of M.D. from mean

$$\delta a = \frac{\Sigma fda}{n}$$

$$= \frac{3093}{212}$$

$$= 14.59$$

c) Calculation of coeff.

$$\delta a = \frac{\delta a}{\text{mean}}$$

$$= \frac{14.59}{36.5}$$

$$= 0.399$$

e) Calculation of

$$\delta m = \frac{\Sigma fdm}{n}$$

$$= \frac{3209.5}{212}$$

$$= 15.14$$

f) Calculation of coeff. of

$$dm = \frac{dm}{\text{median}}$$

$$= \frac{15.14}{37.25}$$

$$= 0.406$$

g) Calculation of mode by inspection modal class is 40-50

$$Z = l_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$$

$$= 40 + \frac{42 - 40}{2 \times 42 - 40 - 35} \times 10$$

$$= 40 + \left(\frac{2 \times 10}{84 - 75}\right)$$

$$= 40 + 2.22$$

$$Z = 42.22 \text{ years}$$

i) Calculation of coefficient of

$$\delta z = \frac{\delta z}{\text{mode}}$$

$$= \frac{15.654}{42.22}$$

$$= 0.3707$$

Ex. 15: Calculate mean deviation from mean, median & mode and their coefficient from the following data.

|       |     |      |     |      |       |
|-------|-----|------|-----|------|-------|
| Class | 0-2 | 3-5  | 6-8 | 9-11 | 12-14 |
|       | 643 | 1465 | 451 | 86   | 2     |



| Class | M.V | f          | $fx$ | $\frac{m-4}{3}$    | $fdx$ | Dev. from mean<br>$la/3.98$ | $fda$ | cf   | Dev. from 3.93<br>median $fdm$ | Dev. from mode<br>$4.34dz$ | $fdz$                  |
|-------|-----|------------|------|--------------------|-------|-----------------------------|-------|------|--------------------------------|----------------------------|------------------------|
| 0-2   | 1   | 643        | -1   | -643               | 2.98  | 1961.14                     | 643   | 2.93 | 1883.99                        | 3.34                       | 2147.62                |
| 3-5   | 4   | 1465       | 0    | 0                  | 0.02  | 29.30                       | 2108  | 0.07 | 102.55                         | .34                        | 498.10                 |
| 6-8   | 7   | 451        | 1    | 451                | 3.02  | 1362.02                     | 2559  | 3.07 | 1384.57                        | 2.66                       | 1199.66                |
| 9-11  | 10  | 86         | 2    | 172                | 6.02  | 517.72                      | 2645  | 6.07 | 522.02                         | 5.66                       | 486.76                 |
| 12-14 | 13  | 2          | 3    | 6                  | 9.02  | 18.04                       | 2647  | 9.07 | 18.14                          | 8.66                       | 17.32                  |
|       |     | $n = 2647$ |      | $\Sigma fdx = -14$ |       | $\Sigma fda = 3888.22$      |       |      | $\Sigma fdm = 3911.27$         |                            | $\Sigma fdz = 4349.46$ |

a) Calculation of mean

$$a = x + \frac{\Sigma fdx}{n} \times i$$

$$= 4 + \frac{-14}{2647} \times 3$$

$$= 4 - 0.016$$

$$= 3.98 \text{ apprx.}$$

d) Calculation of median

$$m = \text{size of } \left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } \left(\frac{2647}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

1323.5<sup>th</sup> item lies in the group (3-5)  
∴ median class = 3-5

$$M = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (m - c)$$

$$= 3 + \frac{5 - 3}{1465} (1323.5 - 643)$$

$$= 3 + \frac{2(680.5)}{1465}$$

$$= 3.93$$

b) Calculation of M.D. from mean

$$\delta a = \frac{\Sigma fda}{n}$$

$$= \frac{3888.22}{2647}$$

$$= 1.468$$

e) M.D. from median

$$= \frac{\Sigma fdm}{n}$$

$$= \frac{3911.27}{2647}$$

$$= 1.4776$$

g) Calculation of mode by observation modal group is (3-5)

$$Z = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times (i)$$

$$= 3 + \frac{1465 - 643}{2 \times 1465 - 643 - 451} \times (3)$$

$$= 3 + \frac{822}{1836} \times 3$$

$$= 3 + (0.447 \times 3)$$

$$= 3 + 1.34$$

$$Z = 4.34$$

c) Calculation of coeff. of

$$\delta a = \frac{\delta a}{\text{mean}}$$

$$= \frac{1.468}{3.98}$$

$$= 0.369$$

f) Coeff. of

$$\delta m = \frac{\delta m}{\text{median}}$$

$$= \frac{1.4776}{3.93}$$

$$= 0.376$$

h) Calculation of M.D. from mode

$$\delta z = \frac{\Sigma fdz}{n}$$

$$= \frac{4349.46}{2647}$$

$$= 1.643$$

i) Coeff. of

$$\delta z = \frac{\delta z}{\text{mode}}$$

$$= \frac{1.643}{4.34}$$

$$= 0.3786$$

Ex. 16 : Calculate mean deviation for the following data.

|                 |     |     |     |    |    |    |    |
|-----------------|-----|-----|-----|----|----|----|----|
| Marks above     | 0   | 10  | 20  | 30 | 40 | 50 | 60 |
| No. of students | 150 | 130 | 100 | 80 | 40 | 25 | 15 |

Solution : Calculation of mean deviation from mean, median & mode.

| Converted Series | f         | m.v. | dx | fdx                | da/31 | fda                 | cf  | dm    | 31.25                 | fdm   | dz                    | 34.44 | fdz |
|------------------|-----------|------|----|--------------------|-------|---------------------|-----|-------|-----------------------|-------|-----------------------|-------|-----|
| 0-10             | 20        | 05   | -3 | -60                | 26    | 520                 | 20  | 26.25 | 525                   | 29.44 | 588.8                 | 588.8 |     |
| 10-20            | 30        | 15   | -2 | -60                | 16    | 480                 | 50  | 16.25 | 487.5                 | 19.44 | 583.2                 | 583.2 |     |
| 20-30            | 20        | 25   | -1 | -20                | 06    | 120                 | 70  | 6.25  | 125                   | 9.44  | 188.8                 | 188.8 |     |
| 30-40            | 40        | 35   | 0  | 0                  | 4     | 160                 | 110 | 3.75  | 150                   | 0.56  | 22.4                  | 22.4  |     |
| 40-50            | 15        | 45   | 1  | 15                 | 14    | 210                 | 125 | 13.75 | 206.25                | 10.56 | 158.4                 | 158.4 |     |
| 50-60            | 10        | 55   | 2  | 20                 | 24    | 240                 | 135 | 23.75 | 237.5                 | 20.56 | 205.6                 | 205.6 |     |
| 60-70            | 15        | 65   | 3  | 45                 | 34    | 510                 | 150 | 33.75 | 506.25                | 30.56 | 458.4                 | 458.4 |     |
|                  | $n = 150$ |      |    | $\Sigma fdx = -60$ |       | $\Sigma fda = 2240$ |     |       | $\Sigma fdm = 2237.5$ |       | $\Sigma fdz = 2205.6$ |       |     |

a) Calculation of mean

$$= x + \frac{\Sigma fdx}{n} \times i$$

$$= 35 + \frac{-60}{150} \times 10$$

$$= 35 - 4$$

$$= 31 \text{ marks}$$

b) Calculation of M.D. from mean

$$\delta a = \frac{\Sigma fda}{n}$$

$$= \frac{2240}{150}$$

$$= 14.93$$

c) Coeff. of

$$\delta a = \frac{\delta a}{\text{mean}}$$

$$= \frac{14.93}{31}$$

$$= 0.48$$

e) Calculation of M.D. from median

$$= \frac{\Sigma fdm}{n}$$

$$= \frac{2237.5}{150}$$

$$= 14.917$$

d) Calculation of median

$$m = \text{size of } \left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } \left(\frac{150}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } 75^{\text{th}} \text{ item lies in the gp (30-40)}$$

$$M = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (m - c)$$

$$= 30 + \frac{40 - 30}{40} (75 - 70)$$

$$= 30 + 1.25$$

$$= 31.25 \text{ marks}$$

f) Coeff. of  $\delta m = \frac{\delta m}{\text{median}}$

$= \frac{14.917}{31.25} = 0.477$

h) Calculation of M.D. from mode

$= \frac{\Sigma f dz}{n} = \frac{2205.6}{150} = 14.704$

g) Calculation of mode by observation modal gp is (30-40)

$Z = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$   
 $= 30 + \frac{40 - 20}{2 \times 40 - 20 - 15} \times (10)$   
 $= 30 + \frac{20}{45} \times (10)$   
 $= 30 + 4.44$   
 $= 34.44 \text{ marks}$

i) Coeff. of  $\delta z = \frac{\delta z}{\text{mode}} = \frac{14.704}{34.44} = 0.427$

Ex. 17: Calculate mean deviation for the given data.

|                 |    |    |    |    |    |    |    |    |
|-----------------|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Marks below     | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 |
| No. of students | 5  | 18 | 27 | 40 | 58 | 68 | 78 | 90 |

Solution: Calculation of mean deviation.

| Converted Series | f    | m.v. | dx | fdx                 | Dev. from mean 42.33 fda | cf | Dev. from median 42.78 fdm | dz/43.85 |                        |
|------------------|------|------|----|---------------------|--------------------------|----|----------------------------|----------|------------------------|
| 0-10             | 5    | 05   | -4 | -20                 | 37.33                    | 5  | 37.78                      | 188.9    | 38.85                  |
| 10-20            | 13   | 15   | -3 | -39                 | 27.33                    | 18 | 27.78                      | 361.14   | 28.85                  |
| 20-30            | 9    | 25   | -2 | -18                 | 17.33                    | 27 | 17.78                      | 160.02   | 18.85                  |
| 30-40            | 13   | 35   | -1 | -13                 | 7.33                     | 40 | 7.78                       | 101.14   | 8.85                   |
| 40-50            | 18   | 45   | 0  | 0                   | 2.67                     | 58 | 2.22                       | 39.96    | 1.15                   |
| 50-60            | 10   | 55   | 1  | 10                  | 12.67                    | 68 | 12.22                      | 122.2    | 11.15                  |
| 60-70            | 10   | 65   | 2  | 20                  | 22.67                    | 78 | 22.22                      | 222.2    | 21.15                  |
| 70-80            | 12   | 75   | 3  | 36                  | 32.67                    | 90 | 32.22                      | 386.64   | 31.15                  |
|                  | n=90 |      |    | $\Sigma f dx = -24$ | $\Sigma f da = 1586.69$  |    | $\Sigma f dm = 1582.2$     |          | $\Sigma f dz = 1571.5$ |

a) Calculation of mean  
 $= x + \frac{\Sigma f dx}{n} \times i$   
 $= 45 + \left(\frac{-24}{90} \times 10\right)$   
 $= 45 - 2.67$   
 $= 42.33 \text{ Marks.}$

b) Calculation of M.D. from mean  
 $= \frac{\Sigma f da}{n} = \frac{1586.69}{90} = 17.63$

c) Co-efficient of  $\delta a = \frac{\delta a}{\text{mean}} = \frac{17.63}{42.33} = 0.416$

d) Calculation of median

$m = \text{size of } \left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$

$= \text{size of } \left(\frac{90}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$

$= \text{size of } 45^{\text{th}} \text{ item which lies in the (40-50) class}$

$\therefore M = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (m - c)$   
 $= 40 + \frac{50 - 40}{18} (45 - 40)$

$= 40 + \frac{10}{18} (5)$   
 $= 40 + 2.78 = 42.78 \text{ marks}$

h) Calculation  $\delta z = \frac{\Sigma f dz}{n} = \frac{1571.5}{90} = 17.461$

e) Calculation of M.D. from median

$= \frac{\Sigma f dm}{n} = \frac{1582.5}{90} = 17.583$

f) Co-efficient of

$\delta m = \frac{\delta m}{\text{median}} = \frac{17.583}{42.78} = 0.411$

g) Calculation of mode by inspection modal class is 40-50

$\therefore Z = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$   
 $= 40 + \frac{18 - 13}{2 \times 18 - 13 - 10} \times (10)$

$= 40 + \frac{50}{13}$   
 $= 40 + 3.85 = 43.85 \text{ marks}$

i) Co-efficient of  $\delta z = \frac{\delta z}{\text{mode}} = \frac{17.461}{43.85} = 0.398$

Ex. 18: Calculate M.D. & its coefficient for the following.

|                 |     |    |    |    |    |    |    |    |
|-----------------|-----|----|----|----|----|----|----|----|
| More than Marks | 0   | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 |
| No. of Students | 100 | 90 | 75 | 60 | 50 | 25 | 15 | 5  |

Solution: Converted series calculation of mean deviation.

| Marks | f     | M.V. | dx $\frac{m-45}{10}$ | fdx                 | Dev. from mean 37 fda | cf                   | dm/40 | fdm                  | Dev. from mode 45 fdz |
|-------|-------|------|----------------------|---------------------|-----------------------|----------------------|-------|----------------------|-----------------------|
| 0-10  | 10    | 5    | -4                   | -40                 | 32                    | 320                  | 10    | +35                  | 350                   |
| 10-20 | 15    | 15   | -3                   | -45                 | 22                    | 330                  | 25    | +25                  | 375                   |
| 20-30 | 15    | 25   | -2                   | -30                 | 12                    | 180                  | 40    | +15                  | 225                   |
| 30-40 | 10    | 35   | -1                   | -10                 | 2                     | 20                   | 50    | +5                   | 50                    |
| 40-50 | 25    | 45   | 0                    | 0                   | 8                     | 200                  | 75    | 5                    | 125                   |
| 50-60 | 10    | 55   | 1                    | 10                  | 18                    | 180                  | 85    | 15                   | 150                   |
| 60-70 | 10    | 65   | 2                    | 20                  | 28                    | 280                  | 95    | 25                   | 250                   |
| 70-80 | 5     | 75   | 3                    | 15                  | 38                    | 190                  | 100   | 35                   | 350                   |
|       | n=100 |      |                      | $\Sigma f dx = -80$ |                       | $\Sigma f da = 1700$ |       | $\Sigma f dm = 1700$ | $\Sigma f dz = 1700$  |

a) Calculation of mean

$$= \bar{x} + \frac{\sum fdx}{n} \times i$$

$$= 45 + \left( \frac{-80}{100} \times 10 \right)$$

$$= 45 - 8$$

$$= 37 \text{ marks}$$

b) Calculation of M.D.

$$= \frac{\sum fda}{n}$$

$$= \frac{1700}{100}$$

$$= 17.0$$

c) Co-efficient of

$$\delta a = \frac{\delta a}{\text{mean}}$$

$$= \frac{17.0}{37}$$

$$= 0.459$$

d) Calculation of median

$$m = \text{size of } \left( \frac{n}{2} \right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$m = \text{size of } \left( \frac{100}{2} \right)^{\text{th}} \text{ item}$$

m = size of 50<sup>th</sup> item lies in the group (30-40)

$$M = L_1 + \frac{f_2 - L_1}{f} (m - c)$$

$$= 30 + \frac{40 - 30}{10} (50 - 40)$$

$$= 30 + \left( \frac{10}{10} \right) (10)$$

$$= 40 \text{ marks}$$

e) Calculation of M.D. from median

$$= \frac{\sum fdm}{n}$$

$$= \frac{1700}{100}$$

$$= 17$$

f) Co-efficient of

$$\delta m = \frac{\delta m}{m}$$

$$\delta m = \frac{17}{40}$$

$$= 0.425$$

g) Calculation of mode by inspection modal group is 40-50

$$Z = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$$

$$= 40 + \left( \frac{25 - 10}{2 \times 25 - 10 - 10} \right) \times 10$$

$$= 40 + \left( \frac{15}{30} \right) \times 10$$

$$= 45 \text{ units}$$

h) Calculation of M.D. from mode

$$= \frac{\sum fdz}{n} = \frac{1700}{100} = 17$$

i) Co-efficient of M.D.

$$= \frac{\delta Z}{z} = \frac{17}{45} = 0.378$$

Ex. 19 : Calculate M.D. & coefficient from the following data.

|                |    |    |    |    |    |     |
|----------------|----|----|----|----|----|-----|
| Marks upto     | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 |
| No. of Student | 7  | 15 | 25 | 30 | 32 | 35  |

Solution : Converted series

Calculation of mean deviation from mean median and mode.

| Marks  | f   | m.v | dx | fdx        | da/63.85 | fda          | cf | dm/62.5 | fdm          | dz    | fdz          |
|--------|-----|-----|----|------------|----------|--------------|----|---------|--------------|-------|--------------|
| 40-50  | 7   | 45  | -3 | -21        | 18.85    | 131.95       | 7  | 17.5    | 122.5        | 17.86 | 125.02       |
| 50-60  | 8   | 55  | -2 | -16        | 8.85     | 70.80        | 15 | 7.5     | 60           | 7.86  | 62.88        |
| 60-70  | 10  | 65  | -1 | -10        | 1.15     | 11.50        | 25 | 2.5     | 25           | 2.14  | 21.4         |
| 70-80  | 5   | 75  | 0  | 0          | 11.15    | 55.75        | 30 | 12.5    | 62.5         | 12.14 | 60.7         |
| 80-90  | 2   | 85  | 1  | 2          | 21.15    | 42.30        | 32 | 22.5    | 45           | 22.14 | 44.28        |
| 90-100 | 3   | 95  | 2  | 6          | 31.15    | 93.45        | 35 | 32.5    | 97.5         | 32.14 | 96.42        |
|        | n = |     |    | $\sum fdx$ |          | $\sum fda =$ |    |         | $\sum fdm =$ |       | $\sum fdz =$ |
|        | 35  |     |    | -39        |          | 405.75       |    |         | 412.50       |       | 410.70       |

a) Calculation of mean

$$= \bar{x} + \frac{\sum fdx}{n} \times i$$

$$= 75 + \left( \frac{-39}{35} \right) \times 10$$

$$= 75 - 11.143$$

$$= 63.85 \text{ marks}$$

b) Calculation of M.D. from mean

$$= \frac{\sum fda}{n}$$

$$= \frac{405.75}{35}$$

$$= 11.592$$

c) Calculation of coeff. of

$$\delta a = \frac{\delta a}{\text{mean}}$$

$$= \frac{11.592}{63.85}$$

$$= 0.1815$$

d) Calculation of median

$$m = \text{size of } \left( \frac{n}{2} \right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } \left( \frac{35}{2} \right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{size of } 17.5^{\text{th}} \text{ item}$$

lies in (60-70) med. class

$$M = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (m - c)$$

$$= 60 + \frac{70 - 60}{10} (17.5 - 15)$$

$$= 60 + \frac{10}{10} (2.5)$$

$$= 60 + 2.5$$

$$= 62.5 \text{ marks}$$

e) Calculation of M.D. from median

$$= \frac{\sum fdm}{n}$$

$$= \frac{412.50}{35}$$

$$= 11.785$$

g) Calculation of mode

$$Z = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$$

by inspection modal class is 60-70

$$Z = 60 + \frac{10 - 8}{10 \times 2 - 8 - 5} \times 10$$

f) Calculation of coeff.

$$\delta m = \frac{\delta m}{\text{median}}$$

$$= \frac{11.7857}{62.5}$$

$$= 0.188$$

$$= 60 + \frac{2}{20 - 13} (10)$$

$$= 60 + \frac{2}{7} (10)$$

$$= 60 + \frac{20}{7}$$

$$= 60 + 2.86$$

$$= 62.86 \text{ marks}$$

b) Calculation of M.D. from mode

$$\frac{\sum fd_2}{n} = \frac{\sum fd_1}{n}$$

$$\frac{410.70}{35} = 11.73$$

i) Coefficient of

$$\delta_2 = \frac{\delta_2}{\text{mode}}$$

$$= \frac{11.73}{62.86} = 0.186$$

प्रमाण विचलन (Standard Deviation)

प्रमाण विचलनाची संकल्पना सर्वात प्रथम कार्ल पिअरसन यांनी 1893 मध्ये मांडली. या पद्धतीत मातृ अक्षयसत्त्वाचे विचलन पद्धतीतील दोष दूर करून विचलनाचे मापन केले जाते. त्यामुळे विचलन मोजण्याची एक उत्तम व दृष्टीगोचर पद्धती म्हणून प्रमाण विचलनाकडे पाहिले जाते. या पद्धतीचे महत्त्वाचे वैशिष्ट्य म्हणजे माध्य विचलनात या प्रकारे चिन्हांकडे दुर्लक्ष केले जाते ह्या पद्धतीत चिन्हांकडे दुर्लक्ष केले जात नाही ह्याशिवाय प्रमाण विचलनाचे मूल पदमालेतील सर्व मूल्यांवर आधारित असल्यामुळे त्याची विश्वासार्हता इतर विचलन पद्धतीपेक्षा जास्त आहे.

प्रमाण विचलनाची गणना करण्यासाठी केवळ समांतर माध्याचा (Mean) अवलंब केला जातो. माध्यामुळे काढलेल्या विचलनाची बेरीज ही शून्य असते. तसेच समांतर माध्यामुळे प्राप्त झालेल्या विचलनाचे अंक मुक्तते लक्षात आसतात. प्रमाण विचलनाचे उत्तर जेवढे जास्त तेवढा पदमालेच्या मूल्यांमध्ये एकसारखेपणा कमी असतो या उच्च प्रमाण विचलनाचे उत्तर कमी असता या पदमालेच्या मूल्यांमध्ये एकसारखेपणा जास्त असतो.

प्रमाण विचलन हे विचरणाचे विरोधाभास माप आहे तर प्रमाण गुणक (Coefficient of standard deviation) आणि विचरण गुणक (Coefficient of Variation) ही त्यांची सापेक्ष मापे आहेत. दोन पदमालांमध्ये तुलनात्मक अर्थाने करण्यासाठी प्रमाण विचरण गुणक आणि विचरण गुणक (C.V.) यांचा उपयोग होतो. विचरण गुणक हा प्रतिशत दर्शविला जातो. प्रमाण विचरण गुणक तसेच विचरण गुणक या दोन्ही मापांचा उपयोग करून दोन किंवा अधिक पदमालेतील विचरणांचा तुलनात्मक अर्थाने करता येतो व संबंधित पदमालेपैकी कोणती पदमाला अधिक विचरण दर्शविते किंवा स्थिरता दर्शविते या बदल निर्णय घेता येतो.

प्रमाण विचलनाचे आगमन

प्रमाण विचलनाचे आगमन  $\sigma$  (sigma) किंवा S.D. ह्या सांख्यिकीय चिन्हाचा उपयोग करीत असतो.

अ) वैयक्तिक पदमालेत प्रमाण विचलनाची गणना

(Calculation of Standard deviation in Simple / Individual Series)

खालील दोन पद्धतींचा अवलंब S.D. शोधून काढण्याकरिता केला जाऊ शकतो.

1) प्रत्यक्ष पद्धती (Direct Method) S.D. काढण्याकरिता खालील पद्धतीचा अवलंब करावा.

i) दिलेल्या पदमालेचे माध्य (Mean) काढा

ii) आलेल्या समांतर माध्यचे प्रत्येक पदामुळे  $\pm$  चिन्ह विचारात घेऊन अंतर शोधून काढणे  $dx$  असे म्हणतात.

iii) आलेल्या प्रत्येक  $dx$  चा वर्ग (Square) काढणे त्याला  $dx^2$  असे म्हणतात.

iv) त्यांतर येणाऱ्या संख्यांची बेरीज केली जाते त्याला  $\sum dx^2$  असे म्हणतात. S.D. काढण्याकरिता खालील सूत्रांचा उपयोग करा.

$$S.D. = \sqrt{\frac{\sum dx^2}{n}} \quad \text{किंवा} \quad S.D. = \sqrt{\frac{\sum dx^2}{n} - \left(\frac{\sum dx}{n}\right)^2}$$

v) आलेल्या संख्येचे वर्गमूल काढा आलेल्या वर्गमूल म्हणजे प्रमाण विचलन (S.D.) होय.

ii) लघुपद्धती (Short-cut Method)

खालील पद्धतीचा अवलंब करावा.

i) दिलेल्या पदमालेचे (Assumed Mean) कल्पित माध्य घेऊन प्रत्येक पदाचे अंतर शोधून काढणे त्याला  $dx$  असे म्हणतात.  $dx$  ची बेरीज करून  $\sum dx$  काढावे.

ii) आलेल्या प्रत्येक  $dx$  चा वर्ग करून त्याला  $dx^2$  नाव द्या येणाऱ्या संख्येची बेरीज करा त्याला  $\sum dx^2$  असे म्हणतात.

खालील सूत्रांचा उपयोग करा.

$$S.D. = \sqrt{\frac{\sum dx^2}{n} - \left(\frac{\sum dx}{n}\right)^2}$$

a) प्रमाण विचलन गुणक (Co-efficient of S.D.) काढण्याकरिता खालील सूत्राचा अवलंब करावा.

$$\text{Co-efficient of S.D.} = \frac{S.D.}{\text{mean}} \quad \text{or} \quad \frac{S.D.}{a}$$

Where S.D. stands for standard deviation 'a' stands for mean.

b) विचरण गुणक Coefficient of Variation (C.V.)

$$C.V. = \frac{S.D.}{\text{mean}} \quad \text{or} \quad \frac{\sigma}{a} \times 100$$

or Co-efficient of S.D.  $\times 100$

Ex. 1: From the following data. Calculate S.D., coeff. of S.D. and C.V.  
 Index No. 145 132 142 135 138 134 140 130 140 128 120 146

Solution: Calculation of standard deviation and its coefficient.

Direct method

| M          | dx/136      | dx <sup>2</sup> |
|------------|-------------|-----------------|
| 145        | +9          | 81              |
| 132        | -4          | 16              |
| 142        | +6          | 36              |
| 135        | -1          | 1               |
| 138        | +2          | 4               |
| 134        | -2          | 4               |
| 140        | +4          | 16              |
| 130        | -6          | 36              |
| 142        | +6          | 36              |
| 128        | -8          | 64              |
| 120        | -16         | 256             |
| 146        | +10         | 100             |
| $\Sigma m$ | $\Sigma dx$ | $\Sigma dx^2$   |
| 1632       | =0          | =650            |

a) mean =  $\frac{\Sigma m}{n}$   
 $= \frac{1632}{12}$   
 $= 136$  Unit

b) S.D. =  $\sqrt{\frac{\Sigma dx^2}{n}}$   
 $= \sqrt{\frac{650}{12}}$   
 $= \sqrt{54.167}$   
 $= 7.36$

c) Co-efficient of S.D.  
 $S.D = \frac{S.D}{mean}$   
 $= \frac{7.36}{136}$   
 $= 0.0541$

d) Co-efficient of Variation  
 $= \frac{S.D}{mean} \times 100$   
 $= \frac{7.36}{136} \times 100$   
 $= 5.41$   
 $CV = 5.41\%$

Ex. 2: Calculate S.D. & its coefficient and C.V. from direct and indirect method.

Size 120 105 90 152 100 198 70 65 45 55

Solution: Calculation of standard deviation direct method indirect method.

| X          | dx/100      | dx <sup>2</sup> | dx/152      | dx <sup>2</sup> |
|------------|-------------|-----------------|-------------|-----------------|
| 120        | 20          | 400             | -32         | 1024            |
| 105        | 5           | 25              | -47         | 2209            |
| 90         | -10         | 100             | -62         | 3844            |
| 152        | 52          | 2704            | 0           | 0               |
| 100        | 0           | 0               | 952         | 2704            |
| 198        | 98          | 9604            | 46          | 2116            |
| 70         | -30         | 900             | -82         | 6724            |
| 65         | -35         | 1225            | -87         | 7569            |
| 45         | -55         | 3025            | -107        | 11449           |
| 55         | -45         | 2025            | -97         | 9409            |
| $\Sigma x$ | $\Sigma dx$ | $\Sigma dx^2$   | $\Sigma dx$ | $\Sigma dx^2$   |
| 1000       | 0           | 20008           | 520         | 47048           |

a) Calculation of mean Direct method  
 $= \frac{\Sigma m}{n}$   
 $= \frac{1000}{10}$   
 $= 100$  unit

b) S.D. =  $\sqrt{\frac{\Sigma dx^2}{n}}$   
 $= \sqrt{\frac{20008}{10}}$   
 $= \sqrt{2000.8}$   
 $= 44.73$

c) Co-efficient of S.D.  
 $= \frac{S.D}{mean}$   
 $= \frac{44.73}{100}$   
 $= .447$

Shortcut method

$S.D = \sqrt{\frac{\Sigma dx^2}{n} - \left(\frac{\Sigma dx}{n}\right)^2}$   
 $= \sqrt{\frac{47048}{10} - \left(\frac{520}{10}\right)^2}$   
 $= \sqrt{4704.8 - (52)^2}$   
 $= \sqrt{4704.8 - 2704}$   
 $= 44.73$

b) C.V. =  $\frac{S.D}{mean} \times 100$   
 $= \frac{44.73}{100} \times 100$   
 $= 44.73\%$

Ex. 3: Calculate C.V. of both series for the given data.

Marks (boys) 48 46 49 43 48 35 55 50 65 56 71 75 80 85

Marks (girls) 55 75 90 74 52 30 45 65 58 69 70 63 61 50

Solution: Calculation of S.D. short cut method.

| Boys       |             | Girls           |            |             |                 |
|------------|-------------|-----------------|------------|-------------|-----------------|
| X          | dx/55       | dx <sup>2</sup> | Y          | dy/60       | dy <sup>2</sup> |
| 48         | -7          | 49              | 55         | -5          | 25              |
| 46         | -9          | 81              | 75         | +15         | 225             |
| 49         | -6          | 36              | 90         | +30         | 900             |
| 43         | -12         | 144             | 74         | 14          | 196             |
| 48         | -7          | 49              | 52         | -8          | 64              |
| 35         | -20         | 400             | 30         | -30         | 900             |
| 55         | 0           | 0               | 45         | -15         | 225             |
| 50         | -5          | 25              | 65         | +5          | 25              |
| 65         | +10         | 100             | 58         | -2          | 4               |
| 56         | +1          | 01              | 69         | +9          | 81              |
| 71         | 16          | 256             | 70         | +10         | 100             |
| 75         | 20          | 400             | 63         | +3          | 9               |
| 80         | 25          | 625             | 61         | +1          | 1               |
| 85         | 30          | 900             | 50         | -10         | 100             |
| $\Sigma m$ | $\Sigma dx$ | $\Sigma dx^2$   | $\Sigma y$ | $\Sigma dy$ | $\Sigma dy^2$   |
| =806       | =36         | =3066           | 857        | =+17        | =2855           |

a) Calculation of mean  
 boys =  $\frac{\Sigma m}{n}$   
 $= \frac{806}{14}$   
 $= 57.57$  marks

b) Girls (M) =  $\frac{\Sigma y}{n}$   
 $= \frac{857}{14}$   
 $= 61.21$  marks

c) S.D Boys  
 $= \sqrt{\frac{\Sigma dx^2}{n} - \left(\frac{\Sigma dx}{n}\right)^2}$   
 $= \sqrt{\frac{3066}{14} - \left(\frac{36}{14}\right)^2}$   
 $= \sqrt{219 - 6.60}$   
 $= \sqrt{212.40}$   
 $= 14.57$

d) S.D. Girls  
 $= \sqrt{\frac{\Sigma dy^2}{n} - \left(\frac{\Sigma dy}{n}\right)^2}$   
 $= \sqrt{\frac{2855}{14} - \left(\frac{17}{14}\right)^2}$   
 $= \sqrt{203.93 - (1.214)^2}$   
 $= \sqrt{203.93 - 1.474}$   
 $= \sqrt{202.456}$   
 $= 14.23$

e)  $C.V = \frac{S.D}{mean} \times 100$   
 $= \frac{14.57}{57.57} \times 100 = 25.30\%$

f) Girls C.V. =  $\frac{S.D}{mean} \times 100$   
 $= \frac{14.23}{61.21} \times 100 = 23.25\%$

Ex. 4 : Find out S.D. its coefficient and C.V. from the following data by direct and indirect method.

Marks 25 26 32 38 15 20 22 35 27 30 23 19  
 Solution : Direct method, calculation of S.D. by direct method.

| Marks            | dx/by actual mean | dx <sup>2</sup>     | Deviation from assumed Mean |                   | dx <sup>2</sup>     |
|------------------|-------------------|---------------------|-----------------------------|-------------------|---------------------|
|                  |                   |                     | (M)                         | Mean/30           |                     |
| 25               | -1                | 1                   | 25                          | -5                | 25                  |
| 26               | 0                 | 0                   | 26                          | -4                | 16                  |
| 32               | 6                 | 36                  | 32                          | 2                 | 4                   |
| 38               | 12                | 144                 | 38                          | 8                 | 64                  |
| 15               | -11               | 121                 | 15                          | -15               | 225                 |
| 20               | -6                | 36                  | 20                          | -10               | 100                 |
| 22               | -4                | 16                  | 22                          | -8                | 64                  |
| 35               | 9                 | 81                  | 35                          | 5                 | 25                  |
| 27               | 1                 | 1                   | 27                          | -3                | 9                   |
| 30               | 4                 | 16                  | 30                          | 0                 | 0                   |
| 23               | -3                | 9                   | 23                          | -7                | 49                  |
| 19               | -7                | 49                  | 19                          | -11               | 121                 |
| $\Sigma m = 312$ | $\Sigma dx = 0$   | $\Sigma dx^2 = 510$ |                             | $\Sigma dx = -48$ | $\Sigma dx^2 = 702$ |

a) mean =  $\frac{\Sigma m}{n}$   
 $= \frac{312}{12}$   
 $= 26$  marks

b) S.D. =  $\sqrt{\frac{\Sigma dx^2}{n}}$   
 $= \sqrt{\frac{510}{12}}$   
 $= \sqrt{42.5}$   
 $= 6.52$

Short cut method

c) C.V. =  $\frac{d}{a} \times 100$   
 $= \frac{6.52}{26} \times 100$   
 $= 25\%$

d) S.D. =  $\sqrt{\frac{\Sigma dx^2}{n} - \left(\frac{\Sigma dy}{n}\right)^2}$   
 $= \sqrt{\frac{702}{12} - \left(\frac{-48}{12}\right)^2}$   
 $= \sqrt{58.5 - 16} = 6.52$

e) C.V. =  $\frac{\sigma}{a} \times 100$   
 $= \frac{6.52}{26} \times 100$   
 $= 25\%$

Ex. 5 : Calculate S.D. & its coefficient for the following data

Wages Rs. 15 16 18 20 22 23 25 26 27 28

Solution : Calculation of standard deviation

| Wages Rs.        | dx/             | dx <sup>2</sup>     |
|------------------|-----------------|---------------------|
| 22               |                 | 49                  |
| 15               | -7              | 36                  |
| 16               | -6              | 16                  |
| 18               | -4              | 4                   |
| 20               | -2              | 0                   |
| 22               | 0               | 1                   |
| 12               | 1               | 9                   |
| 25               | 3               | 16                  |
| 26               | 4               | 25                  |
| 27               | 5               | 36                  |
| 28               | 6               | 36                  |
| $\Sigma x = 220$ | $\Sigma dx = 0$ | $\Sigma dx^2 = 192$ |

a) mean =  $\frac{\Sigma m}{n}$   
 $= \frac{220}{10}$   
 $= 22$

b) S.D. =  $\sqrt{\frac{\Sigma dx^2}{n}}$   
 $= \sqrt{\frac{192}{10}}$   
 $= \sqrt{19.2}$   
 $= 4.382$

c) C.V. =  $\frac{\sigma}{a} \times 100$   
 $= \frac{4.382}{22} \times 100$   
 $= 19.92\%$

खंडित पदमाला (Discrete series)

S.D. काढण्याकरिता खालील दोन पद्धतीचा अवलंब खंडित पदमालेत केला जातो.

1) प्रत्यक्ष पद्धती (Direct Method)

i) दिलेल्या पदमालेचे समांतर माध्य काढा त्यासाठी खालील सूत्राचा वापर करा.

$a = \frac{\Sigma mf}{n}$

ii) आलेले माध्य घेऊन dx शोधून काढा.

iii) f आणि dx चा गुणाकार करून f.dx शोधून काढावा.

iv) fdx ची बेरीज करून  $\Sigma fdx$  काढावा.

v) fdx आणि dx चा गुणाकार करून  $fdx^2$  काढावा.

vi)  $fdx^2$  ची बेरीज करून  $\Sigma fdx^2$  काढावा.

S.D. शोधून काढण्याकरिता खालील पैकी एक सूत्राचा प्रयोग करा.

(Note When  $\Sigma fdx$  is Zero use this formula)

i) S.D. =  $\sqrt{\frac{\Sigma fdx^2}{n}}$

ii) S.D. =  $\sqrt{\frac{\Sigma fdx^2}{n} - \left(\frac{\Sigma fdx}{n}\right)^2}$

Where  $fdx^2$  Stands for  $fdx \cdot dx$

$\Sigma f dx^2$  Stands for total of  $f dx^2$

n Stands for total of frequency

II) लघुत्तरी पद्धती (Short-cut Method)

- i) (Assumed Mean) कल्पित माध्य घेऊन dx शोधून काढा.
- ii) f आणि dx चा गुणाकार करून त्यांची बेरीज करा.
- iii) f dx आणि dx चा गुणाकार करून  $f dx^2$  काढावा आणि त्यांची बेरीज करून  $\Sigma f dx^2$  काढावा. याद्वारे मुलांचा उपयोग करून प्रमाप विचलन काढा.

$$S.D. = \sqrt{\frac{\Sigma f dx^2}{n} - \left(\frac{\Sigma f dx}{n}\right)^2} \text{ or } S.D. = \sqrt{\frac{\Sigma f dx^2}{n} - \left(\frac{\Sigma f dx}{n}\right)^2} \times i$$

Where i stands for Common factor or step deviation.

Ex. 6: Calculate C.V. for the following data by direct and short cut method.

|       |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|-------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Marks | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| f     | 5  | 7  | 10 | 11 | 15 | 12 | 6  | 3  | 01 |

Solution: Direct method

| M        | f        | m.f.       | dx/13.5 | f dx         | f dx <sup>2</sup>        | dx/14 | f dx         | f dx <sup>2</sup>        |
|----------|----------|------------|---------|--------------|--------------------------|-------|--------------|--------------------------|
| 10       | 5        | 50         | -3.5    | -17.5        | 61.25                    | -4    | -20          | 80                       |
| 11       | 7        | 77         | -2.5    | -17.5        | 43.75                    | -3    | -21          | 63                       |
| 12       | 10       | 120        | -1.5    | -15          | 22.5                     | -2    | -20          | 40                       |
| 13       | 11       | 143        | -.5     | -5.5         | 2.75                     | -1    | -11          | 11                       |
| 14       | 15       | 210        | +.5     | 7.5          | 3.75                     | 0     | 0            | 0                        |
| 15       | 12       | 180        | +1.5    | 18           | 27                       | 1     | 12           | 12                       |
| 16       | 6        | 96         | +2.5    | 15           | 37.5                     | 2     | 12           | 24                       |
| 17       | 3        | 51         | +3.5    | 10.5         | 36.75                    | 3     | 9            | 27                       |
| 18       | 1        | 18         | +4.5    | 4.5          | 20.25                    | 4     | 4            | 16                       |
| <b>n</b> | <b>=</b> | <b>Σmf</b> |         | <b>Σf dx</b> | <b>Σf dx<sup>2</sup></b> |       | <b>Σf dx</b> | <b>Σf dx<sup>2</sup></b> |
|          |          | 945        |         | =0           | =255.5                   |       | =-35         | =273                     |

a)  $a = \frac{\Sigma mf}{n} = \frac{945}{70} = 13.5$

b) Direct method  
 $S.D. = \sqrt{\frac{\Sigma f dx^2}{n} - \left(\frac{\Sigma f dx}{n}\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{255.5}{70} - \left(\frac{-273}{70}\right)^2}$

$= \sqrt{3.65}$

$\sigma = 1.910 \text{ units}$

c) Short cut method  
 $\delta = \sqrt{\frac{\Sigma f dx^2}{n} - \left(\frac{\Sigma f dx}{n}\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{273}{70} - \left(\frac{-35}{70}\right)^2}$

$= \sqrt{3.9 - (.25)}$

$= \sqrt{3.65}$

$= 1.910 \text{ units}$

d) C.V. =  $\frac{\delta}{a} \times 100 = \frac{1.910}{13.5} \times 100 = 14.15\%$

Ex. 7: Calculate coefficient of variation for the following details.

|                 |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|-----------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Marks           | 15 | 17 | 19 | 20 | 21 | 22 | 25 | 27 | 29 | 30 |
| No. of students | 8  | 9  | 22 | 28 | 12 | 10 | 15 | 22 | 31 | 14 |

Solution: Calculation of standard deviation.

| Marks    | f        | dx/22 | f dx         | f dx <sup>2</sup>        |
|----------|----------|-------|--------------|--------------------------|
| 15       | 8        | -.7   | -5.6         | 3.92                     |
| 17       | 9        | -.5   | -4.5         | 2.25                     |
| 19       | 22       | -.3   | -6.6         | 1.98                     |
| 20       | 28       | -.2   | -5.6         | 1.12                     |
| 21       | 12       | -.1   | -1.2         | 0                        |
| 22       | 10       | 0     | 0            | 0                        |
| 25       | 15       | 3     | 45           | 135                      |
| 27       | 22       | 5     | 110          | 550                      |
| 29       | 31       | 7     | 217          | 1519                     |
| 30       | 14       | 8     | 112          | 896                      |
| <b>n</b> | <b>=</b> |       | <b>Σf dx</b> | <b>Σf dx<sup>2</sup></b> |
|          |          |       | =249         | =4039                    |

a) S.D. =  $\sqrt{\frac{\Sigma f dx^2}{n} - \left(\frac{\Sigma f dx}{n}\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{4039}{171} - \left(\frac{249}{171}\right)^2}$

$= \sqrt{23.62 - (1.46)^2}$

$= \sqrt{23.62 - 2.1316}$

$= \sqrt{21.4884}$

$= 4.64$

b) mean =  $x + \frac{\Sigma f dx}{n}$

$= 22 + \frac{249}{171}$

$= 22 + 1.46$

mean = 23.46

c) C.V. =  $\frac{\sigma}{a} \times 100$

$= \frac{4.64}{23.46} \times 100$

$= 19.78\%$

Ex. 8: Calculate S.D. mean and C.V. for the following data.

|              |    |    |    |    |    |    |    |    |
|--------------|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Size (acres) | 5  | 8  | 10 | 12 | 15 | 25 | 50 | 75 |
| No. of farms | 24 | 35 | 42 | 58 | 63 | 16 | 9  | 3  |

Solution: Calculation of standard deviation.

| Size     | f        | dx/25 | f dx         | f dx <sup>2</sup>        |
|----------|----------|-------|--------------|--------------------------|
| 5        | 24       | -20   | -480         | 9600                     |
| 8        | 35       | -17   | -595         | 10115                    |
| 10       | 42       | -15   | -630         | 9450                     |
| 12       | 58       | -13   | -754         | 9802                     |
| 15       | 63       | -10   | -630         | 6300                     |
| 25       | 16       | 0     | 0            | 0                        |
| 50       | 9        | 25    | 225          | 5625                     |
| 75       | 3        | 50    | 150          | 7500                     |
| <b>n</b> | <b>=</b> |       | <b>Σf dx</b> | <b>Σf dx<sup>2</sup></b> |
|          |          |       | =-2714       | =58392                   |

a) S.D. =  $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma f dx^2}{n} - \left(\frac{\Sigma f dx}{n}\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{58392}{250} - \left(\frac{-2714}{250}\right)^2}$

$= \sqrt{233.57 - 117.85}$

$= \sqrt{115.72}$

$= 10.76 \text{ acres.}$

b) mean =  $x + \frac{\Sigma f dx}{n}$

$= 25 + \left(\frac{-2714}{250}\right)$

$= 25 - 10.856$

$= 14.144 \text{ acres.}$

c)  $\therefore C.V. = \frac{\sigma}{a} \times 100 = \frac{10.76}{14.144} \times 100 = 76.07\%$

Ex. 9: Calculate S.D. & C.V for the following data by direct method.

|                  |    |    |    |    |    |    |    |
|------------------|----|----|----|----|----|----|----|
| Amount (Rs. 000) | 4  | 8  | 10 | 13 | 18 | 24 | 30 |
| f                | 18 | 22 | 45 | 60 | 52 | 36 | 17 |

Solution: Calculation of S.D. by direct method.

| x          | f   | fx   | fx <sup>2</sup> |
|------------|-----|------|-----------------|
| 4          | 18  | 72   | 288             |
| 8          | 22  | 176  | 1408            |
| 10         | 45  | 450  | 4500            |
| 13         | 60  | 780  | 10140           |
| 18         | 52  | 936  | 16848           |
| 24         | 36  | 864  | 20736           |
| 30         | 17  | 510  | 15300           |
| $\Sigma f$ | 250 | 3788 | 69220           |

$$a) \sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fx^2}{n} - \left(\frac{\Sigma fx}{n}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{69220}{250} - \left(\frac{3788}{250}\right)^2}$$

$$= \sqrt{276.88 - 229.58}$$

$$= \sqrt{47.3}$$

$$= \text{Rs } 6.88 \text{ thousand.}$$

$$b) x = \frac{\Sigma fx}{n}$$

$$= \frac{3788}{250}$$

$$= \text{Rs. } 15.15 \text{ thousand}$$

$$c) C.V. = \frac{\sigma}{a} \times 100$$

$$= \frac{6.88}{15.15} \times 100$$

$$= 45.41\%$$

Ex. 10: Calculate C.V. for the following data.

|      |    |    |    |    |    |   |   |
|------|----|----|----|----|----|---|---|
| Size | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6 | 7 |
| f    | 10 | 18 | 30 | 25 | 12 | 3 | 2 |

Solution: Calculation of standard deviation.

| x          | f   | dx/4 | fdx | fdx <sup>2</sup> |
|------------|-----|------|-----|------------------|
| 1          | 10  | -3   | -30 | 90               |
| 2          | 18  | -2   | -36 | 72               |
| 3          | 30  | -1   | -30 | 30               |
| 4          | 25  | 0    | 0   | 0                |
| 5          | 12  | 1    | 12  | 12               |
| 6          | 3   | 2    | 06  | 12               |
| 7          | 2   | 3    | 06  | 18               |
| $\Sigma f$ | 100 |      | -72 | 234              |

$$a) \sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fdx^2}{n} - \left(\frac{\Sigma fdx}{n}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{234}{100} - \left(\frac{-72}{100}\right)^2}$$

$$= \sqrt{2.34 - .52}$$

$$= \sqrt{1.82}$$

$$= 1.349$$

$$b) \text{Mean} = x + \frac{\Sigma fdx}{n}$$

$$= 4 + \left(\frac{-72}{100}\right)$$

$$= 4 - .72$$

$$= 3.28 \text{ unit}$$

$$c) \therefore C.V. = \frac{\sigma}{a} \times 100$$

$$= \frac{1.349}{3.28} \times 100$$

$$= 41.128\%$$

अप्रतिमान  
S.D. काढण्याकरिता Short Cut Method चाच अवलंब करावा.

- प्रत्येक गुप चे मध्य मूल्य (mid value)  $\left(\frac{L_1 + L_2}{2}\right)$  ह्या सुत्राच्या सहाय्याने काढा.
- M.V. मधून एखादे पद गृहीत माध्य (Assumed Mean) म्हणून निवडा.
- गृहीत माध्याचे सर्व M.V. (Mid Value) पासून चे अंतर (Deviation) शोधून काढा त्याला dx हे नाव द्या.
- f आणि dx चा गुणाकार करून बेरीज करा आणि  $\Sigma fdx$  काढावा.
- fdx आणि dx चा गुणाकार करून बेरीज करून त्याला  $\Sigma fdx^2$  काढावा. S.D. काढण्याकरिता खालील सूत्राचा उपयोग करा.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fdx^2}{n} - \left(\frac{\Sigma fdx}{n}\right)^2} \times i$$

Ex. 11: Calculate S.D. and C.V. of the scores given below.

|                   |      |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------------------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Scores            | 0-10 | 10-20 | 20-30 | 30-40 | 40-50 | 50-60 | 60-70 | 70-80 | 80-90 |
| No. of Candidates | 8    | 15    | 17    | 28    | 25    | 24    | 18    | 9     | 6     |

Solution: Calculation of standard deviation.

| Class      | f   | m.v | dx | fdx | fdx <sup>2</sup> |
|------------|-----|-----|----|-----|------------------|
| 0-10       | 8   | 5   | -4 | -32 | 128              |
| 10-20      | 15  | 15  | -3 | -45 | 135              |
| 20-30      | 17  | 25  | -2 | -34 | 68               |
| 30-40      | 28  | 35  | -1 | -28 | 28               |
| 40-50      | 25  | 45  | 0  | 0   | 0                |
| 50-60      | 24  | 55  | 1  | 24  | 24               |
| 60-70      | 18  | 65  | 2  | 36  | 72               |
| 70-80      | 9   | 75  | 3  | 27  | 81               |
| 80-90      | 6   | 85  | 4  | 24  | 96               |
| $\Sigma f$ | 150 |     |    | -28 | 632              |

$$a) \sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fdx^2}{n} - \left(\frac{\Sigma fdx}{n}\right)^2} \times i$$

$$= \sqrt{\frac{632}{150} - \left(\frac{-28}{150}\right)^2} \times 10$$

$$= \sqrt{4.213 - 0.035} \times 10$$

$$= \sqrt{4.178} \times 10$$

$$= 2.044 \times 10$$

$$= 20.44 \text{ scores}$$

$$c) C.V = \frac{\sigma}{a} \times 100$$

$$= \frac{20.44}{43.13} \times 100$$

$$= 47.39\%$$

$$b) \text{Mean} = x + \frac{\Sigma fdx}{n} \times i$$

$$= 45 + \left(\frac{-28}{150}\right) \times 10$$

$$= 45 - (.187) \times 10$$

$$= 45 - 1.87$$

$$= 43.13 \text{ scores}$$



Ex. 12: Calculate the C.V. from the following distribution of wages of 200 workers.

|                |       |       |       |       |       |        |         |         |
|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|---------|---------|
| Wages in Rs.   | 40-50 | 50-60 | 60-70 | 70-80 | 80-90 | 90-100 | 100-110 | 110-120 |
| No. of workers | 11    | 23    | 40    | 60    | 35    | 16     | 9       | 6       |

Solution: Calculation of S.D.

| Class   | f     | m.v | dx | fdx    | fdx <sup>2</sup>       |
|---------|-------|-----|----|--------|------------------------|
| 40-50   | 11    | 45  | -1 | -11    | 99                     |
| 50-60   | 23    | 55  | 2  | 46     | 92                     |
| 60-70   | 40    | 65  | 1  | 40     | 40                     |
| 70-80   | 60    | 75  | 0  | 0      | 0                      |
| 80-90   | 35    | 85  | 1  | 35     | 35                     |
| 90-100  | 16    | 95  | 2  | 32     | 64                     |
| 100-110 | 9     | 105 | 3  | 27     | 81                     |
| 110-120 | 6     | 115 | 4  | 24     | 96                     |
|         | n=200 |     |    | Σfdx=1 | Σfdx <sup>2</sup> =507 |

a) S.D. =  $\sqrt{\frac{\sum fdx^2}{n} - \left(\frac{\sum fdx}{n}\right)^2} \times 1$

$\sigma = \sqrt{\frac{507}{200} - \left(\frac{1}{200}\right)^2} \times 10$

$= \sqrt{2.535 - (.005)^2} \times 10$

$= \sqrt{2.535 - .000025} \times 10$

$= \sqrt{2.534} \times 10$

$= 1.59 \times 10 = 15.90$  units

b) mean =  $x + \frac{\sum fdx}{n} \times i$

$= 75 + \left(\frac{-1}{200}\right) \times 10$

$= 75 + (-.005) \times 10$

$= 75 - .05 = 74.95$  units

c) C.V. =  $\frac{\sigma}{a} \times 100$

$= \frac{15.90}{74.95} \times 100$

$= 21.21\%$

Ex. 13: Calculate S.D. and C.V. from the following distribution of scores of 100 students.

|   |         |         |         |         |         |         |
|---|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| M | 140-150 | 150-160 | 160-170 | 170-180 | 180-190 | 190-200 |
| f | 8       | 12      | 20      | 36      | 18      | 6       |

Solution: Calculation of S.D.

| Class   | f     | m.v | dx | fdx      | fdx <sup>2</sup>       |
|---------|-------|-----|----|----------|------------------------|
| 140-150 | 8     | 145 | -2 | -16      | 32                     |
| 150-160 | 12    | 155 | -1 | -12      | 12                     |
| 160-170 | 20    | 165 | 0  | 0        | 0                      |
| 170-180 | 36    | 175 | 1  | 36       | 36                     |
| 180-190 | 18    | 185 | 2  | 36       | 72                     |
| 190-200 | 6     | 195 | 3  | 18       | 54                     |
|         | n=100 |     |    | Σfdx=-62 | Σfdx <sup>2</sup> =206 |

a) S.D. =  $\sqrt{\frac{\sum fdx^2}{n} - \left(\frac{\sum fdx}{n}\right)^2} \times i$

$= \sqrt{\frac{206}{100} - \left(\frac{-62}{100}\right)^2} \times 10$

$= \sqrt{2.06 - (.62)^2} \times 10 = \sqrt{1.6756} \times 10$

$= 1.294 \times 10 = 12.94$

b) Calculation of mean

$a = x + \frac{\sum fdx}{n} \times i$

$= 165 + \frac{62}{100} \times 10$

$= 165 + 6.2 = 171.20$  units

c) C.V. =  $\frac{\sigma}{a} \times 100$

$= \frac{12.94}{171.20} \times 100$

$= 7.558\%$

Ex. 14: A purchasing agent obtained samples of lamps from two suppliers he had tested samples in his own laboratory for length of life find which two lamps are more uniform.

|                         |         |          |           |           |
|-------------------------|---------|----------|-----------|-----------|
| Length of life in hours | 700-900 | 900-1100 | 1100-1300 | 1300-1500 |
| Co. A (f)               | 15      | 25       | 30        | 20        |
| Co. B (f)               | 6       | 50       | 25        | 9         |

Solution: Calculation of S.D. of A & B company.

| Co. - A     |      |      |    |          | Co. - B                |      |      |    |         |                       |
|-------------|------|------|----|----------|------------------------|------|------|----|---------|-----------------------|
| Life in hrs | f    | m.v  | dy | fdx      | fdx <sup>2</sup>       | f    | m.v  | dy | fdx     | fdx <sup>2</sup>      |
| 700-900     | 15   | 800  | -2 | -30      | 60                     | 6    | 800  | -1 | -6      | 6                     |
| 900-1100    | 25   | 1000 | -1 | -25      | 25                     | 50   | 1000 | 0  | 0       | 0                     |
| 1100-1300   | 30   | 1200 | 0  | 0        | 0                      | 25   | 1200 | 1  | 25      | 25                    |
| 1300-1500   | 20   | 1400 | 1  | 20       | 20                     | 9    | 1400 | 2  | 18      | 36                    |
|             | n=90 |      |    | Σfdx=-35 | Σfdx <sup>2</sup> =105 | n=90 |      |    | Σfdx=37 | Σfdx <sup>2</sup> =67 |

Company A

a) S.D. =  $\sqrt{\frac{\sum fdx^2}{n} - \left(\frac{\sum fdx}{n}\right)^2} \times i$

$= \sqrt{\frac{105}{90} - \left(\frac{-35}{90}\right)^2} \times 200$

$= \sqrt{1.17 - (.39)^2} \times 200$

$= \sqrt{1.17 - 0.1521} \times 200$

$= \sqrt{1.0179} \times 200$

$= 1.0089 \times 200$

$= 201.78$  hrs

b) Calculation of mean

$= 1200 + \left(\frac{-35}{90}\right) \times 200$

$= 1200 - (.39) \times 200$

$= 1200 - 78$

$= 1122$  hours

c) C.V. =  $\frac{201.78}{1122} \times 100$

$= 17.98\%$

Company B

$$d) \sigma = \sqrt{\frac{67}{90} - \left(\frac{37}{90}\right)^2} \times 200$$

$$= \sqrt{0.7444 - (0.41)^2} \times 200$$

$$= \sqrt{0.7444 - 0.1681} \times 200$$

$$= \sqrt{0.5763} \times 200$$

$$= 0.7591 \times 200$$

$$= 151.82 \text{ hours}$$

e) Mean  $= x + \frac{\sum fdx}{n} \times i$

$$= 1000 + \frac{37}{90} \times 200$$

$$= 1000 + (0.41) \times 200$$

$$= 1000 + 82$$

$$= 1082 \text{ hours}$$

f) C.V.  $= \frac{\sigma}{a} \times 100$

$$= \frac{151.82}{1082} \times 100$$

$$= 14.03\%$$

Conclusion C.V in life of lamps of Co. A = 17.98%  
 C.V in life of lamps of Co. B = 14.03%  
 From the above it can be concluded that the lamps of company B are more uniform than that of A.

Ex. 15: Calculate C.V. of the following series.

|               |       |       |       |       |       |       |
|---------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Weight in kg. | 20-25 | 25-30 | 30-35 | 35-40 | 40-45 | 45-50 |
| No. of girls  | 3     | 6     | 12    | 18    | 6     | 5     |

Solution: Calculation of S.D.

| Weight | f      | M.V. | dx | fdx              | fdx <sup>2</sup>   |
|--------|--------|------|----|------------------|--------------------|
| 20-25  | 3      | 22.5 | -2 | -6               | 12                 |
| 25-30  | 6      | 27.5 | -1 | -6               | 6                  |
| 30-35  | 12     | 32.5 | 0  | 0                | 0                  |
| 35-40  | 18     | 37.5 | 1  | 18               | 18                 |
| 40-45  | 6      | 42.5 | 2  | 12               | 24                 |
| 45-50  | 5      | 47.5 | 3  | 15               | 45                 |
|        | n = 50 |      |    | $\sum fdx = -33$ | $\sum fdx^2 = 105$ |

a) S.D  $= \sqrt{\frac{\sum fdx^2}{n} - \left(\frac{\sum fdx}{n}\right)^2} \times i$

$$= \sqrt{\frac{105}{50} - \left(\frac{-33}{50}\right)^2} \times 5$$

$$= \sqrt{2.1 - (0.66)^2} \times 5$$

$$= \sqrt{2.1 - 0.4356} \times 5$$

$$= 1.290 \times 5$$

$$= 6.45 \text{ Kg.}$$

b) Mean  $= x + \frac{\sum fdx}{n} \times i$

$$= 32.5 + \frac{33}{50} \times 5$$

$$= 32.5 + (0.66 \times 5)$$

$$= 32.5 + 3.3$$

$$= 35.8 \text{ Kg.}$$

c) C.V.  $= \frac{\sigma}{a} \times 100$

$$= \frac{6.45}{35.8} \times 100$$

$$= 18.016\%$$

Ex. 16: Calculate variance and coefficient of variance for the following data.

|                 |       |       |       |       |       |       |         |
|-----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|---------|
| Weights in Kg.  | 60-64 | 65-74 | 75-79 | 80-84 | 85-94 | 95-99 | 100-104 |
| No. of students | 10    | 40    | 35    | 22    | 26    | 10    | 7       |

Solution: Series should be converted into an exclusive series by adding .5 in upper limit of each gp and deduct .5 from lower limit of each group.

Calculation of S.D

| Weight Kg. | f       | m.v. | dx/82 | fdx               | fdx <sup>2</sup>       |
|------------|---------|------|-------|-------------------|------------------------|
| 59.5-64.5  | 10      | 62   | -20   | -200              | 4000                   |
| 64.5-74.5  | 40      | 69.5 | -12.5 | -500              | 6250                   |
| 74.5-79.5  | 35      | 77   | -5    | -175              | 875                    |
| 79.5-84.5  | 22      | 82   | 0     | 0                 | 0                      |
| 84.5-94.5  | 26      | 89.5 | 7.5   | 195               | 1462.5                 |
| 94.5-99.5  | 10      | 97   | 15    | 150               | 2250                   |
| 99.5-104.5 | 7       | 102  | 20    | 140               | 2800                   |
|            | n = 150 |      |       | $\sum fdx = -390$ | $\sum fdx^2 = 17637.5$ |

a) S.D  $= \sqrt{\frac{\sum fdx^2}{n} - \left(\frac{\sum fdx}{n}\right)^2}$

$$= \sqrt{\frac{17637.5}{150} - \left(\frac{-390}{150}\right)^2}$$

$$= \sqrt{117.58 - 6.76}$$

$$= \sqrt{110.82} = 10.53 \text{ kg}$$

b) mean  $= x + \frac{\sum fdx}{n}$

$$= 82 + \left(\frac{-390}{150}\right)$$

$$= 82 - 2.6$$

$$= 79.4 \text{ kg}$$

c) C.V  $= \frac{\sigma}{a} \times 100$

$$= \frac{10.53}{79.4} \times 100$$

$$= 13.26\%$$

variance  $= \left(\frac{\sum fdx^2}{n} - \left(\frac{\sum fdx}{n}\right)^2\right)$

$$= \frac{17637.5}{150} - \left(\frac{-390}{150}\right)^2$$

$$= 117.58 - 6.76$$

$$= 110.82$$

$\sigma = \sqrt{\text{variance}}$

$$= \sqrt{110.82}$$

$$= 10.53 \text{ kg}$$

Ex. 17: From the following data Calculate C.V. for each series which series shows greater variation in marks.

|         |       |       |       |       |       |       |       |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Marks   | 10-20 | 20-30 | 30-40 | 40-50 | 50-60 | 60-70 | 70-80 |
| Class A | 2     | 8     | 12    | 16    | 15    | 17    | 6     |
| Class B | 3     | 10    | 10    | 12    | 18    | 20    | 7     |

Solution: Calculation of S.D.

| Class A |    |      |    |      | Class B           |    |    |     |                  | Class A |    |      |    |      |                   |
|---------|----|------|----|------|-------------------|----|----|-----|------------------|---------|----|------|----|------|-------------------|
| Class   | f  | m.v. | dx | fdx  | fdx <sup>2</sup>  | f  | dx | fdx | fdx <sup>2</sup> | Class   | f  | m.v. | dx | fdx  | fdx <sup>2</sup>  |
| 10-20   | 2  | 15   | -3 | -6   | 18                | 3  | -3 | -9  | 27               | 20-30   | 8  | 25   | -2 | -16  | 32                |
| 20-30   | 8  | 25   | -2 | -16  | 32                | 10 | -2 | -20 | 40               | 30-40   | 12 | 35   | -1 | -12  | 12                |
| 30-40   | 12 | 35   | -1 | -12  | 12                | 10 | -1 | -10 | 10               | 40-50   | 16 | 45   | 0  | 0    | 0                 |
| 40-50   | 16 | 45   | 0  | 0    | 0                 | 12 | 0  | 0   | 0                | 50-60   | 15 | 55   | 1  | 15   | 18                |
| 50-60   | 15 | 55   | 1  | 15   | 15                | 18 | 1  | 18  | 18               | 60-70   | 17 | 65   | 2  | 34   | 68                |
| 60-70   | 17 | 65   | 2  | 34   | 68                | 20 | 2  | 40  | 80               | 70-80   | 6  | 75   | 3  | 18   | 54                |
| 70-80   | 6  | 75   | 3  | 18   | 54                | 7  | 3  | 21  | 63               |         | n= |      |    |      |                   |
|         | n= |      |    | Σfdx | Σfdx <sup>2</sup> | n= |    |     |                  |         | n= |      |    | Σfdx | Σfdx <sup>2</sup> |
|         | 76 |      |    | =33  | =199              | 80 |    |     |                  |         | 76 |      |    | =40  | =238              |

a) Mean =  $x + \frac{\Sigma fdx}{n} \times i$   
 $= 45 + \frac{33}{76} \times 10$   
 $= 45 + 4.34$   
 $= 49.34 \text{ marks}$

b) S.D =  $\sqrt{\frac{\Sigma fdx^2}{n} - \left(\frac{\Sigma fdx}{n}\right)^2} \times i$   
 $= \sqrt{\frac{199}{76} - \left(\frac{33}{76}\right)^2} \times 10$   
 $= \sqrt{2.6184 - (0.434)^2} \times 10$   
 $= \sqrt{2.6184 - 0.1884} \times 10$   
 $= \sqrt{2.430024} \times 10$   
 $= 1.559 \times 10 = 15.59$

c) C.V. =  $\frac{15.59}{49.34} \times 100$   
 $= 31.59\%$

Class B d) Mean =  $45 + \frac{40}{80} \times 10$   
 $= 45 + 5$   
 $= 50 \text{ units}$

e) S.D. =  $\sqrt{\frac{238}{80} - \left(\frac{40}{80}\right)^2} \times 10$   
 $= \sqrt{2.975 - (0.5)^2} \times 10$   
 $= \sqrt{2.975 - 0.25} \times 10$   
 $= \sqrt{2.725} \times 10$   
 $= 16.51$

f) C.V. =  $\frac{\sigma}{a} \times 100$   
 $= \frac{16.51}{50} \times 100$   
 $= 33.02\%$

Class 'B' has greater variation compare to class A

Ex. 18 : The daily profit or loss of 60 branches of male are given below find out C.V.  
 Loss/Profit -4000 to -3000, -3000 to -2000, -2000 to -1000, -1000 to 0, 0-1000, 1000-2000  
 No. of branches 4 6 5 8 10 14  
 2000-3000  
 f 13

Solution : Calculation of S.D

| Loss/profit    | f  | m.v.  | dx/500 | fdx  | fdx <sup>2</sup>  |
|----------------|----|-------|--------|------|-------------------|
| -4000 to -3000 | 4  | -3500 | -4     | -16  | 64                |
| -3000 to -2000 | 6  | -2500 | -3     | -18  | 54                |
| -2000 to -1000 | 5  | -1500 | -2     | -10  | 20                |
| -1000 to 0     | 8  | -500  | -1     | -8   | 8                 |
| 0 to 1000      | 10 | 500   | 0      | 0    | 0                 |
| 1000 to 2000   | 14 | 1500  | 1      | 14   | 14                |
| 2000 to 3000   | 13 | 2500  | 2      | 26   | 52                |
|                | n= |       |        | Σfdx | Σfdx <sup>2</sup> |
|                | 60 |       |        | =-12 | =212              |

a) mean =  $x + \frac{\Sigma fdx}{n} \times i$   
 $= 500 + \left(\frac{-12}{60}\right) \times 1000$   
 $= 500 - 200$   
 Average daily profit Rs. 300/-

b) S.D =  $\sqrt{\frac{\Sigma fdx^2}{n} - \left(\frac{\Sigma fdx}{n}\right)^2} \times i$   
 $= \sqrt{\frac{212}{60} - \left(\frac{-12}{60}\right)^2} \times 1000$   
 $= \sqrt{3.53 - 0.04} \times 1000$   
 $= \sqrt{3.49} \times 1000$   
 $= 1.8681 \times 1000$   
 $= 1868.1$

c) C.V. =  $\frac{\sigma}{a} \times 100$   
 $= \frac{1868.1}{300} \times 100$   
 $= 622.7\%$

Ex. 19 : Find out the S.D & C.V. of the following.

| Time in second     | Below 30 | 60 | 90 | 120 | 150 | 180 | 210 |
|--------------------|----------|----|----|-----|-----|-----|-----|
| No. of phone calls | 9        | 26 | 69 | 151 | 232 | 276 | 300 |

Solution : Convert the series into continuous series.

| Time    | f   | m.v. | dx | fdx  | fdx <sup>2</sup>  |
|---------|-----|------|----|------|-------------------|
| 0-30    | 9   | 15   | -3 | -27  | 81                |
| 30-60   | 17  | 45   | -2 | -34  | 68                |
| 60-90   | 43  | 75   | -1 | -43  | 43                |
| 90-120  | 82  | 105  | 0  | 0    | 0                 |
| 120-150 | 81  | 135  | 1  | 81   | 81                |
| 150-180 | 44  | 165  | 2  | 88   | 176               |
| 180-210 | 24  | 195  | 3  | 72   | 216               |
|         | n=  |      |    | Σfdx | Σfdx <sup>2</sup> |
|         | 300 |      |    | =137 | =665              |

a) mean =  $x + \frac{\Sigma fdx}{n} \times i$   
 $= 105 + \frac{137}{300} \times 30$   
 $= 105 + (0.457) \times 30$   
 $= 105 + 13.71$   
 $= 118.71 \text{ seconds}$

$$b) \sigma = \sqrt{\frac{\sum fdx^2}{n} - \left(\frac{\sum fdx}{n}\right)^2} \times i$$

$$= \sqrt{\frac{665}{300} - \left(\frac{137}{300}\right)^2} \times 30$$

$$= \sqrt{2.217 - (0.457)^2} \times 30$$

$$= \sqrt{2.217 - .2088} \times 30$$

$$= 1.4174 \times 30 = 42.51$$

c) Calculation of C.V. =  $\frac{\sigma}{a} \times 100$

$$= \frac{42.51}{118.71} \times 100$$

$$= 35.80\%$$

Ex. 20 : Calculate S.D. and C.V. from the following data

|                |    |    |    |    |    |    |    |
|----------------|----|----|----|----|----|----|----|
| Size less than | 70 | 60 | 50 | 40 | 30 | 20 | 10 |
| f              | 40 | 39 | 38 | 36 | 29 | 14 | 06 |

Solution : Convert the series into continuous series

| Size  | f      | m.v. | dx | fdx             | fdx <sup>2</sup>  |
|-------|--------|------|----|-----------------|-------------------|
| 0-10  | 6      | 5    | -2 | -12             | 24                |
| 10-20 | 8      | 15   | -1 | -8              | 8                 |
| 20-30 | 15     | 25   | 0  | 0               | 0                 |
| 30-40 | 7      | 35   | 1  | 7               | 7                 |
| 40-50 | 2      | 45   | 2  | 4               | 8                 |
| 50-60 | 1      | 55   | 3  | 3               | 9                 |
| 60-70 | 1      | 65   | 4  | 4               | 16                |
|       | n = 40 |      |    | $\sum fdx = -2$ | $\sum fdx^2 = 72$ |

a) Mean

$$a = x + \frac{\sum fdx}{n} \times i$$

$$= 25 + \left(\frac{-2}{40}\right) \times 10$$

$$= 25 - .5$$

$$= 24.5$$

b) S.D. =  $\sqrt{\frac{\sum fdx^2}{n} - \left(\frac{\sum fdx}{n}\right)^2} \times i$

$$= \sqrt{\frac{72}{40} - \left(\frac{-2}{40}\right)^2} \times 10$$

$$= \sqrt{1.8 - (0.05)^2} \times 10$$

$$= \sqrt{1.8 - .0025} \times 10$$

$$= \sqrt{1.7975} \times 10$$

$$= 1.340 \times 10$$

$$= 13.40$$

c) Calculation of C.V

$$= \frac{\sigma}{a} \times 100$$

$$= \frac{13.40}{24.5} \times 100$$

$$= 54.69\%$$

Ex. 21 : Calculate C.V. from the following information.

|                           |      |      |      |      |      |      |      |
|---------------------------|------|------|------|------|------|------|------|
| Income (in Rs.) more than | 1000 | 2000 | 3000 | 4000 | 5000 | 6000 | 7000 |
| No. of persons            | 50   | 35   | 22   | 18   | 15   | 12   | 5    |

Solution : Calculation of S.D

| Converted Series | f      | m.v. | dx | fdx            | fdx <sup>2</sup>   |
|------------------|--------|------|----|----------------|--------------------|
| 1000-2000        | 15     | 1500 | -2 | -30            | 60                 |
| 2000-3000        | 13     | 2500 | -1 | -13            | 13                 |
| 3000-4000        | 4      | 3500 | 0  | 0              | 0                  |
| 4000-5000        | 3      | 4500 | 1  | 3              | 3                  |
| 5000-6000        | 3      | 5500 | 2  | 6              | 12                 |
| 6000-7000        | 7      | 6500 | 3  | 21             | 63                 |
| 7000-8000        | 5      | 7500 | 4  | 20             | 80                 |
|                  | n = 50 |      |    | $\sum fdx = 7$ | $\sum fdx^2 = 231$ |

c) Calculation of C.V. =  $\frac{\sigma}{a} \times 100$

$$= \frac{2144.8}{3640} \times 100$$

$$= 58.92\%$$

a) Mean =  $x + \frac{\sum fdx}{n} \times i$

$$= 3500 + \left(\frac{7}{50}\right) \times 1000$$

$$= 3500 + 140$$

$$= \text{Rs. } 3640$$

b) S.D. =  $\sqrt{\frac{\sum fdx^2}{n} - \left(\frac{\sum fdx}{n}\right)^2} \times i$

$$= \sqrt{\frac{231}{50} - \left(\frac{7}{50}\right)^2} \times 1000$$

$$= \sqrt{4.62 - (.14)^2} \times 1000$$

$$= \sqrt{4.6004} \times 1000$$

$$= 2.1448 \times 1000 = 2144.8$$

Ex. 22 : Find out coefficient of S.D for the following.

|                 |     |     |     |    |    |    |    |    |    |
|-----------------|-----|-----|-----|----|----|----|----|----|----|
| Marks more than | 0   | 10  | 20  | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 |
| No. of students | 150 | 130 | 100 | 90 | 80 | 70 | 30 | 10 | 5  |

Solution : Calculation of S.D.

| Class | f       | m.v. | dx | fdx              | fdx <sup>2</sup>   |
|-------|---------|------|----|------------------|--------------------|
| 0-10  | 20      | 5    | -4 | -80              | 320                |
| 10-20 | 30      | 15   | -3 | -90              | 270                |
| 20-30 | 10      | 25   | -2 | -20              | 40                 |
| 30-40 | 10      | 35   | -1 | -10              | 10                 |
| 40-50 | 10      | 45   | 0  | 0                | 0                  |
| 50-60 | 40      | 55   | 1  | 40               | 40                 |
| 60-70 | 20      | 65   | 2  | 40               | 80                 |
| 70-80 | 5       | 75   | 3  | 15               | 45                 |
| 80-90 | 5       | 85   | 4  | 20               | 80                 |
|       | n = 150 |      |    | $\sum fdx = -85$ | $\sum fdx^2 = 885$ |

a) Mean =  $x + \frac{\sum fdx}{n} \times i$

$$= 45 + \left(\frac{-85}{150}\right) \times 10$$

$$= 45 - (.567) \times 10$$

$$= 45 - 5.67$$

$$= 39.33 \text{ marks}$$

b) S.D. =  $\sqrt{\frac{\sum fdx^2}{n} - \left(\frac{\sum fdx}{n}\right)^2} \times i$

$$= \sqrt{\frac{885}{150} - \left(\frac{-85}{150}\right)^2} \times 10$$

$$= \sqrt{5.9 - (.567)^2} \times 10$$

$$= \sqrt{5.9 - .3215} \times 10$$

$$= \sqrt{5.5785} \times 10$$

$$= 2.362 \times 10$$

$$= 23.62 \text{ marks}$$

c) C.V. =  $\frac{\sigma}{a} \times 100 = \frac{23.62}{39.33} \times 100 = 60.05\%$

Ex. 23 : Calculate the C.V. from the following data.

|             |            |            |            |          |      |       |       |
|-------------|------------|------------|------------|----------|------|-------|-------|
| Temp °C     | -40 to -30 | -30 to -20 | -20 to -10 | -10 to 0 | 0-10 | 10-20 | 20-30 |
| No. of days | 10         | 28         | 30         | 42       | 65   | 180   | 10    |

Solution :

| Temp °C    | f       | m.v. | dx | fdx       | fdx <sup>2</sup>        |
|------------|---------|------|----|-----------|-------------------------|
| -40 to -30 | 10      | -35  | -4 | -40       | 160                     |
| -30 to -20 | 28      | -25  | -3 | -84       | 252                     |
| -20 to -10 | 30      | -15  | -2 | -60       | 120                     |
| -10 to 0   | 42      | -5   | -1 | -42       | 42                      |
| 0 to 10    | 65      | 5    | 0  | 0         | 0                       |
| 10-20      | 180     | 15   | 1  | 180       | 180                     |
| 20-30      | 10      | 25   | 2  | 20        | 40                      |
|            | n = 365 |      |    | Σfdx = 26 | Σfdx <sup>2</sup> = 794 |

b)  $a = x + \frac{\Sigma fdx}{n} \times i$   
 $= 5 + \frac{26}{365} \times 10$   
 $= 5 - .712 = 4.28^\circ\text{C}$

c) C.V. =  $\frac{\sigma}{a} \times 100$   
 $= \frac{14.73}{4.28} \times 100$   
 $= 344.158\%$

Ex. 24 : Calculate C.V. for the following data.

|                 |    |    |    |    |    |    |
|-----------------|----|----|----|----|----|----|
| Marks more than | 70 | 60 | 50 | 40 | 30 | 20 |
| No. of students | 7  | 18 | 40 | 50 | 63 | 65 |

Solution : Calculation of S.D.

| Converted Series | f      | m.v. | dx | fdx        | fdx <sup>2</sup>        |
|------------------|--------|------|----|------------|-------------------------|
| 70-80            | 7      | 75   | 2  | 14         | 28                      |
| 60-70            | 11     | 65   | 1  | 11         | 11                      |
| 50-60            | 22     | 55   | 0  | 0          | 0                       |
| 40-50            | 10     | 45   | -1 | -10        | 10                      |
| 30-40            | 13     | 35   | -2 | -26        | 52                      |
| 20-30            | 2      | 25   | -3 | -6         | 18                      |
|                  | n = 65 |      |    | Σfdx = -17 | Σfdx <sup>2</sup> = 119 |

a) Mean  
 $= x + \frac{\Sigma fdx}{n} \times i$   
 $= 55 + \left(\frac{-17}{65}\right) \times 10$   
 $= 55 - (.262) \times 10$   
 $= 55 - 2.62$   
 $= 52.38 \text{ marks}$

b) S.D.  
 $= \sqrt{\frac{\Sigma fdx^2}{n} - \left(\frac{\Sigma fdx}{n}\right)^2} \times i$   
 $= \sqrt{\frac{119}{65} - \left(\frac{-17}{65}\right)^2} \times 10$   
 $= \sqrt{1.831 - (.262)^2} \times 10$   
 $= \sqrt{1.831 - 0.0686} \times 10$   
 $= 1.328 \times 10$   
 $= 13.28 \text{ marks}$

c) Calculation of C.V. =  $\frac{\sigma}{a} \times 100 = \frac{13.28}{52.38} \times 100 = 25.35\%$

Ex. 25 : Find out S.D. & its coefficient for the following.

|                |     |      |       |       |       |       |       |       |
|----------------|-----|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Daily wages    | 1-8 | 9-16 | 17-24 | 25-32 | 33-40 | 41-48 | 49-56 | 57-64 |
| No. of workers | 5   | 7    | 18    | 13    | 24    | 17    | 10    | 6     |

Solution : Calculation of S.D.

| Converted into exclusive form | f       | m.v. | dx | fdx        | fdx <sup>2</sup>        |
|-------------------------------|---------|------|----|------------|-------------------------|
| 0.5-8.5                       | 5       | 4.5  | -4 | -20        | 80                      |
| 8.5-16.5                      | 7       | 12.5 | -3 | -21        | 63                      |
| 16.5-24.5                     | 18      | 20.5 | -2 | -36        | 72                      |
| 24.5-32.5                     | 13      | 28.5 | -1 | -13        | 13                      |
| 32.5-40.5                     | 24      | 36.5 | 0  | 0          | 0                       |
| 40.5-48.5                     | 17      | 44.5 | 1  | 17         | 17                      |
| 48.5-56.5                     | 10      | 52.5 | 2  | 20         | 40                      |
| 56.5-64.5                     | 6       | 60.5 | 3  | 18         | 54                      |
|                               | n = 100 |      |    | Σfdx = -35 | Σfdx <sup>2</sup> = 339 |

a) Mean =  $x + \frac{\Sigma fdx}{n} \times i$   
 $= 36.5 + \left(\frac{-35}{100}\right) \times 8$   
 $= 36.5 + (-2.8)$   
 $= 33.7$

b)  $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fdx^2}{n} - \left(\frac{\Sigma fdx}{n}\right)^2} \times i$   
 $= \sqrt{\frac{339}{100} - \left(\frac{-35}{100}\right)^2} \times 8$   
 $= \sqrt{3.39 - (.35)^2} \times 8$   
 $= \sqrt{3.39 - 0.1225} \times 8$   
 $= 1.8076 \times 8$   
 $\sigma = 14.46$

c) Coeff. of S.D. =  $\frac{\sigma}{a}$   
 $= \frac{14.46}{33.7}$   
 $= .429$

Ex. 26 : Calculate C.V. from the following disorganised series.

|      |       |       |       |       |       |       |        |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| Size | 10-15 | 15-25 | 25-45 | 45-50 | 50-60 | 60-80 | 80-120 |
| f    | 10    | 17    | 15    | 25    | 28    | 30    | 10     |

Solution : Calculation of S.D. and mean.

| Class  | f   | m.v. | dx/47.5 | fdx    | fdx <sup>2</sup>    |
|--------|-----|------|---------|--------|---------------------|
| 10-15  | 10  | 12.5 | -35     | -350   | 12250               |
| 15-25  | 17  | 20   | -27.5   | -467.5 | 12856.25            |
| 25-45  | 15  | 35   | -12.5   | -187.5 | 2343.75             |
| 45-50  | 25  | 47.5 | 0       | 0      | 0                   |
| 50-60  | 28  | 55   | 7.5     | 210    | 1575                |
| 60-80  | 30  | 70   | 22.5    | 675    | 15187.5             |
| 80-120 | 10  | 100  | 52.5    | 525    | 27562.5             |
|        | n = |      |         | Σfdx   | Σfdx <sup>2</sup> = |
|        | 135 |      |         | =405   | 71775               |

$$\begin{aligned} \text{a) Mean} &= x + \frac{\Sigma f dx}{n} \\ &= 47.5 + \frac{405}{135} \\ &= 47.5 + 3 \\ &= 50.5 \text{ units} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \sigma &= \sqrt{\frac{\Sigma f dx^2}{n} - \left(\frac{\Sigma f dx}{n}\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{71775}{135} - \left(\frac{405}{135}\right)^2} \\ &= \sqrt{531.67 - 9} \\ &= \sqrt{522.67} \\ \sigma &= 22.86 \text{ units} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) Calculation of C.V.} &= \frac{\sigma}{a} \times 100 \\ &= \frac{22.86}{50.5} \times 100 \\ &= 45.26\% \end{aligned}$$



## ८. विषमता Skewness

माध्य हे पदमालेचे प्रतिनिधित्व करते तर अपकृति पदमालेचा विस्तार व विविध पदांचे माध्यापासून अंतर स्पष्ट करते. दोन भिन्न पदमालांचे माध्य व प्रमाण विचलन (अपकृतिपदांचे सर्वोत्तम माप) एकसारखे असून ही त्यांची रचना भिन्न असू शकते. त्या दोन पदमालांपैकी एक नियमीत तर दूसरी अनियमीत असते. त्यामुळे पदमालांचे स्वरूप व रचना जाणून घेण्याकरिता ज्या वैशिष्टपूर्ण माध्यमांचा अवलंब केला जातो त्याला सांख्यिकी विषमता माप असे म्हणतात.

विषमता म्हणजे नियमित पणाचा अभाव असणे होय. विषमता म्हणजे विषम वाटप होय. अशावेळी पदसंख्या विशिष्ट क्रमाने वाढत जाऊन उच्चतम बिंदु प्राप्त केल्यावर त्याच क्रमाने कमी होत जातात तेव्हा अशा समक रचनेला समितीय वाटणी असे म्हणतात. प्रमाणबद्ध वाटणीत समांतर माध्य, मध्यका आणि भूयिष्टक ही तिन्ही माध्ये समान असतात व माध्यापासून काढलेल्या विचलनांची बेरीज शून्य असून असा वाटणीपासून काढण्यात येणारा वक्र घंटीचा आकाराचा असतो.

व्याख्या

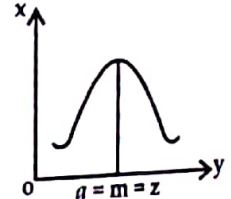
“विषमतेचा संदर्भ एखाद्या वारंवारिता विभाजनाच्या आकारातील असमिततेची किंवा सममिततेच्या अभावाची असतो.”

“विषमतेच्या प्रमणावरून विषमतेचे प्रमाण व तिची दिशा कळते. प्रमाणबद्ध वितरणात समांतर माध्य, मध्यका आणि भूयिष्टक यांचे स्थान एकच असते. समांतर माध्य भूयिष्टका पासून जितके दूर जाईल तितकी विषमतेत वाढ होते.”

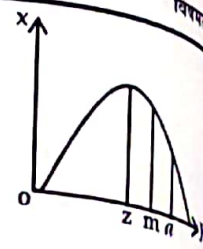
विषमतेचे प्रकार (Kinds of Skewness):-

1. प्रमाण बद्ध वितरण (विषमतेचा अभाव) : जेव्हा पदमालेतील वारंवारितेचे

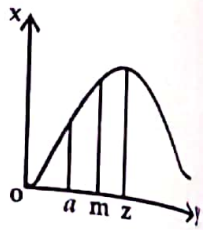
वितरण समप्रमाणत व नियमित झालेले असते तेव्हा अशा परिस्थितीत समांतर माध्य, मध्यका आणि भूयिष्टक यांच्या किमती एकसमान असतात. अशा परिस्थितीत  $a=M=Z$  अशी स्थिती असते.



2. धनात्मक विषमता (Positive Skewness) : जर पदमालेचे समांतर माध्य जास्त असून भूयिष्टकाचे मूल्य कमी असेल तर तेथे धनात्मक विषमता असते. भूयिष्टक < मध्यका < समांतर माध्य अशी स्थिती असेल त्या पदमालेच्या वारंवारितेच्या धनात्मक विषमता असते. अशा परिस्थितीत वितरणाचा वक्र उजवीकडे झुकलेला असतो. आकृतीवरून धनात्मक विषमतेची कल्पना अधिक स्पष्ट होईल.



3. ऋणात्मक विषमता (Negative Skewness) : ज्यावेळी पदसंख्यांच्या सहाय्याने काढलेल्या वक्र त्यांच्या डाव्या बाजूला अधिक उतार दर्शविते तेव्हा बटन हे ऋणात्मक विषमता दर्शविते. अशावेळी समांतर माध्य हे मध्यका व भूयिष्टक या दोन्ही पेक्षा कमी असते तर मध्यका ही भूयिष्टका पेक्षा कमी व समांतर माध्यापेक्षा जास्त असते. आकृतीवरून ही बाब अधिक स्पष्ट होते.



विषमता दर्शक कारणे (Factors of Skewness):-

विषमतेचे अस्तित्त्व खालील बाबींवरून लक्षात येते.

1. समांतर माध्य (a), मध्यका (M) व भूयिष्टक (Z) यांचे स्थान एक राहत नाही.
2. मध्यकापासून (M) प्रथम चतुर्थक (Q<sub>1</sub>) व तृतीय चतुर्थक (Q<sub>3</sub>) हे समान अंतरावर नसतात.
3. मध्यकापासून काढलेल्या विचलनाची (dx) बेरीज सारखी नसते.
4. भूयिष्टकांची (Z) पदसंख्या समान अंतरावर नसते.
5. गुणक वितरणावरून काढलेला आलेख प्रमाण बद्ध असतो.
6. समांतर माध्य (a), भूयिष्टक (Z) ≠ 0 अशी स्थिती असते.

विविध विषमता मापांचे गणन

1. कार्ल पिअरसन विषमता आगणित करण्याचे सूत्र Mean आणि Mode च्या सहाय्याने विषमताचे मूल शोधून काढता येते.

$$SK = a - Z = (\text{mean} - \text{mode})$$

$$\text{विषमता गुणक } (J) = \frac{a - Z}{S.D.} = \frac{\text{mean} - \text{mode}}{S.D.}$$

$$\text{भूयिष्टक स्पष्ट नसल्यास विकल्प सूत्र } J = \frac{3(a - m)}{S.D.}$$

2. बाऊले यांचा विषमता गुणक काढण्याकरिता, Median आणि Quartiles चा उपयोग करण्यात येतो.

$$SK = Q_3 + Q_1 - 2M$$

$$J = \frac{Q_3 + Q_1 - 2M}{Q_3 - Q_1}$$

Measurement of skewness

1. Karl Pearson's co-efficient of skewness  
When mode is defined the following formula is used for measuring karl pearson's co-efficient of skewness:

$$J = \frac{\text{Mean} - \text{Mode}}{\text{Standard deviation}} \quad \text{or} \quad \frac{x - z}{\sigma} \quad \text{or} \quad \frac{a - z}{\sigma}$$

When mode is ill defined the following formula is used for measuring karl pearsons co-efficient of skewness

$$J = \frac{3(\text{Mean} - \text{Median})}{\text{Standard deviation}}$$

$$\text{In symbol, } \frac{3(x - m)}{\sigma} \quad \text{or} \quad \frac{3(a - m)}{\sigma}$$

2. Bowley's co-efficient of skewness

$$\text{skewness} = Q_3 + Q_1 - 2M$$

$$\text{coefficient of skewness} = \frac{Q_3 + Q_1 - 2M}{Q_3 - Q_1}$$

Ex. 1 : Calculate skewness and co-efficient of skewness by karl pearsons method from the following data (prices of a cos shares during the last seven days are).

|                      |    |    |    |    |    |    |    |
|----------------------|----|----|----|----|----|----|----|
| Share price (in Rs.) | 35 | 38 | 30 | 40 | 42 | 50 | 38 |
|----------------------|----|----|----|----|----|----|----|

Solution : Calculation of mean.

| Day | Share Prices (x) | Deviation from Mean(dx) | dx <sup>2</sup> / (x - x̄) <sup>2</sup> |
|-----|------------------|-------------------------|---|
| 1   | 35               | -4                      | 16                                      |
| 2   | 38               | -1                      | 1                                       |
| 3   | 30               | -9                      | 81                                      |
| 4   | 40               | 1                       | 1                                       |
| 5   | 42               | 3                       | 9                                       |
| 6   | 50               | 11                      | 121                                     |
| 7   | 38               | -1                      | 1                                       |
| Σx  | 273              | Σdx = 0                 | Σdx <sup>2</sup> = 230                  |

a) Calculation of mean =  $\frac{\Sigma x}{n}$  or  $\frac{\Sigma m}{n}$

Σx stands for total of all variables, n stands for total no of variables.

$$= \frac{273}{7}$$

$$= 39$$

mean Rs = 39

b) Calculation of mode by observation item 38 repeated twice so mode is 38.

d) Calculation of skewness  
 skewness = mean - mode  
 = 39 - 38  
 = 1

e) Coeff. of skewness  $J = \frac{\text{mean-mode}}{S.D}$   
 $= \frac{39-38}{5.73} = 0.174$

c) Calculation of standard deviation.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n}} \quad \text{or} \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum dx^2}{n}}$$

$$= \sqrt{\frac{230}{7}} = 5.73$$

S.D. = 5.73

Ex. 2: Find out bowleys Karl Pearson's co-efficient of skewness from the data given below.

45 35 43 60 47 45 43 45 40

Solution: Bowleys  $J = \frac{Q_3+Q_1-2M}{Q_3-Q_1}$ ,

Karl Pearson  $J = \frac{x-z}{\sigma}$  or  $\frac{a-z}{\sigma}$

| Arranged Series M | dx/(x-45)        | dx <sup>2</sup>     |
|-------------------|------------------|---------------------|
| 35                | -10              | 100                 |
| 40                | -5               | 25                  |
| 43                | -2               | 4                   |
| 43                | -2               | 4                   |
| 45                | 0                | 0                   |
| 45                | 0                | 0                   |
| 45                | 0                | 0                   |
| 47                | +2               | 4                   |
| 60                | +15              | 225                 |
| $\Sigma m = 403$  | $\Sigma dx = -2$ | $\Sigma dx^2 = 362$ |

a) Calculation of Median Size of  $\left(\frac{9+1}{2}\right)^{\text{th}}$  item

Size of 5<sup>th</sup> item  
 M = 45 units

$Q_1 = \text{Size of } \left(\frac{9+1}{4}\right)^{\text{th}}$  item

= Size of 2.5<sup>th</sup> item

∴ Size of 2<sup>nd</sup> item

+ .5(3<sup>rd</sup> - 2<sup>nd</sup> item)

= 40 + .5(43 - 40)

= 40 + .5(3)

= 40 + 1.5

= 41.5 units

$Q_3 = \text{Size of } 3\left(\frac{9+1}{4}\right)^{\text{th}}$  item

= Size of 7.5<sup>th</sup> item

= Size of 7<sup>th</sup> item

+ .5(8<sup>th</sup> item - 7<sup>th</sup> item)

= 45 + .5(47 - 45)

= 45 + 1

= 46 units

b) Calculation of Bowleys coeff. of

$$B.K. = \frac{Q_3 + Q_1 - 2M}{Q_3 - Q_1}$$

$$= \frac{46 + 41.5 - 2(45)}{46 - 41.5}$$

$$= \frac{-2.5}{4.5}$$

$$= -0.55$$

c) Karl Pearson's coefficient of skewness:

$$J = \frac{\text{Mean} - \text{Mode}}{S.D} \quad \text{or} \quad \frac{a - z}{S.D}$$

$$= \frac{44.78 - 45}{6.34}$$

$$= \frac{-0.22}{6.34}$$

$$= -0.0347$$

i) Calculation of mean  $a = \frac{\Sigma m}{n} = \frac{403}{9} = 44.78$

ii) Calculation of mode (z) the most repeated value is 45 (repeated thrice)  
 ∴ z = 45

iii) Calculation of standard deviation

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum dx^2}{n} - \left(\frac{\sum dx}{n}\right)^2} = \sqrt{\frac{362}{9} - \left(\frac{-2}{9}\right)^2} = \sqrt{40.22 - (.22)^2}$$

$$= \sqrt{40.22 - .05} = \sqrt{40.17} \quad \sigma = 6.34$$

Ex. 3: Calculate Karl Pearson's coefficient of skewness from the following data.

M = 28 19 22 43 26 28 23 25 20

Solution: By arranging the series in ascending order we get.

Computation of coefficient of skewness

| Arranged Series M | dx/(m-26)       | dx <sup>2</sup>     |
|-------------------|-----------------|---------------------|
| 19                | -7              | 49                  |
| 20                | -6              | 36                  |
| 22                | -4              | 16                  |
| 23                | -3              | 9                   |
| 25                | -1              | 1                   |
| 26                | 0               | 0                   |
| 28                | +2              | 4                   |
| 28                | +2              | 4                   |
| 43                | +17             | 289                 |
| $\Sigma m = 234$  | $\Sigma dx = 0$ | $\Sigma dx^2 = 408$ |

a) Calculation of mean

$$= \frac{\Sigma m}{n}$$

$$= \frac{234}{9}$$

$$= 26$$

b) Calculation of mode by observation most repeated item is 28

∴ mode = 28



c) Calculation of standard deviation

$$S.D = \sqrt{\frac{\sum dx^2}{n} - \left(\frac{\sum dx}{n}\right)^2}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{408}{9} - \left(\frac{0}{9}\right)^2}$$

$$= \sqrt{45.33 - 0}$$

$$= \sqrt{45.33}$$

$$= 6.73$$

Ex. 4: The data of height of 10 students are given below calculate Karl Pearson's coefficient of skewness.

Height in Inches 53 55 54 57 55 59 55 57 55 50

Solution: Computation of coeff. of skewness.

| Rearrange Series | dx (x-55)       | dx <sup>2</sup>    |
|------------------|-----------------|--------------------|
| 50               | -5              | 25                 |
| 53               | -2              | 4                  |
| 54               | -1              | 1                  |
| 55               | 0               | 0                  |
| 55               | 0               | 0                  |
| 55               | 0               | 0                  |
| 55               | 0               | 0                  |
| 57               | +2              | 4                  |
| 57               | +2              | 4                  |
| 59               | +4              | 16                 |
| $\Sigma m = 550$ | $\Sigma dx = 0$ | $\Sigma dx^2 = 54$ |
| $n = 10$         |                 |                    |

a) Calculation of mean

$$a = \frac{\Sigma m}{n}$$

$$= \frac{550}{10}$$

$$= 55 \text{ inches}$$

b) Calculation of mode most repetitive item is 55 (repeated 4 times)

∴ mode = 55 inches

c) Calculation of standard deviation

$$S.D = \sqrt{\frac{\sum dx^2}{n} - \left(\frac{\sum dx}{n}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{54}{10} - \left(\frac{0}{10}\right)^2}$$

$$= \sqrt{5.4}$$

$$= 2.32 \text{ inches}$$

d) Calculation of Karl Pearson's coefficient of skewness

$$J = \frac{a - z}{S.D} \text{ or } = \frac{\text{mean} - \text{mode}}{S.D}$$

$$= \frac{26 - 28}{6.73}$$

$$= \frac{-2}{6.73}$$

$$= -0.297$$

Ex. 5: Calculate Karl Pearson's coefficient of skewness from the following data of the income of 10 employees of a firm.

Income in Rs. 100 120 140 120 180 175 185 130 200 150

Solution:

a) Calculation of mode by observation 120 repeated twice therefore mode is Rs. 120.

| Income in Rs. x   | dx (x-150)      | dx <sup>2</sup>       |
|-------------------|-----------------|-----------------------|
| 100               | -50             | 2500                  |
| 120               | -30             | 900                   |
| 140               | -10             | 100                   |
| 120               | -30             | 900                   |
| 180               | +30             | 900                   |
| 175               | +25             | 625                   |
| 185               | +35             | 1225                  |
| 130               | -20             | 400                   |
| 200               | +50             | 2500                  |
| 150               | 0               | 0                     |
| $\Sigma m = 1500$ | $\Sigma dx = 0$ | $\Sigma dx^2 = 10050$ |

b) Calculation of mean

$$a = \frac{\Sigma x}{n}$$

$$= \frac{1500}{10}$$

$$= \text{Rs. } 150$$

d) Calculation of co-efficient of skewness

$$J = \frac{a - z}{\sigma}$$

$$= \frac{150 - 120}{31.70}$$

$$= \frac{30}{31.70} = 0.946$$

c) Calculation of standard deviation

$$= \sqrt{\frac{\sum dx^2}{n} - \left(\frac{\sum dx}{n}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{10050}{10} - \left(\frac{0}{10}\right)^2}$$

$$= \sqrt{1005 - 0}$$

$$= \sqrt{1005}$$

$$\text{Rs. } = 31.70$$

Ex. 6: From the following data find out Karl Pearson's coefficient of skewness & Bowley's coefficient of skewness.

m. 10 11 12 13 14 15 16 17  
f. 2 4 8 10 8 5 2 1

Solution: Computation of coeff. of skewness.

| x        | f  | dx/13 | fdx              | fdx.dx (fdx <sup>2</sup> ) | cf |
|----------|----|-------|------------------|----------------------------|----|
| 10       | 2  | -3    | -6               | 18                         | 2  |
| 11       | 4  | -2    | -8               | 16                         | 6  |
| 12       | 8  | -1    | -8               | 8                          | 14 |
| 13       | 10 | 0     | 0                | 0                          | 24 |
| 14       | 8  | 1     | 8                | 8                          | 32 |
| 15       | 5  | 2     | 10               | 20                         | 37 |
| 16       | 2  | 3     | 6                | 18                         | 39 |
| 17       | 1  | 4     | 4                | 16                         | 40 |
| $n = 40$ |    |       | $\Sigma fdx = 6$ | $\Sigma fdx^2 = 104$       |    |

a) Calculation of mean

$$a = x + \frac{\Sigma fdx}{n}$$

$$= 13 + \frac{6}{40}$$

$$= 13 + 15 = 13.15$$

b) Calculation of mode

by observation item having maximum frequency is called mode so mode is 13

c) Calculation of standard deviation

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum fdx^2}{n} - \left(\frac{\sum fdx}{n}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{104}{40} - \left(\frac{6}{40}\right)^2}$$

$$= \sqrt{2.6 - (0.15)^2}$$

$$= \sqrt{2.6 - 0.0225}$$

$$= \sqrt{2.5775}$$

$$= 1.605$$

e) Calculation of median

$$M = \text{Size of } \left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{Size of } \left(\frac{40}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{Size of } 20^{\text{th}} \text{ item which lies in cf 24}$$

$$\therefore M = 13 \text{ unit}$$

g)  $Q_3 = \text{Size of } 3\left(\frac{n}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$

$$= \text{Size of } 3\left(\frac{40}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{Size of } 3(10)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{Size of } 30^{\text{th}} \text{ item}$$

$$\therefore Q_3 = 14 \text{ UNIT}$$

Ex. 7 : Calculate Karl Pearson's coeff of skewness from the following data

|           |    |    |    |    |    |   |   |
|-----------|----|----|----|----|----|---|---|
| Size      | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6 | 7 |
| frequency | 10 | 18 | 30 | 25 | 12 | 3 | 2 |

d) Calculation of Karl Pearson's coeff. of skewness

$$J = \frac{n - z}{S.D.}$$

$$J = \frac{13.15 - 13}{1.605}$$

$$= \frac{0.15}{1.605}$$

$$= 0.09345$$

f) Calculation of lower quartile

$$Q_1 = \text{Size of } \left(\frac{n}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{Size of } \left(\frac{40}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$\therefore Q_1 = 12 \text{ units}$

h) Bowley's coeff of skewness

$$\therefore J = \frac{Q_3 + Q_1 - 2M}{Q_3 - Q_1}$$

$$= \frac{14 + 12 - 2 \times 13}{14 - 12}$$

$$= \frac{26 - 26}{2}$$

$$= 0$$

| m   | f  | dx | fdx              | fdx.dx             | fdx <sup>2</sup> |
|-----|----|----|------------------|--------------------|------------------|
| 1   | 10 | -3 | -30              | 90                 | 90               |
| 2   | 18 | -2 | -36              | 72                 | 72               |
| 3   | 30 | -1 | -30              | 30                 | 30               |
| 4   | 25 | 0  | 0                | 0                  | 0                |
| 5   | 12 | +1 | +12              | 12                 | 12               |
| 6   | 3  | +2 | +6               | 12                 | 12               |
| 7   | 2  | +3 | +6               | 18                 | 18               |
| n = |    |    | $\sum fdx = -72$ | $\sum fdx^2 = 234$ |                  |

d) Co-efficient of skewness =  $\frac{x - z}{\sigma}$  or  $\frac{a - z}{\sigma}$

$$J = \frac{3.28 - 3}{1.34} = 0.209$$

Ex. 8 : Calculate Karl Pearson's co-efficient of skewness from the following data.

|    |   |   |   |    |    |    |    |
|----|---|---|---|----|----|----|----|
| x. | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 |
| f. | 2 | 4 | 5 | 3  | 2  | 1  | 4  |

Solution :

| x   | f | dx | fdx             | fdx <sup>2</sup>   |
|-----|---|----|-----------------|--------------------|
| 4   | 2 | -6 | -12             | 72                 |
| 6   | 4 | -4 | -16             | 64                 |
| 8   | 5 | -2 | -10             | 20                 |
| 10  | 3 | 0  | 0               | 0                  |
| 12  | 2 | 2  | 4               | 8                  |
| 14  | 1 | 4  | 4               | 16                 |
| 16  | 4 | 6  | 24              | 144                |
| n = |   |    | $\sum fdx = -6$ | $\sum fdx^2 = 324$ |

a) Calculation of mean

$$a = x + \frac{\sum fdx}{n}$$

$$a = 10 + \left(\frac{-6}{21}\right)$$

$$= 10 - 0.285$$

$$= 9.715$$

b) Mode is the value corresponding to the maximum frequency i.e. 8  
 $\therefore$  mode is 8 unit

d) Karl Pearson's co-efficient of skewness =  $\frac{a - z}{\sigma}$

$$J = \frac{9.715 - 8}{3.917} = \frac{1.715}{3.917} = 0.437$$

c) S.D. =  $\sqrt{\frac{\sum fdx^2}{n} - \left(\frac{\sum fdx}{n}\right)^2}$

$$= \sqrt{\frac{234}{100} - \left(\frac{-72}{100}\right)^2}$$

$$= \sqrt{2.34 - (-0.72)^2}$$

$$= \sqrt{2.34 - 0.52}$$

$$= \sqrt{1.82}$$

$$= 1.34$$

c) Standard deviation

$$S.D. = \sqrt{\frac{\sum fdx^2}{n} - \left(\frac{\sum fdx}{n}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{324}{21} - \left(\frac{-6}{21}\right)^2}$$

$$= \sqrt{15.43 - (-0.29)^2}$$

$$= \sqrt{15.43 - 0.084}$$

$$= \sqrt{15.345}$$

$$= 3.917$$

Ex. 9: Find out coefficient of skewness from the following series.

|                 |    |    |    |    |    |   |   |   |   |   |    |    |    |
|-----------------|----|----|----|----|----|---|---|---|---|---|----|----|----|
| No. of Accident | 0  | 1  | 2  | 3  | 4  | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| frequency       | 15 | 16 | 21 | 10 | 17 | 8 | 4 | 2 | 1 | 2 | 2  | 0  | 2  |

Solution:

| x          | f   | fx                 | fx <sup>2</sup>      | c.f. |
|------------|-----|--------------------|----------------------|------|
| 0          | 15  | -75                | 375                  | 15   |
| 1          | 16  | -64                | 256                  | 31   |
| 2          | 21  | -63                | 189                  | 52   |
| 3          | 10  | -20                | 40                   | 62   |
| 4          | 17  | -17                | 17                   | 79   |
| 5          | 8   | 0                  | 0                    | 87   |
| 6          | 4   | 4                  | 4                    | 91   |
| 7          | 2   | 4                  | 8                    | 93   |
| 8          | 1   | 3                  | 9                    | 94   |
| 9          | 2   | 8                  | 32                   | 96   |
| 10         | 2   | 10                 | 50                   | 98   |
| 11         | 0   | 0                  | 0                    | 98   |
| 12         | 2   | 14                 | 98                   | 100  |
| $\Sigma f$ | 100 | $\Sigma fx = -196$ | $\Sigma fx^2 = 1078$ |      |

a) Calculation of mean  $= x + \frac{\Sigma f dx}{n}$

$$= 5 + \frac{-196}{100}$$

$$= 5 - 1.96$$

$$= 4.04$$

b) Mode is the value corresponding to the maximum frequency i.e. 2

$\therefore$  mode = 2 unit

c) median = Size of  $\left(\frac{n+1}{2}\right)^{th}$  item

$$= \text{Size of } \left(\frac{100+1}{2}\right)^{th} \text{ item}$$

$$= \text{Size of } 50.5^{th} \text{ item}$$

lies in cumulative frequency of 2

$\therefore$  median = 2 unit

d) S.D. =  $\sqrt{\frac{\Sigma f dx^2}{n} - \left(\frac{\Sigma f dx}{n}\right)^2}$

$$= \sqrt{\frac{1078}{100} - \left(\frac{-196}{100}\right)^2}$$

$$= \sqrt{10.78 - (-1.96)^2}$$

$$= \sqrt{6.94}$$

$$= 2.63$$

e) Calculation of S.D. Karl pearsons co-efficient of

$$\text{skewness} = \frac{\sigma - z}{\sigma}$$

$$= \frac{4.04 - 2}{2.63}$$

$$= \frac{2.04}{2.63}$$

$$= \frac{.775}{2.63}$$

or co-efficient of skewness with the help of median

$$J = \frac{3(a-m)}{\sigma}$$

$$= \frac{3(4.04 - 2)}{2.63}$$

$$= \frac{3(2.04)}{2.63}$$

$$= 2.3$$

Ex. 10: From the following table calculate Karl pearsons coeff of skewness.

|                   |     |     |     |     |     |     |     |
|-------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Weekly wages (Rs) | 150 | 200 | 250 | 300 | 350 | 400 | 450 |
| No. of earners    | 3   | 25  | 19  | 16  | 4   | 5   | 6   |

Solution: Computation of coefficient of skewness.

| Weekly wages in Rs. | No. of Earners f | dx/300 | fdx                   | fdx <sup>2</sup>         |
|---------------------|------------------|--------|-----------------------|--------------------------|
| 150                 | 3                | -150   | -450                  | 67500                    |
| 200                 | 25               | -100   | -2500                 | 250000                   |
| 250                 | 19               | -50    | -950                  | 47500                    |
| 300                 | 16               | 0      | 0                     | 0                        |
| 350                 | 4                | 50     | 200                   | 10000                    |
| 400                 | 5                | 100    | 500                   | 50000                    |
| 450                 | 6                | 150    | 900                   | 135000                   |
| $\Sigma f = 78$     |                  |        | $\Sigma f dx = -2300$ | $\Sigma f dx^2 = 560000$ |

a) Calculation of mean  $= x + \frac{\Sigma f dx}{n}$

$$= 300 + \left(\frac{-2300}{78}\right)$$

$$= 300 - 29.487$$

$$= 270.513$$

b) mode by inspection mode is 200 (having max frequency)

c) S.D. =  $\sqrt{\frac{\Sigma f dx^2}{n} - \left(\frac{\Sigma f dx}{n}\right)^2}$

$$= \sqrt{\frac{560000}{78} - \left(\frac{-2300}{78}\right)^2}$$

$$= \sqrt{7179.49 - (-29.49)^2}$$

$$= \sqrt{7179.49 - 869.6601}$$

$$= \sqrt{6309.8299}$$

$$= 79.434$$

d) Coeff. of skewness =  $\frac{\sigma - z}{\sigma}$

$$= \frac{270.513 - 200}{79.434}$$

$$= \frac{70.513}{79.434}$$

$$= 0.8876$$

Ex. 11: Calculate co-eff. of skewness from the following data.

|     |      |       |       |       |       |       |       |       |
|-----|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Age | 0-10 | 10-20 | 20-30 | 30-40 | 40-50 | 50-60 | 60-70 | 70-80 |
| f   | 10   | 15    | 15    | 26    | 14    | 8     | 5     | 7     |

Solution: Calculation of mean mode and S.D.

a) Mean  $= x + \frac{\Sigma f dx}{n} \times i$

$$= 35 + \left(\frac{-2}{100}\right) \times 10$$

$$= 35 - .2$$

$$= 34.8 \text{ years}$$

| Age   | f     | m.v. | $\frac{(a-35)}{10}$ | fdx               | fdx <sup>2</sup>     |
|-------|-------|------|---------------------|-------------------|----------------------|
| 0-10  | 10    | 5    | -3                  | -30               | 90                   |
| 10-20 | 15    | 15   | -2                  | -30               | 60                   |
| 20-30 | 15    | 25   | -1                  | -15               | 15                   |
| 30-40 | 26    | 35   | 0                   | 0                 | 0                    |
| 40-50 | 14    | 45   | 1                   | 14                | 14                   |
| 50-60 | 8     | 55   | 2                   | 16                | 32                   |
| 60-70 | 5     | 65   | 3                   | 15                | 45                   |
| 70-80 | 7     | 75   | 4                   | 28                | 112                  |
|       | n=100 |      |                     | $\Sigma fdx = -2$ | $\Sigma fdx^2 = 368$ |

b) Calculation mode  
By observation class having maximum frequency is modal class i.e.  
 $\therefore$  (30-40) modal class

$$\therefore Z = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$$

$$= 30 + \frac{26 - 15}{2 \times 26 - 15 - 14} \times 10$$

$$= 30 + \frac{11}{23} \times 10$$

$$= 30 + 4.78 = 34.78$$

c) Calculation of

$$S.D. = \sqrt{\frac{\Sigma fdx^2}{n} - \left(\frac{\Sigma fdx}{n}\right)^2} \times i$$

$$= \sqrt{\frac{368}{100} - \left(\frac{-2}{100}\right)^2} \times 10$$

$$= \sqrt{3.68 - .0004} \times 10$$

$$= \sqrt{3.6796} \times 10 = 1.918 \times 10 = 19.18$$

d) Calculation of coefficient of skewness

$$J = \frac{a - z}{\sigma}$$

$$J = \frac{34.8 - 34.78}{19.18}$$

$$= \frac{0.02}{19.18}$$

$$= 0.0010$$

Ex. 12 : Calculate Karl Pearson's and Bowley's coefficient of skewness for the following

| Size of item | 0-5 | 5-10 | 10-15 | 15-20 | 20-25 | 25-30 | 30-35 |
|--------------|-----|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| f            | 7   | 9    | 13    | 18    | 25    | 10    | 5     |

Solution : Calculation of mean and S.D median.

| Size  | f    | m.v. | dx | fdx              | fdx <sup>2</sup>     | c.f |
|-------|------|------|----|------------------|----------------------|-----|
| 0-5   | 7    | 2.5  | -3 | -21              | 63                   | 7   |
| 5-10  | 9    | 7.5  | -2 | -18              | 36                   | 16  |
| 10-15 | 13   | 12.5 | -1 | -13              | 13                   | 29  |
| 15-20 | 18   | 17.5 | 0  | 0                | 0                    | 47  |
| 20-25 | 25   | 22.5 | 1  | 25               | 25                   | 72  |
| 25-30 | 10   | 27.5 | 2  | 20               | 40                   | 82  |
| 30-35 | 5    | 32.5 | 3  | 15               | 45                   | 87  |
|       | n=87 |      |    | $\Sigma fdx = 8$ | $\Sigma fdx^2 = 222$ |     |

a) Calculation of mean  $= x + \frac{\Sigma fdx}{n} \times i$

$$= 17.5 + \frac{8}{87} \times 5$$

$$= 17.5 + .459$$

$$= 17.959 \text{ units}$$

$$= 17.96 \text{ units}$$

b) Calculation of S.D.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fdx^2}{n} - \left(\frac{\Sigma fdx}{n}\right)^2} \times i$$

$$= \sqrt{\frac{222}{87} - \left(\frac{8}{87}\right)^2} \times 5$$

$$= \sqrt{2.552 - (.092)^2} \times 5$$

$$= \sqrt{2.552 - .008464} \times 5$$

$$= \sqrt{2.543536} \times 5$$

$$= 1.595 \times 5$$

$$= 7.975$$

c) Calculation of median

$$m = \text{Size of } \left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{Size of } \left(\frac{87}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{Size of } 43.5^{\text{th}} \text{ item which lies in cf 47}$$

corresponding class is 15-20  
 $\therefore$  median class = 15-20

$$\therefore M = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (m - c)$$

$$= 15 + \frac{5}{18} (43.5 - 29)$$

$$= 15 + \frac{5}{18} (14.5)$$

$$= 15 + 4.03$$

$$= 19.03 \text{ units}$$

d) Calculation of mode by grouping table

| Class | f  |    |    |    |    |
|-------|----|----|----|----|----|
| 0-5   | 7  | 16 |    | 29 |    |
| 5-10  | 9  |    | 22 |    | 40 |
| 10-15 | 13 | 31 |    |    | 56 |
| 15-20 | 18 |    | 43 |    |    |
| 20-25 | 25 | 35 |    | 53 |    |
| 25-30 | 10 |    | 15 |    | 40 |
| 30-35 | 5  |    |    |    |    |

Analysis table

| S. No.                      | Class containing maximum frequency |       |       |       |
|-----------------------------|------------------------------------|-------|-------|-------|
| 1                           | 20-25                              |       |       |       |
| 2                           | 20-25                              | 25-30 |       |       |
| 3                           | 20-25                              |       | 15-20 |       |
| 4                           | 20-25                              | 25-30 | 15-20 |       |
| 5                           | 20-25                              | 25-30 | 15-20 |       |
| 6                           | 20-25                              |       | 15-20 | 10-15 |
| No. of times Class repeated | 06                                 | 03    | 04    | 01    |

By grouping and analytical table (20-25) repeated six times

$\therefore$  modal class is 20-25

$$Z = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$$

$$Z = 20 + \frac{25 - 18}{2 \times 25 - 18 - 10} \times 5$$

$$= 20 + \frac{7}{50 - 28} \times 5$$

$$= 20 + \frac{35}{22}$$

$$= 20 + 1.59$$

$$= 21.59 \text{ units}$$

e) Calculation of Karl Pearson's coeff. of SK

$$J = \frac{\bar{x} - z}{\sigma}$$

$$= \frac{17.96 - 21.59}{7.975}$$

$$= \frac{-3.63}{7.975}$$

$$J = -0.455$$

g) Calculation of  $Q_2$

$$q_2 = \text{Size of } 3\left(\frac{n}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{Size of } 3\left(\frac{87}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{Size of } 65.25^{\text{th}} \text{ item which lies in df}$$

72 gp is (20-25)  
∴ upper Q class is 20-25

$$\therefore Q_3 = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f}(q_3 - c)$$

$$= 20 + \frac{25 - 20}{25}(65.25 - 47)$$

$$= 20 + \frac{5}{25}(18.25)$$

$$= 20 + 3.65$$

$$Q_3 = 23.65 \text{ units}$$

f) Calculation of Quartiles

$$q_1 = \text{Size of } \left(\frac{n}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{Size of } \left(\frac{87}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

Size of  $21.75^{\text{th}}$  item which lies in c.f. 10-15  
∴ Lower quartile group is 10-15

$$Q_1 = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f}(q_1 - c)$$

$$= 10 + \frac{15 - 10}{13}(21.75 - 16)$$

$$= 10 + \frac{5}{13}(5.75)$$

$$= 10 + 2.21$$

$$Q_1 = 12.21$$

h) Calculation of Bowley's coeff of skewness

$$J = \frac{Q_3 + Q_1 - 2M}{Q_3 - Q_1}$$

$$= \frac{23.65 + 12.21 - (2 \times 19.03)}{23.65 - 12.21}$$

$$= \frac{35.86 - 38.06}{11.44}$$

$$= \frac{-2.2}{11.44} = -0.192$$

Ex. 13: Calculate co-efficient of skewness for the following details by Karl Pearson's & Bowley's method.

|       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Class | 10-20 | 20-30 | 30-40 | 40-50 | 50-60 | 60-70 | 70-80 |
| f     | 15    | 20    | 10    | 25    | 14    | 10    | 6     |

Solution: i) Calculation of mean, S.D. and mode.

| Class | f   | m.v. | dx | fdx        | fdx <sup>2</sup>        |
|-------|-----|------|----|------------|-------------------------|
| 10-20 | 15  | 15   | -3 | -45        | 135                     |
| 20-30 | 20  | 25   | -2 | -40        | 80                      |
| 30-40 | 10  | 35   | -1 | -10        | 10                      |
| 40-50 | 25  | 45   | 0  | 0          | 0                       |
| 50-60 | 14  | 55   | 1  | 14         | 14                      |
| 60-70 | 10  | 65   | 2  | 20         | 40                      |
| 70-80 | 6   | 75   | 3  | 18         | 54                      |
| n     | 100 |      |    | Σfdx = -43 | Σfdx <sup>2</sup> = 333 |

c) Calculation of mode  
by observation/inspection class having maximum frequency is 40-50 is modal gp

$$\therefore Z = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$$

$$= 40 + \frac{25 - 10}{2 \times 25 - 10 - 14} \times 10$$

$$= 40 + \frac{15 \times 10}{26}$$

$$= 40 + 5.77$$

$$Z = 45.77 \text{ units}$$

ii) Calculation of coeff of sk. by Bowley's method

| Class | f  | c.f |
|-------|----|-----|
| 10-20 | 15 | 15  |
| 20-30 | 20 | 35  |
| 30-40 | 10 | 45  |
| 40-50 | 25 | 70  |
| 50-60 | 14 | 84  |
| 60-70 | 10 | 94  |
| 70-80 | 6  | 100 |

a) Calculation of median

$$m = \text{Size of } \left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{Size of } \left(\frac{100}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{Size of } 50^{\text{th}} \text{ item}$$

which lies in c.f. of 70 whose corresponding class is 40-50

$$\therefore M = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f}(m - c) = 40 + \frac{50 - 40}{25}(50 - 45)$$

$$= 40 + \frac{10}{25}(5) = 40 + 2 = 42 \text{ units}$$

a) Calculation of mean  $\bar{x} = \frac{\sum fdx}{n} \times i$

$$= 45 + \left(\frac{-43}{100}\right) \times 10$$

$$= 45 - 4.3$$

$$= 40.7 \text{ units}$$

b) Calculation of S.D  $\sigma = \sqrt{\frac{\sum fdx^2}{n} - \left(\frac{\sum fdx}{n}\right)^2} \times 10$

$$= \sqrt{\frac{333}{100} - \left(\frac{-43}{100}\right)^2} \times 10$$

$$= \sqrt{3.33 - 0.1849} \times 10$$

$$= \sqrt{3.1451} \times 10$$

$$= 1.773 \times 10$$

$$= 17.73$$

d) Calculation of co-efficient of sk

$$= \frac{\bar{x} - z}{\sigma}$$

$$= \frac{40.7 - 45.77}{17.73}$$

$$= \frac{-5.07}{17.73}$$

$$= -0.285$$

b) Calculation of lower quartile

$q_1 = \text{Size of } \left(\frac{n}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$   
 = Size of  $\left(\frac{100}{4}\right)^{\text{th}}$  item  
 = Size of 25<sup>th</sup> item which lies in of 35 corresponding class 20-30 is lower Quartile class

$$\therefore Q_1 = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (q_1 - c)$$

$$= 20 + \frac{30 - 20}{20} (25 - 15)$$

$$= 20 + \frac{10}{20} (5)$$

$$= 20 + 2.5 \quad Q_1 = 22.5 \text{ units}$$

d) Calculation of co-efficient of skewness

$$J = \frac{Q_3 + Q_1 - 2M}{Q_3 - Q_1} = \frac{53.57 + 22.5 - 2 \times 42}{53.57 - 22.5} = \frac{4.5}{37.07} = -0.145$$

Ex. 14 : Calculate Bowleys coefficient of skewness from the following data.

|                 |            |            |            |          |         |          |          |
|-----------------|------------|------------|------------|----------|---------|----------|----------|
| Temperature 'c' | -40 to -30 | -30 to -20 | -20 to -10 | -10 to 0 | 0 to 10 | 10 to 20 | 20 to 30 |
| No. of days     | 10         | 28         | 30         | 42       | 65      | 180      | 10       |

Solution : Calculation of median & quartiles.

a) Calculation of median = Size of  $\left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}}$  item  
 = Size of  $\left(\frac{365}{2}\right)^{\text{th}}$  item = Size of 182.5<sup>th</sup> item  
 which lies in cf of 355  
 $\therefore$  Corresponding class is median class 10 to 20  
 $\therefore M = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (m - c) = 10 + \frac{20 - 10}{180} (182.5 - 175)$   
 $= 10 + \frac{10}{180} (7.5) = 10 + 0.42 \quad M = 10.42 \text{ units}$

| Temp oc'   | f       | cf  |
|------------|---------|-----|
| -40 to -30 | 10      | 10  |
| -30 to -20 | 28      | 38  |
| -20 to -10 | 30      | 68  |
| -10 to 0   | 42      | 110 |
| 0 to 10    | 65      | 175 |
| 10 to 20   | 180     | 355 |
| 20 to 30   | 10      | 365 |
|            | n = 365 |     |

b) Calculation of lower Quartile

$q_1 = \text{Size of } \left(\frac{n}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$   
 = Size of  $\left(\frac{365}{4}\right)^{\text{th}}$  item  
 = Size of 91.25<sup>th</sup> item  
 which lies in c.f. 110  
 $\therefore$  Quartile class is (-10 to 0)

$$\therefore Q_1 = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (q_1 - c)$$

$$= -10 + \frac{0 - (-10)}{42} (91.25 - 68)$$

$$= -10 + \frac{10}{42} (23.25)$$

$$= -10 + 5.53 = -4.47 \text{ units}$$

d) Calculation of Bowleys co-efficient of skewness  $J = \frac{Q_3 + Q_1 - 2M}{Q_3 - Q_1}$

$$= \frac{15.49 + (-4.47) - 2(10.42)}{15.49 - (-4.47)} = \frac{11.02 - 20.84}{19.96} = \frac{-9.82}{19.96} = -0.49$$

Ex. 15 : From the following calculate Bowleys & Karl pearsons coefficient of skewness.

|       |      |       |       |       |        |
|-------|------|-------|-------|-------|--------|
| Class | 0-20 | 20-40 | 40-60 | 60-80 | 80-100 |
| f     | 2    | 4     | 16    | 8     | 10     |

Solution : i) Calculation of 'J' by Bowleys method.

a) Calculation of median = Size of  $\left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}}$  item = Size of  $\left(\frac{40}{2}\right)^{\text{th}}$  item  
 $\therefore$  Size of 20<sup>th</sup> item which lies in cf 22 corresponding class 40-60 is median class  
 $\therefore M = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (m - c) = 40 + \frac{60 - 40}{16} (20 - 6) = 40 + 17.5$   
 $\therefore M = 57.5$

| Class  | f  | c.f |
|--------|----|-----|
| 0-20   | 2  | 2   |
| 20-40  | 4  | 6   |
| 40-60  | 16 | 22  |
| 60-80  | 8  | 30  |
| 80-100 | 10 | 40  |

b) Calculation of lower Quartile

$$q_1 = \text{Size of } \left(\frac{n}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{Size of } \left(\frac{40}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

= Size of 10<sup>th</sup> item  
lies in cf 22 corresponding  
Q class is 40-60

$$Q_1 = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (q_1 - c)$$

$$= 40 + \frac{60 - 40}{16} (10 - 6)$$

$$= 40 + 5$$

$$= 45 \text{ units}$$

ii) Calculation of coeff. of skewness by Karl pearsons method

| Class  | f  | M.V. | dx | fdx  | fdx <sup>2</sup>  |
|--------|----|------|----|------|-------------------|
| 0-20   | 2  | 10   | -2 | -4   | 8                 |
| 20-40  | 4  | 30   | -1 | -4   | 4                 |
| 40-60  | 16 | 50   | 0  | 0    | 0                 |
| 60-80  | 8  | 70   | 1  | 8    | 8                 |
| 80-100 | 10 | 90   | 2  | 20   | 40                |
|        | n= |      |    | Σfdx | Σfdx <sup>2</sup> |
|        | 40 |      |    | =20  | =60               |

a) Mean  $= x + \frac{\Sigma f dx}{n} \times i$

$$= 50 + \frac{20}{40} \times 20$$

$$= 50 + 10$$

$$= 60 \text{ units}$$

c) Upper Quartile

$$q_3 = \text{Size of } 3\left(\frac{n}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{Size of } 3(10)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{Size of } 30^{\text{th}} \text{ item}$$

which lies in cf 30 corresponding class is 60-80

$$Q_3 = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (q_3 - c)$$

$$= 60 + \frac{80 - 60}{8} (30 - 22)$$

$$= 60 + 20 = 80 \text{ units}$$

Coeff. of skewness  $J = \frac{Q_3 + Q_1 - 2M}{Q_3 - Q_1}$

$$= \frac{80 + 45 - 2 \times 57.5}{80 - 45}$$

$$= \frac{125 - 115}{35}$$

$$= \frac{10}{35} = 0.286$$

b) Calculation of mode by inspection 40-60 gp having maximum frequency so it is modal class

$$\therefore Z = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$$

$$= 40 + \frac{16 - 4}{2 \times 16 - 4 - 8} \times 20$$

$$= 40 + \frac{12}{20} \times 20$$

$$= 40 + 12$$

$$\therefore Z = 52 \text{ units}$$

$$c) \text{ S.D. } \sigma = \sqrt{\frac{\Sigma f dx^2}{n} - \left(\frac{\Sigma f dx}{n}\right)^2} \times i = \sqrt{\frac{60}{40} - \left(\frac{20}{40}\right)^2} \times 20 = \sqrt{1.5 - .25} \times 20 = \sqrt{1.25} \times 20 = 1.1180 \times 20 = 22.36 \text{ units}$$

Calculation of  $J = \frac{a - z}{\sigma} = \frac{60 - 52}{22.36} = \frac{8}{22.36} = 0.357$

Ex. 16: From the following details calculate Karl pearsons and Bowley's co-efficient of skewness

| Daily wages    | 10-20 | 20-30 | 30-40 | 40-50 | 50-60 | 60-70 | 70-80 |
|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| No. of Workers | 10    | 35    | 25    | 35    | 30    | 15    | 20    |

Solution: i) Series is Bi modal so mode is ill defined

∴ We use another formula for calculation of  $J = \frac{3(a - m)}{\sigma}$  with the help of median we can calculate value of J.

| Class | f   | M.V. | dx | fdx  | fdx <sup>2</sup>  | cf  |
|-------|-----|------|----|------|-------------------|-----|
| 10-20 | 10  | 15   | -3 | -30  | 90                | 10  |
| 20-30 | 35  | 25   | -2 | -70  | 140               | 45  |
| 30-40 | 25  | 35   | -1 | -25  | 25                | 70  |
| 40-50 | 35  | 45   | 0  | 0    | 0                 | 105 |
| 50-60 | 30  | 55   | 1  | 30   | 30                | 135 |
| 60-70 | 15  | 65   | 2  | 30   | 60                | 150 |
| 70-80 | 20  | 75   | 3  | 60   | 180               | 170 |
|       | n=  |      |    | Σfdx | Σfdx <sup>2</sup> |     |
|       | 170 |      |    | = -5 | = 525             |     |

c) Calculation of S.D.

$$= \sqrt{\frac{\Sigma f dx^2}{n} - \left(\frac{\Sigma f dx}{n}\right)^2} \times i$$

$$= \sqrt{\frac{525}{170} - \left(\frac{-5}{170}\right)^2} \times 10$$

$$= \sqrt{3.0882 - (0.0294)^2} \times 10$$

$$= \sqrt{3.0882 - 0.00086} \times 10$$

$$= \sqrt{3.087335} \times 10 = 1.757 \times 10 = 17.57 \text{ units}$$

a) Calculation of Mean  $a = x + \frac{\Sigma f dx}{n} \times i$

$$= 45 + \left(\frac{-5}{170}\right) \times 10$$

$$= 45 - 0.294$$

$$= 44.706$$

b) Calculation of Median

$$m = \text{Size of } \left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{Size of } \left(\frac{170}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{Size of } 85^{\text{th}} \text{ item which lies in}$$

c.f. of 105

∴ Med class = 40-50

$$\therefore M = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (m - c)$$

$$= 40 + \frac{50 - 40}{35} (85 - 70) = 40 + \frac{10}{35} (15)$$

$$= 40 + 4.29 = 44.29 \text{ units}$$

d) Karl pearsons coeff of sk =  $\frac{3(a-m)}{\sigma} = \frac{3(44.706-44.29)}{17.57} = \frac{3(0.416)}{17.57} = \frac{1.248}{17.57} = 0.07$

ii) Calculation of Bowleys coeff. of skewness

a) Lower quartile

$q_1 = \text{Size of } \left(\frac{n}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$

$= \text{Size of } \left(\frac{170}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$

$= \text{Size of } 42.5^{\text{th}} \text{ item}$

which lies in cf of 45 corresponding  $Q_1$  class is (20-30)

$Q_1 = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f}(q_1 - c)$

$= 20 + \frac{30-20}{35}(42.5-10)$

$= 20 + \frac{10}{35}(32.5)$

$= 20 + 9.29$

$= 29.29 \text{ units}$

b) Lower quartile

$q_3 = \text{Size of } 3\left(\frac{n}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$

$= \text{Size of } 3(42.5)^{\text{th}} \text{ item}$

$= \text{Size of } 127.5^{\text{th}} \text{ item}$

which lies in cf of 135

Corresponding upper

Q.C. = 50-60

$Q_3 = 50 + \frac{60-50}{30}(127.5-105)$

$= 50 + \frac{10}{30}(22.5)$

$= 50 + 7.5 = 57.5 \text{ units}$

c) Bowleys J =  $\frac{Q_3 + Q_1 - 2M}{Q_3 - Q_1}$

$= \frac{57.5 + 29.29 - 2(44.29)}{57.5 - 29.29}$

$= \frac{86.79 - 88.58}{28.21}$

$= \frac{-1.79}{28.21} = -0.063$

Ex. 17 : Calculate Bowleys co-efficient of skewness of the following data

|                 |         |         |              |         |         |         |         |
|-----------------|---------|---------|--------------|---------|---------|---------|---------|
| Weight under 99 | 100-109 | 110-119 | 120-129      | 130-139 | 140-149 | 150-159 | 160-169 |
| f               | 1       | 14      | 66           | 122     | 145     | 121     | 65      |
| Weight 170-179  | 180-189 | 190-199 | 200 and over |         |         |         |         |
| f               | 12      | 5       | 2            | 2       |         |         |         |

Solution : Calculation of Quartiles & Median

Inclusive form of distribution is given for calculation of median and Quartile we need exclusive type class so we convert it by adding .5 in upper limit of each class and deduct .5 from lower limit of each gp we get

| Class       | f   | cf  |
|-------------|-----|-----|
| 0.5-99.5    | 01  | 1   |
| 99.5-109.5  | 14  | 15  |
| 109.5-119.5 | 66  | 81  |
| 119.5-129.5 | 122 | 203 |
| 129.5-139.5 | 145 | 348 |
| 139.5-149.5 | 121 | 469 |
| 149.5-159.5 | 65  | 534 |
| 159.5-169.5 | 31  | 565 |
| 169.5-179.5 | 12  | 577 |
| 179.5-189.5 | 5   | 582 |
| 189.5-199.5 | 2   | 584 |
| 199.5-209.5 | 2   | 586 |
|             | n=  |     |
|             | 586 |     |

a) Calculation of Median

$m = \text{Size of } \left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$

$= \text{Size of } \left(\frac{586}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$

$= \text{Size of } 293^{\text{th}} \text{ item}$

∴ Med class is 129.5-139.5

∴  $M = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f}(m - c)$

$= 129.5 + \frac{139.5 - 129.5}{145}(293 - 203)$

$= 129.5 + 6.21 = 135.71 \text{ units}$

b) Calculation of  $Q_1 = \text{Size of } \left(\frac{n}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item} = \text{Size of } \left(\frac{586}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$

= Size of 146.5<sup>th</sup> item

∴ Lower Q. class is 119.5 to 129.5

$Q_1 = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f}(q_1 - c) = 119.5 + \frac{129.5 - 119.5}{122}(146.5 - 81) = 119.5 + 5.37 = 124.87$

$Q_1 = \text{Size of } 3\left(\frac{n}{4}\right)^{\text{th}} = \text{Size of } 3(146.5)^{\text{th}} \text{ item} = \text{Size of } 439.5^{\text{th}} \text{ item}$

∴ upper Q class = 139.5-149.5

$Q_3 = 139.5 + \frac{149.5 - 139.5}{121}(439.5 - 348) = 139.5 + \frac{10(91.5)}{121} = 139.5 + 7.56 = 147.06$

Bowleys coeff. of SK =  $\frac{Q_3 + Q_1 - 2M}{Q_3 - Q_1} = \frac{147.06 + 124.87 - 2(135.71)}{147.06 - 124.87} = \frac{271.93 - 271.42}{22.19}$

$= \frac{0.51}{22.19} = 0.02298$



Ex. 18 : Calculate coeff of skewness from the following data using Bowley's methods

|                 |     |     |     |     |    |    |    |
|-----------------|-----|-----|-----|-----|----|----|----|
| Marks above     | 0   | 15  | 30  | 45  | 60 | 75 | 90 |
| No. of students | 180 | 160 | 130 | 100 | 65 | 20 | 5  |

Solution : More than series is given so first we convert the series into continuous frequency distribution

Calculation of median & Quartiles

| Class  | F     | C.f |
|--------|-------|-----|
| 0-15   | 20    | 20  |
| 15-30  | 30    | 50  |
| 30-45  | 30    | 80  |
| 45-60  | 35    | 115 |
| 60-75  | 45    | 160 |
| 75-90  | 15    | 175 |
| 90-105 | 5     | 180 |
|        | N=180 |     |

b) Calculation of lower Quartile

$$q_1 = \text{Size of } \left(\frac{n}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{Size of } \left(\frac{180}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

= Size of 45<sup>th</sup> item

∴ Lower Q class = 15 - 30

$$\therefore Q_1 = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f}(q_1 - c)$$

$$= 15 + \frac{30 - 15}{30}(45 - 20)$$

$$= 15 + \frac{15}{30}(25)$$

$$= 15 + 12.5 = 27.5 \text{ marks}$$

d) ∴ Bowley's coefficient of skewness

$$J = \frac{Q_3 + Q_1 - 2M}{Q_3 - Q_1} = \frac{66.67 + 27.5 - 2(49.29)}{66.67 - 27.5}$$

$$= \frac{94.17 - 98.58}{39.17} = -0.1126$$

a) Median = Size of  $\left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}}$  item

= Size of  $\left(\frac{180}{2}\right)^{\text{th}}$  item

= Size of 90<sup>th</sup> item

∴ med class 45-60

$$\therefore M = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f}(m - c)$$

$$= 45 + \frac{60 - 45}{35}(90 - 80)$$

$$= 45 + \frac{15(10)}{35}$$

$$= 45 + 4.29 = 49.29 \text{ marks}$$

c) Upper Quartile

$$q_3 = \text{Size of } 3\left(\frac{n}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{Size of } 3(45)^{\text{th}} \text{ item}$$

= Size of 135<sup>th</sup> item  
upper Q class = 60 - 75

$$Q_3 = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f}(q_3 - c)$$

$$= 60 + \frac{75 - 60}{45}(135 - 115)$$

$$= 60 + \frac{15}{45}(20)$$

$$= 60 + 6.67 = 66.67 \text{ marks}$$

Ex. 19 : Compute the coefficient of skewness by Bowleys and Karl Pearson's Method from the following data.

|      |   |    |    |    |    |     |      |       |       |       |       |       |
|------|---|----|----|----|----|-----|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Size | 0 | 1  | 2  | 3  | 4  | 5-7 | 8-10 | 11-14 | 15-20 | 21-25 | 26-34 | 35-45 |
| f    | 9 | 12 | 16 | 20 | 17 | 19  | 24   | 39    | 52    | 50    | 25    | 30    |

Note in grouped data .5 will be added & subtracted from their respective limits.

Solution :

| Size      | f     | M.V. | dx/20 | fdx     | fdx <sup>2</sup>  | c.f |
|-----------|-------|------|-------|---------|-------------------|-----|
| 0         | 9     | 0    | -20   | -180    | 3600              | 9   |
| 1         | 12    | 1    | -19   | -228    | 4332              | 21  |
| 2         | 16    | 2    | -18   | -288    | 5184              | 37  |
| 3         | 20    | 3    | -17   | -340    | 5780              | 57  |
| 4         | 17    | 4    | -16   | -272    | 4352              | 74  |
| 4.5-7.5   | 19    | 6    | -14   | -266    | 3724              | 93  |
| 7.5-10.5  | 24    | 9    | -11   | -264    | 2904              | 117 |
| 10.5-14.5 | 39    | 12.5 | -7.5  | -292.5  | 2193.75           | 156 |
| 14.5-20.5 | 52    | 17.5 | -2.5  | -130    | 325               | 208 |
| 20.5-25.5 | 50    | 23   | 3     | 150     | 450               | 258 |
| 25.5-34.5 | 28    | 30   | 10    | 280     | 2800              | 286 |
| 34.5-45.5 | 30    | 40   | 20    | 600     | 12000             | 316 |
|           | n=316 |      |       | Σfdx    | Σfdx <sup>2</sup> |     |
|           |       |      |       | -1230.5 | 47644.75          |     |

c) Calculation of Mode  
by inspection modal class is 14.5 + 02.05

$$Z = l_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times (L_2 - l_1)$$

$$= 14.5 + \left(\frac{52 - 39}{2 \times 52 - 39 - 50}\right)(20.5 - 14.5)$$

$$= 14.5 + \frac{13}{15}(6)$$

$$= 14.5 + \frac{78}{15}$$

$$= 14.5 + 5.2 = 19.7 \text{ units}$$

d) ∴ Coeff of Sk =  $\frac{a - z}{\sigma} = \frac{16.11 - 19.7}{11.64}$

$$= \frac{-3.59}{11.64} = -0.308 = -0.308$$

a) Calculation of Mean

$$a = x + \frac{\Sigma f dx}{n} = 20 + \left(\frac{-1230.5}{316}\right)$$

$$= 20 - 3.893 = 16.11 \text{ units}$$

b) Calculation of S.D.

$$S.D. = \sqrt{\frac{\Sigma f dx^2}{n} - \left(\frac{\Sigma f dx}{n}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{47644.75}{316} - \left(\frac{1230.5}{316}\right)^2}$$

$$= \sqrt{150.724 - (3.894)^2}$$

$$= \sqrt{150.724 - 15.163}$$

$$= \sqrt{135.560} \quad \sigma = 11.64$$

e) Calculation of Median & Quartiles

m = Size of  $\left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}}$  item

= Size of  $\left(\frac{316}{2}\right)^{\text{th}}$  item

= Size of 158<sup>th</sup> item

∴ med class = (14.5-20.5)

$$= 14.5 + \frac{20.5 - 14.5}{52}(158 - 156)$$

$$= 14.5 + \left(\frac{6}{52}\right)(2)$$

$$= 14.5 + 0.23 = 14.73 \text{ units}$$

f) Calculation of lower Quartiles

$$q_1 = \text{Size of } \left(\frac{n}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{Size of } \left(\frac{316}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{Size of } 79^{\text{th}} \text{ item}$$

Q class (4.5 to 7.5)

$$Q_1 = 4.5 + \frac{7.5 - 4.5}{19}(79 - 74)$$

$$= 4.5 + \frac{3}{19}(5)$$

$$= 4.5 + .79 = 5.29 \text{ units}$$

g) Calculation of lower upper Quartile

$$q_3 = \text{Size of } 3\left(\frac{n}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{Size of } 3(79)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{Size of } 237^{\text{th}} \text{ item}$$

∴ Q class = 20.5 to 25.5

$$q_3 = 20.5 + \frac{25.5 - 20.5}{50}(237 - 208)$$

$$= 20.5 + \frac{5}{50}(29)$$

$$= 20.5 + 2.9$$

$$= 23.4 \text{ units}$$

h) Bowleys coeff of Sk =  $\frac{Q_3 + Q_1 - 2M}{Q_3 - Q_1} = \frac{23.4 + 5.29 - 2(14.73)}{23.4 - 5.29} = \frac{28.69 - 29.46}{18.11}$

$$= \frac{-0.77}{18.11} = 0.0425$$

Ex. 20: Calculate co-efficient of skewness of the following series

|            |      |     |     |     |     |     |     |
|------------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Size below | 1000 | 900 | 800 | 700 | 600 | 500 | 400 |
|            | 160  | 144 | 104 | 50  | 37  | 28  | 5   |

Solution : i) Calculation of co-efficient of skewness

| Converted Series | f       | M.V. | dx | fdx        | fdx <sup>2</sup>        |
|------------------|---------|------|----|------------|-------------------------|
| 300-400          | 5       | 350  | -3 | -15        | 45                      |
| 400-500          | 23      | 450  | -2 | -46        | 92                      |
| 500-600          | 9       | 550  | -1 | -9         | 9                       |
| 600-700          | 15      | 650  | 0  | 0          | 0                       |
| 700-800          | 52      | 750  | 1  | 52         | 52                      |
| 800-900          | 40      | 850  | 2  | 80         | 160                     |
| 900-1000         | 16      | 950  | 3  | 48         | 144                     |
|                  | n = 160 |      |    | Σfdx = 110 | Σfdx <sup>2</sup> = 502 |

a) Calculation of mean =  $x + \frac{\Sigma f dx}{n} \times i$

$$= 650 + \left(\frac{110}{160}\right) \times 100$$

$$= 650 + 68.75$$

$$= 718.75$$

b) Calculation of mode by observation gp. having maximum frequency is modal gp is 700 - 800

$$\therefore Z = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$$

$$= 700 + \frac{52 - 15}{2 \times 52 - 15 - 40} \times 100$$

$$= 700 + \frac{37}{49} \times 100$$

$$= 700 + 75.51$$

$$Z = 775.51$$

c) S.D.  $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma f dx^2}{n} - \left(\frac{\Sigma f dx}{n}\right)^2} \times i$

$$= \sqrt{\frac{502}{160} - \left(\frac{110}{160}\right)^2} \times 100$$

$$= \sqrt{3.1375 - .4726} \times 100$$

$$= \sqrt{2.6649} \times 100$$

$$= 163.24$$

$$J = \frac{a - z}{\sigma}$$

$$J = \frac{718.75 - 775.51}{163.24}$$

$$= \frac{-56.76}{163.24} = -0.35$$

ii) Calculation of Bowleys co-efficient of skewness

| Class    | f  | cf  |
|----------|----|-----|
| 300-400  | 5  | 5   |
| 400-500  | 23 | 28  |
| 500-600  | 9  | 37  |
| 600-700  | 15 | 52  |
| 700-800  | 52 | 104 |
| 800-900  | 40 | 144 |
| 900-1000 | 16 | 160 |

a) Calculation of median

$$M = \text{Size of } \left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{Size of } \left(\frac{160}{2}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{Size of } 80^{\text{th}} \text{ item lies in gp } 700-800$$

$$\therefore M = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f}(m - c)$$

$$= 700 + \frac{800 - 700}{52}(80 - 52)$$

$$= 700 + \frac{100}{52}(28)$$

$$= 700 + 53.85 = 753.85$$

b) Calculation of lower Quartile

$$q_1 = \text{Size of } \left(\frac{160}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$q_1 = \text{Size of } 40^{\text{th}} \text{ item}$$

∴ Q class = 600-700

$$Q_1 = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f}(q_1 - c)$$

$$= 600 + \frac{700 - 600}{15}(40 - 37)$$

$$= 600 + \frac{100}{15}(3)$$

$$= 600 + 20$$

$$Q_1 = 620 \text{ units}$$

c) Calculation of upper Quartile

$$Q_3 = \text{Size of } 3\left(\frac{160}{4}\right)^{\text{th}} \text{ item}$$

$$= \text{Size of } 120^{\text{th}} \text{ upper Q class} = 800-900$$

$$Q_3 = 800 + \frac{900-800}{40}(120-104)$$

$$= 800 + \frac{100}{40}(16)$$

$$= 800 + 40 = 840 \text{ units}$$

$$d) J = \frac{Q_3 + Q_1 - 2M}{Q_3 - Q_1}$$

$$= \frac{840 + 620 - 2(753.85)}{840 - 620}$$

$$= \frac{1460 - 1507.7}{220}$$

$$= \frac{-47.7}{220}$$

$$= -0.22$$

**Try your self**

- Calculate Karl Pearson's and Bowley's coefficient of skewness from the following data.  
Marks 18 23 22 19 17 22 15 11 18 24
- Calculate co-efficient of skewness by Bowley's & Karl Pearson's method for the given data.  
Size 3 4 5 6 8 10 8 9 11 7 8 9 5 8
- These data are the sample of daily production rate calculate Bowley's & Karl Pearson's co-efficient of skewness.  
Size 17 21 18 27 17 21 20 22 18 23 18
- For the following data calculate J with the help of Mean, Median & Quartiles S.D. and Mean deviation.  
Size 24 29 19 14 30 19 27 30 19 28 12
- Calculate 'J' by Karl Pearson's & Bowley's method, Mean deviation and Quartile deviation.  
Size 20 30 60 30 20 42 75 32 30 40 25 50
- Calculate co-efficient of variation and M.D. for the following.  
Size A 24 23 29 27 22 27 24 21 25 26  
Size B 29 27 28 30 29 30 28 34 35 34  
which group is more variable.

7) Share prices of two companies A Ltd and B Ltd are recorded as follows.

|       |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| A Ltd | 12  | 13  | 15  | 17  | 14  | 14  | 14  | 13  |
| B Ltd | 113 | 114 | 113 | 114 | 114 | 117 | 115 | 112 |

Which co's share prices are more variable also calculate Karl Pearson's coeff. of skewness.  
8) Find out the C.V. of both series which Co's share prices are more consistent and also calculate Bowley's co-efficient of skewness.

|      |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| X Co | 20 | 60 | 25 | 55 | 45 | 75 | 35 | 25 | 90 | 10 | 50 |
| Y Co | 20 | 45 | 65 | 50 | 40 | 55 | 35 | 15 | 80 | 25 | 55 |

9) Share prices of two companies X and Y are given below find out which of them shows greater variability?

|                    |      |      |      |      |      |      |      |      |
|--------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Co X (Price in rs) | 519  | 522  | 525  | 518  | 538  | 515  | 524  | 512  |
| Co Y (Price in rs) | 2150 | 2142 | 2166 | 2122 | 2130 | 2134 | 2145 | 2132 |

10) The share prices of two companies are given as under.

|      |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| T Co | 49  | 51  | 54  | 52  | 50  | 52  | 53  | 56  | 58  | 53  |
| Z Co | 105 | 108 | 107 | 105 | 106 | 101 | 103 | 104 | 105 | 104 |

Show which Cos share are more stable.

11) Following are runs scored by two bats man in the 10 one day matches are given.

|   |    |    |    |    |    |    |     |    |     |    |
|---|----|----|----|----|----|----|-----|----|-----|----|
| A | 16 | 20 | 5  | 20 | 76 | 90 | 102 | 6  | 108 | 90 |
| B | 20 | 40 | 30 | 35 | 58 | 60 | 76  | 62 | 42  | 30 |

Show 1) Who is more consistent

2) Who is more run scorer

12) The height and weight of 10 students are given below calculate C.V. and give your conclusion also calculate co-efficient of skewness by Bowley's method.

|                  |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Height in inches | 50  | 55  | 60  | 57  | 69  | 50  | 65  | 64  | 54  | 59  |
| Weight Lbs       | 124 | 123 | 127 | 122 | 124 | 125 | 126 | 120 | 129 | 128 |

13) Find out Bowley's & Pearson's co-efficient of skewness for the following.

|               |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|---------------|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Wages in Rs.  | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 |
| No of workers | 2 | 3  | 6  | 5  | 15 | 10 | 15 | 10 | 8  | 9  |

14) Calculate J by Bowleys & C.V. for the following.

|       |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|-------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Marks | 15 | 19 | 20 | 25 | 29 | 30 | 35 | 40 | 45 | 48 | 50 |
| f     | 10 | 12 | 14 | 15 | 22 | 31 | 28 | 22 | 12 | 9  | 8  |

15) Calculate pearsons & Bowleys coefficient of skewness and C.V.

|      |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Size | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |
| f    | 3  | 2  | 1  | 4  | 5  | 3  | 2  | 7  | 4  | 3  |

16) Calculate C.V. and Bowleys co-efficient of skewness.

|      |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Size | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 |
| f    | 8  | 16 | 27 | 31 | 19 | 12 | 10 | 7  | 5  |

17) Calculate Bowleys co-efficient of skewness and C.V.

|      |     |     |     |      |      |      |      |      |      |
|------|-----|-----|-----|------|------|------|------|------|------|
| Size | 500 | 800 | 950 | 1000 | 1250 | 1500 | 1800 | 1900 | 2000 |
| f    | 3   | 23  | 6   | 14   | 28   | 40   | 36   | 15   | 8    |

20) Calculate C.V. and co-efficient of skewness by both method.

|      |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Size | 10 | 15 | 18 | 20 | 22 | 28 | 30 | 35 | 38 | 40 | 45 |
| f    | 7  | 16 | 25 | 5  | 12 | 29 | 58 | 82 | 47 | 25 | 4  |

21) Calculate C.V. and co-efficient of skewness by both method.

|       |      |        |         |         |         |         |         |
|-------|------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Class | 0-50 | 50-100 | 100-150 | 150-200 | 200-250 | 250-300 | 300-350 |
| f     | 12   | 19     | 38      | 35      | 45      | 25      | 8       |

22) Calculate co-efficient of skewness by both methods and C.V.

|       |      |       |       |        |         |         |
|-------|------|-------|-------|--------|---------|---------|
| Class | 0-25 | 25-50 | 50-75 | 75-100 | 100-125 | 125-150 |
| f     | 6    | 5     | 5     | 8      | 2       | 4       |

23) Find out mean deviation from mean and S.D and C.V.

|        |      |       |       |       |       |       |        |         |
|--------|------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|---------|
| Weight | 0-15 | 15-30 | 30-45 | 45-60 | 60-75 | 75-90 | 90-105 | 105-130 |
| f      | 8    | 12    | 10    | 7     | 15    | 8     | 3      | 7       |

24) Find out co-efficient of skewness by Bowleys & Karl pearson methods and C.V.

|       |       |         |         |         |          |
|-------|-------|---------|---------|---------|----------|
| Class | 0-200 | 200-400 | 400-600 | 600-800 | 800-1000 |
| f     | 14    | 5       | 16      | 15      | 10       |

25) Calculate coeff. of skewness and C.V. for the following data.

|       |       |       |       |       |       |        |         |         |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|---------|---------|
| Class | 40-50 | 50-60 | 60-70 | 70-80 | 80-90 | 90-100 | 100-110 | 110-120 |
| f     | 5     | 6     | 14    | 12    | 22    | 20     | 8       | 3       |

26) Calculate skewness by both method and C.V.

|       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Class | 30-35 | 35-40 | 40-45 | 45-50 | 50-55 | 55-60 | 60-65 |
| f     | 5     | 8     | 12    | 20    | 15    | 8     | 3     |

27) Calculate co-efficient of skewness and C.V.

|                             |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-----------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Earning per day in Rs. upto | 100 | 200 | 300 | 400 | 500 | 600 | 700 | 800 | 900 |
| No. of workers              | 3   | 15  | 27  | 43  | 50  | 70  | 80  | 95  | 100 |

28) Find out co-efficient of skewness by both method and C.V. for the following data.

|                       |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|-----------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Income below (in Rs.) | 1000 | 2000 | 3000 | 4000 | 5000 | 6000 | 7000 | 8000 | 9000 |
| No. of Persons        | 50   | 85   | 135  | 185  | 210  | 250  | 285  | 345  | 400  |

29) Find out Bowleys co-efficient of skewness and C.V. for the given data.

|                 |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|-----------------|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Marks more than | 0   | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 |
| No of students  | 100 | 90 | 75 | 60 | 50 | 30 | 25 | 15 | 5  | 0  |

30) Find out C.V. and Bowleys co-efficient of skewnes.

|                       |      |     |     |     |     |     |     |     |     |      |
|-----------------------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| Income above (in Rs.) | 1000 | 900 | 800 | 700 | 600 | 500 | 400 | 300 | 200 | 100  |
| No. of Persons        | 0    | 20  | 110 | 250 | 400 | 550 | 700 | 850 | 900 | 1000 |



## युनिट - ५

### ९. सहसंबंध Correlation

विषय सांख्यिकीय मापे, अपकिकण माप आणि विषयमाप माप यांच्या सहाय्याने सांख्यिकीय पदमालेची केंद्री प्रवृत्ती तिचा विस्तार आणि रचना याबाबत माहिती मिळते. सांख्यिकीमध्ये या माध्यांना अत्यंत महत्त्वाचे स्थान आहे. सांख्यिकीय पदमालेची प्रवृत्ती जाणून घेतानाच दोन किंवा अधिक प्रवृत्तीचा संबंध जाणून घेणे आवश्यक असते. उदा. उत्पादन आणि लाभाचा संबंध, दोन विद्यार्थ्यांच्या गुणांची तुलना, किंमत वाढीचा मागणी पुरवठ्यावरील परिणाम, यासारख्या अनेक प्रवृत्ती असलेल्या परस्पर संबंधालाच 'सहसंबंध' (Correlation) असे म्हणतात.

एकमेकांवर अवलंबून असलेल्या व एकमेकांकरिता निश्चित स्वरूपाचे परिवर्तन किंवा बदल अस्तित्वात आणणाऱ्या दोन किंवा त्यापैकी अधिक प्रवृत्तीच्या परस्पर संबंधालाच सहसंबंध असे म्हणतात.

कार्ल पिअरसन यांच्या शब्दांत, "दोन विषयातील परिणाम स्वरूपाच्या संबंधाला व त्यांचे मापन करण्याच्या सांख्यिकीय पद्धतीला सहसंबंध सिद्धांत म्हणतात.

सहसंबंध मोजण्याकरिता वक्र (Graph), चित्र (Diagram), सूत्र (Formula) पद्धतीचा समावेश होतो. धनात्मक संबंध (Positive correlation) ज्यावेळी संबंधित दोन किंवा अधिक प्रवृत्ती एकाच दिशेने बदलतात त्याला धनात्मक सहसंबंध म्हणतात. ऋणात्मक सहसंबंध (Negative Correlation) दोन विषय किंवा दोन प्रवृत्ती एकमेकांचा विरुद्ध दिशेने बदलतात. त्यापैकी दोन विषयात ऋणात्मक सहसंबंध दिसून येतो असा संबंध 'सम' किंवा 'विषम' असा दोन्ही प्रकारचा असू शकतो. तसेच दोन प्रवृत्तीमध्ये एक कारण (Cause) तर दुसरे 'परिणाम' असते. ज्यावेळी आपणास आर्थिक, सामाजिक व वैज्ञानिक बाबींच्या समंकाचा अभ्यास करावयाचा असतो. त्यावेळी एका विषयाशी संबंधित असलेल्या पदमालेत होणाऱ्या परिवर्तनाची दुसऱ्या पदमालेत होणाऱ्या परिवर्तनाशी तुलना करायची असते. त्या तुलनेतच पदमालांमध्ये आपसात काही संबंध आहे किंवा नाही हे ओळखण्याचा प्रयत्न करण्यात येतो. समजा एका वस्तूचा मागणीत कोणत्याही प्रकारचे परिवर्तन झाले नाही मात्र वस्तूच्या पुरवठ्यात परिणाम झाला आहे. अशा प्रसंगी मुल्यात काय परिणाम होईल. यासाठी आपणास दोन्ही विषयाबाबतचे पुरवठ्यामध्ये वृद्धी व परिणामस्वरूप वस्तूच्या मुल्यात

सांख्यिकीय सांख्यिकी  
दोनोपरि परिवर्तन याबाबतचे संमक गोळा करावे लागतील त्यात होणाऱ्या परिवर्तनाचा अभ्यास केल्यावर आपण निष्कर्ष काढू शकू. तात्पर्य दोन विषयांच्या परिणाम संबंधाचा अभ्यास करण्यात येतो. ज्या सिद्धांतानुसार हा संबंध व्यक्त करण्यात येतो. त्या सिद्धांताला सहसंबंध सिद्धांत म्हणतात. उदा. व्यवहारात आणि जीवनाच्या विविध क्रियांमध्ये आपण नेहमी पाहतो की बदलत्या वयाबरोबर बुद्धी व वजन वाढत असते.  
आरोग्य व स्वच्छता यात देखील परस्पर संबंध असतो. स्वच्छता जेथे वास करते तेथील आरोग्य चांगले असते. स्वच्छतेचे आरोग्य व स्वच्छता यामध्ये देखील एक प्रकारची जवळीकता दिसून येते. हेच सांख्यिकीय स्वरूपाने अभ्यासण्याकरिता सहसंबंधाचा उपयोग केला जातो.

वाक्याः  
कार्ल पिअरसन यांच्या शब्दांत, "दोन विषयातील परिणाम स्वरूपाच्या संबंधाला व त्यांचे मापन करण्याच्या सांख्यिकीय पद्धतीला सहसंबंध सिद्धांत म्हणतात."

कॅनर यांच्या मते, "ज्यावेळी दोन अथवा अधिक परिमाणे सहानुभूतीमध्ये समामेलित होतात आणि एकाच्या परिवर्तनामुळे दुसऱ्यांत देखील परिवर्तन घडत असते. त्यावेळी सहसंबंध निर्माण होतो."

श्री. डब्ल्यु. आय. किंग यांच्या मते, "दोन समुह अथवा पदमाला यात प्रस्तुत असलेल्या कार्यकारण संबंधालाच सहसंबंध असे म्हणतात."

एकमेकांवर अवलंबून असलेल्या व एकमेकांकरिता निश्चित स्वरूपाचे परिवर्तन किंवा बदल अस्तित्वात आणणाऱ्या दोन किंवा त्यापैकी अधिक प्रवृत्तीच्या परस्पर संबंधालाच सहसंबंध असे म्हणतात.

एका श्रेणीचे अथवा मालेचे परिवर्तन दुसऱ्या मालेला प्रभावित करित असते. दोन चलांमधील कार्यकारण संबंधाला सहसंबंध म्हणतात. दोन पदमालात सहसंबंध प्रस्थापित करण्यासाठी मालांतील मध्यवर्ती प्रवृत्तीमध्ये संपर्क द्याव्याने अत्यावश्यक आहे.

उदा. शेंगदाण्याचा भाव अधिक झाल्यास शेंगदाण्याचे तेल महाग होते. त्याचप्रमाणे खवा आणि साखरेचा भाव बदलल्यास मिठाईवाल्या कडील मिठाईचा भाव वाढतो.

खालील स्थितीत सहसंबंध आढणार नाही. उदा. एक प्रसिद्ध नेत्रविशेषज्ञाच्या मते इंजिनियरमध्ये शिकणारे विद्यार्थी आठवड्यातून चार सिनेमा न चुकता पाहत असल्यामुळे त्यांची दृष्टी हळूहळू मंद होऊ लागली. या उदाहरणात अधिक सिनेमा पाहणे व त्यामुळे दृष्टी कमजोर होणे हा सहसंबंध दिसतो परंतु नेत्रविशेषज्ञाद्वारे या इंजिनियरिंग विद्यार्थ्यांच्या दृष्टीच्या 10 तास सतत वाचन व लेखन याकडे दुर्लक्ष करण्यात येते व वास्तविकता सिनेमा व दृष्टी बियडणे यात दाखविलेला सहसंबंध अप्रस्तुत ठरतो.

सहसंबंधाचे प्रकार खालीलप्रमाणे-

1) धनात्मक सहसंबंध (Positive Correlation): धनात्मक सहसंबंधाला बहुतेक प्रत्यक्ष किंवा अनुलोम सहसंबंध असे म्हणतात. दोन पदमालांमध्ये जर एकाच पद्धतीने बदल किंवा परिवर्तन होत असेल तर त्यास धनात्मक सहसंबंध असे म्हणतात.

उदा. वस्तूची मागणी वाढल्यास वस्तूचे मुल्य वाढणे, जीवनमान उंचावल्याबरोबर खर्च वाढणे, वयाबरोबर वृद्धी वगैरे.

साधारणतः पदमालेच्या रचनेवरून केवळ एकाच दृष्टीक्षेपात हे लक्षात येवू शकेल की सहसंबंध धनात्मक आहे की ऋणात्मक आहे (+) धनात्मक सहसंबंधाबाबत वापरतात.

2) ऋणात्मक सहसंबंध (Negative Correlation): ऋणात्मक सहसंबंधाला अप्रत्यक्ष किंवा विलोम सहसंबंध असे म्हणतात. ज्यावेळी दोन पदमालात होणारे परिवर्तन हे एका दिशेत होत नसून विरुद्ध दिशेत होत असते. त्यावेळी ऋणात्मक सहसंबंधाची निर्मिती होते. उदा. साखरेचा पुरवठा वाढल्यास साखरेचे मुल्य कमी होणे, अधिक अप्यास करून परिक्षेत यश न मिळणे इत्यादी. ऋणात्मक सहसंबंधाकरिता (-) हे चिन्ह वापरतात.

दोन पदमालात सहसंबंध किती प्रमाणात आहे. हे जाणून घेण्याकरिता सहसंबंध गुणक (Coefficient of Correlation) याचा वापर करतात. सहसंबंध गुणक शून्य असल्यास सहसंबंध विलकूल नसतो. उदा. अर्थशास्त्रातील मागणीचा नियम हा ऋण सहसंबंधाचे उत्तम उदाहरण आहे. कारण किंमत आणि मागणीचा व्यस्त सहसंबंध असतो. याचाच अर्थ किंमतीत होणाऱ्या वाढीबरोबर वस्तूची मागणी कमी होते व किंमतीत घट झाल्यास मागणीत वाढ होते.

अ) सुलभ सहसंबंध (Simple Correlation):- दोन चलांच्या मुल्यांमध्ये जो सहसंबंध आढळतो. त्यास सुलभ सहसंबंध असे म्हणतात. एक चल स्वतंत्र असून दुसरे परावलंबी असते. सुलभ सहसंबंध कारण आणि परिणाम यांच्याशी निगडित असतो.

ब) आंशिक किंवा अपूर्ण सहसंबंध (Partial Correlation):- अपूर्ण सहसंबंधाचे क्षेत्र व्यापक व विंगल असते. अपूर्ण सहसंबंधात दोनपेक्षा जास्त चलांचे निरीक्षण केल्या जाते. अपूर्ण सहसंबंध अनेक चलांच्या निरीक्षणांशी निगडित असतो. परंतु प्रामुख्याने दोन चलांमधील सहसंबंधच निश्चित केल्या जातो. अपूर्ण सहसंबंधात अन्य चल तटस्थ ठेवल्या जातात.

क) बहुविध सहसंबंध (Partial Correlation):- बहुविध सहसंबंधात दोन स्वतंत्र चल आणि एक परावलंबी चल यांचे अध्ययन केल्या जाते यात दोन अथवा दोनपेक्षा जास्त स्वतंत्र चल असू शकतात. स्वतंत्र चलांचा आश्रित चलांवर किती प्रभाव पडतो. हे जाणणे हे बहुविध सहसंबंधाचे प्रमुख ध्येय आहे.

सहसंबंधाचे प्रमाण किंवा कार्ल पियरसनच्या सहसंबंध गुणकाची वैशिष्ट्ये:

- 1) सहसंबंध नसणे: जर दोन विषयात सहसंबंध नसेल तर शून्य (0) सहसंबंध आहे असे मानले जाते.
- 2) पूर्ण सहसंबंध असणे: जर दोन विषयात किंवा दोन प्रवृत्तीमध्ये पूर्णपणे सारख्याच प्रमाणात व समदिशेने परिवर्तन दाखवित असेल तर पूर्ण सहसंबंध असे म्हणतात व हा गुणक (+1) इतका असतो.
- 3) आंशिक सहसंबंध असणे: प्रत्यक्षात सहसंबंध नसणे किंवा ते पुर्णत्वात असणे अशी स्थिती क्वचितच आढळून येते. प्रत्यक्षात सहसंबंध ( $\pm$ ) च्या मध्ये आढळून येतो.

सहसंबंध काढण्याच्या खालील पद्धती आहे.

- 1) कार्ल पियरसनच्या सहसंबंध गुणकाच्या मदतीने सहसंबंध काढणे.
- 2) स्पियरसनच्या पद्धतीने सहसंबंध काढणे.
- 3) संगामी विचलन गुणकाच्या मदतीने सहसंबंध काढणे (Coefficient of Concurrent Deviation)
- 4) विक्षेप चित्राच्या मदतीने सहसंबंध काढणे. (Scatter or Dott Diagram)
- 5) बिंदूरेखाच्या आलेख मदतीने सहसंबंध काढणे. (Graph)

कार्ल पियरसन यांची पद्धत (सहसंबंध गुणक) (Karl Pearson's Co-efficient of Correlation):

कार्ल पियरसन यांनी सहसंबंध काढण्याची पद्धत 1870 मध्ये शोधून काढली व त्यांच्यानंतर या पद्धतीला "कार्ल पियरसन पद्धती" म्हणून ओळखली जाऊ लागली. सहसंबंध माहिती करून घेण्याच्या पद्धतीमध्ये सर्वात शास्त्रशुद्ध व सर्वश्रेष्ठ पद्धती मानल्यात येते. पियरसन यांचा सहसंबंध गुणक समांतर माध्य व प्रमाण विचलन यांच्यावर आधारित आहे.

दुक्यातील या पद्धतीचे प्राणीशास्त्र (Botany) या विषयक अभ्यासाचे अध्ययन करण्याकरिता उपयोग केला जात असे बालतणुने ही पद्धती गणितीय दृष्टीने अत्यंत शुद्ध व निर्दोष अशी आहे. पदमालांची दिशा परिवर्तनाचे प्रमाण व अंकात्मक संबंध अचूक माहित होतात.

कार्ल पियरसन सहसंबंधाचे गुणक वैशिष्ट्ये:

- 1) पदमालेच्या प्रत्येक पदावर कार्ल पियरसनचे गुणक आधारलेले असते. गणितीय सिद्धांताच्या दृष्टीने या गुणकाचे सर्वापरी महत्त्व आहे.
- 2) सहविचरणाचे आदर्श माप असून पदमालेच्या प्रत्येक पदाला महत्त्व देत असते.
- 3) कार्ल पियरसन सहसंबंध गुणकाची मुख्य विशेषतः अशी की गुणक हा नेहमी +1 आणि -1 या दरम्यान असतो.
- 4) सहसंबंध गुणक शून्य असल्यास सहसंबंध अस्तित्वात नाही असे समजले जाते.
- 5) सहसंबंध गुणक काढण्याची गणितीय सिद्धांताचे ज्ञान असणे अनिवार्य आहे.
- 6) कार्ल पियरसन यांच्या गुणक पदमालांच्या परिवर्तनाची दिशा व आकृती या दोन्ही निर्धारित करीत असतो. हे गुणक घनात्मक आणि ऋणात्मक अशा दोन्ही प्रवृत्तीचे विरलेपण करीत असते.
- 7) सहसंबंध गुणकामुळे दोन पदमालांचे आपसातील संबंध प्रगट होत असतात. परंतु पदमालातील कारण आणि परिणाम याविषयी दिग्दर्शन करण्यास सहसंबंध असमर्थ ठरतो.

सहसंबंध परिणाम (Degree of correlation):-

सुत्र पद्धतीने सहसंबंध मापन करताना सहसंबंध गुणकाचा उपयोग केला जातो. त्यासाठी पुढील नियम लक्षात ठेवणे आवश्यक असते.

१) सहसंबंध नसणे (Lack of Correlation) :- दोन विषयात कोणताच सहसंबंध नसेल तर त्याला 0 सहसंबंध असे म्हणतात. अशावेळेस सहसंबंध गुणक 0 असतो.

२) पूर्ण संबंध असणे (Perfect of correlation):- दोन विषय किंवा प्रवृत्ती पूर्णपणे सारख्याच प्रमाणात आणि समदिशेने बदल दर्शवित असतील तर त्यामध्ये पूर्ण होकारात्मक सहसंबंध (Perfect positive correlation) आहे असे समजले जाते. त्यावेळी सहसंबंध गुणक (+ 1) इतका असतो. याउलट जर दोन विषय सारख्याच प्रमाणात परंतु एकमेकांच्या विरुद्ध दिशेने बदलतात. तेव्हा पूर्ण ऋणात्मक सहसंबंध आहे असे म्हणतात. अशावेळी सहसंबंध -1 असते.

३) आंशिक सहसंबंध असणे (Partial correlation):- व्यवहारात दोन विषयात पूर्णपणे सहसंबंध असणे किंवा सहसंबंध नसणे या दोन्ही बाबी अत्यंत कमी प्रमाणात दिसून येतात. प्रत्यक्षात सहसंबंध  $\pm$  या मध्ये असतो. त्यासाठी श्रेणी स्तर (Levels) अस्तित्वात येतात.

कार्ल पियरसन यांनी सहसंबंध गुणकाची गृहीत तत्त्वे:

- 1) सहसंबंध गुणकाबाबत पदमालांना स्वतंत्र घटक प्रभावित करीत असतो.
- 2) सहसंबंध गुणकाबाबत अंकाचे वितरण करताना सामान्यपणा व संभाव्यता याकडे अधिक लक्ष दिल्या जाते.
- 3) सहसंबंध गुणकाबाबत पदमालांशी संबंधित असणाऱ्या कारणांमुळे व परिणामामध्ये परस्पर संबंध असतो.
- 4) दोन समक मालामध्ये रेखामय संबंध असतो.

सहसंबंधाची मर्यादा (Limit of Correlation) :

दोन पदमालामध्ये सहसंबंध आहे किंवा नाही हे समजण्यासाठी सहसंबंध गुणकाचा उपयोग करतात. सहसंबंध घनात्मक आहे की ऋणात्मक आहे हे ठरविण्यासाठी कार्लपियरसन यांची पद्धती वापरतात. सहसंबंध गुणक (+1 व -1) या मध्येच आढळतो.

1) या मध्येच आढळतो.

(+1) हे चिन्ह धनात्मक सहसंबंध प्रगट करित असून गुणक 1 पेक्षा कमी असल्यास पदमालेतील पदांचे परिवर्तन असमान प्रमाणात होते. याउलट सहसंबंध (1) च्या जितक्याजवळ असेल तितक्या समप्रमाणात समान प्रमाणात पदमालांतील पदांचे परिवर्तन होते. सहसंबंध गुणक (0) शून्य असल्यास सहसंबंधाचा अभाव असतो. म्हणजेच एक पदमाला दुसऱ्या पदमालेला प्रभावित करित नाही.

सहसंबंधाची (परिमाणाची) सारणी:-

| क्र. | सहसंबंधाचे परिमाण   | धनात्मक(Positive) | ऋणात्मक (Negative) |
|------|---------------------|-------------------|--------------------|
| 1    | सहसंबंधाचा अभाव     | 0                 | 0                  |
| 2    | पूर्ण सहसंबंध       | (+1)              | (-1)               |
| 3    | उच्च स्तरीय परिमाण  | +0.75 to 1        | -0.75 to -1        |
| 4    | मध्यम स्तरीय परिमाण | +0.30 to 0.75     | -0.30 to 0.75      |
| 5    | निम्न स्तरीय परिमाण | 0 to 0.30         | 0 to -0.30         |

सहसंबंध गुणकाचे उतर नेहमीच ( $\pm 1$ ) या सिमांच्या अंतर्गत असते. ते 1 पेक्षा कधीही जास्त नसते खालील श्रेणी अस्तित्वात येतात.

- (+1) म्हणजे पूर्ण सहसंबंध (क्वचितच आढळणारा) (Perfect Correlation)
- (+0.75) च्या वर म्हणजे उच्च श्रेणीचा सहसंबंध (High Degree Correlation)
- (+0.30 to 0.75) च्या मध्ये म्हणजे मध्यम श्रेणीचा सहसंबंध (Moderate Degree Correlation)
- (+0.30) च्या खाली म्हणजे निम्न श्रेणीचा सहसंबंध (Low Degree Correlation)
- (0) म्हणजे सहसंबंधाचा पूर्ण अभाव.

संभाव्य विभ्रम पद्धती:-

कोणतीही पदमाला ही संबंधित सांख्यिकीय क्षेत्राचे न्यादर्श रूपाने प्रतिनिधीत्व करते पदमालेकरिता म्हणजेच आदर्शाकरिता काढलेला निर्णय हा सर्वच सांख्यिकीय क्षेत्राकरिता लागू पडेल असे सांगता येत नाही. प्राप्त केलेला सहसंबंध गुणक हा त्यापेक्षा कमी किंवा जास्त राहू शकेल. अशावेळी सहसंबंध गुणकाकरिता उच्चतम सिमा व न्यूनतम सिमा ठरविणे आवश्यक असते. म्हणजेच सहसंबंध गुणकातील संभाव्य बदल शोधून काढावा लागतो. तो ज्या अंकांने प्राप्त करतात त्याला 'संभाव्य विभ्रम' (Probable Error) असे म्हणतात. संभाव्य विभ्रम सहसंबंध गुणक काढल्यानंतर त्यांच्या सहाय्याने खालीलप्रमाणे शोधून काढता येते.

$$P.E. = 0.6745 \times \frac{1 - (r)^2}{\sqrt{n}}$$

वरील प्रकारे P.E. शोधून काढून सहसंबंधाबाबत खालीलप्रकारे निर्णय घेतात.

- 1) सहसंबंध गुणकांच्या सीमा ठरविणे (Determination of Limit) :- त्याकरिता संभाव्य विभ्रम (P.E.) सहसंबंध गुणकात (r) मिळवितात व वजा करतात.  $r \pm P.E.$

सहसंबंध गुणकांची न्यूनतम सीमा  
(Minimum level of r)

$$r - P.E.$$

सहसंबंध गुणकांची उच्चतम सीमा  
(Maximum Level of r)

$$r + P.E.$$

2) सहसंबंधाबाबत निष्कर्ष काढणे:- ज्यावेळी सहसंबंध गुणकाबरोबर संभाव्य विभ्रम शोधून काढावयाचा असतो त्यावेळी श्रेणी पद्धतीने निर्णय न घेता संभाव्य विभ्रमाच्या सहाय्याने निर्णय घेतात. त्याकरिता खालील नियमांचा अवलंब करतात. अ) जर सहसंबंध गुणक P.E. पेक्षा कमी असेल तर दोन पदमालात सहसंबंध नाही असा निष्कर्ष काढतात. ब) जर सहसंबंध गुणक  $6 \times P.E.$  पेक्षा (संभाव्य विभ्रमाची सहापट) जास्त असेल तर दोन पदमालांमध्ये निश्चितच (Significant) व मोठ्या प्रमाणावर सहसंबंध आहे हे स्पष्ट होते. सहसंबंध गुणक या सहापटीपेक्षा जेवढा अधिक असेल तेवढे त्याचे प्रमाण जास्त समजण्यात येते. क) जर सहसंबंध गुणक 3 पेक्षा कमी असेल व P.E. तुलनात्मक दृष्ट्या कमी असेल तर सहसंबंध असुनही ती कमी प्रमाणात आहे असे समजण्यात येते. ड) जर सहसंबंध गुणक 0.5 पेक्षा जास्त असेल व P.E. तुलनात्मकदृष्ट्या कमी असेल तरी सहसंबंध आहे हे निश्चित होते.

TYPE NO. 1

WHEN TWO SERIES WILL BE GIVEN

Karl Pearson Coefficient of Correlation can be computed either by Direct Method or Short Cut Method.

Direct Method:

To calculate K.P. Coefficient of Correlation of Individual Series the following process is involved. i) Arithmetic Mean of both the series ( $\bar{x}$ ) & ( $\bar{y}$ ) are calculated. ii) Deviation of the x series and y series are computed from their respective arithmetic mean for all individual values. Deviation are denoted by symbols dx and dy. iii) Deviations are squared and added to findout  $\sum dx^2$  and  $\sum dy^2$ . iv) Individual dx and dy values are multiplied ( $\sum dx dy$ ) and their total ( $\sum dx dy$ ) is obtained v) Standard deviation (S.D.) of both the series are computed from the following formula.

$$SD_x \text{ or } \delta_x = \sqrt{\frac{\sum dx^2}{n}}$$

$$SD_y \text{ or } \delta_y = \sqrt{\frac{\sum dy^2}{n}}$$

vi) Coefficient of Correlation is obtained from the following formula.

$$r = \frac{\sum dx dy}{n \times \delta_x \times \delta_y}$$

vii) This direct method can further be simplified if instead of calculating S.D. of the series the various values are taken directly to the formula for coefficient of correlation. Formula of calculating 'r' can thus be written as

$$r = \frac{\sum dx dy}{n \cdot \sqrt{\frac{\sum dx^2}{n}} \times \sqrt{\frac{\sum dy^2}{n}}}$$

Or

$$r = \frac{\sum dx dy}{\sqrt{\sum dx^2 \times \sum dy^2}}$$

Where,

$\sum dx dy$  = Total of the Products of the Deviation of values from the respective Arithmetic Mean in both the Series.

$N$  = Number of Items

$\delta x$  = S.D. of  $x$  Series

$dy$  = S.D. of  $y$  Series

**Prob 1:** Calculate Karl Pearson's Coefficient of Correlation by Direct Method.

Age of Husband : 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27

Age of Wife : 17, 17, 18, 18, 18, 19, 19, 20, 21, 22

**Solution:** Let us assumed that Age of Husband =  $x$  Series and Age of Wife =  $y$  Series.

| $x$          | $dx = 24$ | $dx^2$          | $y$          | $dy = 19$ | $dy^2$         | $dx dy$         |
|--------------|-----------|-----------------|--------------|-----------|----------------|-----------------|
| 18           | -6        | 36              | 17           | -2        | 04             | 12              |
| 19           | -5        | 25              | 17           | -2        | 04             | 10              |
| 20           | -4        | 16              | 18           | -01       | 01             | 04              |
| 21           | -3        | 09              | 18           | -01       | 01             | 03              |
| 22           | -2        | 04              | 18           | -01       | 01             | 02              |
| 23           | -1        | 01              | 19           | +00       | 00             | 00              |
| 24           | 0         | 00              | 19           | +00       | 00             | 00              |
| 25           | 1         | 01              | 20           | +1        | 01             | 01              |
| 26           | 2         | 04              | 21           | +2        | 04             | 04              |
| 27           | 3         | 09              | 22           | +3        | 09             | 09              |
| $N=10$       |           | $\sum dx^2=105$ | $N=10$       |           | $\sum dy^2=25$ | $\sum dx dy=45$ |
| $\sum x=242$ |           |                 | $\sum y=189$ |           |                |                 |

Mean  $x$  Series

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{n}$$

Mean  $y$  Series

$$\bar{Y} = \frac{\sum y}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{242}{10}$$

$$\bar{X} = 24.2 \text{ or } 24$$

S.D. of  $x$  Series

$$\delta x = \sqrt{\frac{\sum dx^2}{n}}$$

$$\delta x = \sqrt{\frac{105}{10}}$$

$$\delta x = \sqrt{10.5}$$

$$\delta x = 3.24$$

$$\bar{Y} = \frac{189}{10}$$

$$\bar{Y} = 18.9 \text{ or } 19$$

S.D. of  $y$  Series

$$\delta y = \sqrt{\frac{\sum dy^2}{n}}$$

$$\delta y = \sqrt{\frac{25}{10}}$$

$$\delta y = \sqrt{2.5}$$

$$\delta y = 1.58$$

OR

Then by applying K.P. Coefficient of Correlation

$$r = \frac{\sum dx dy}{n \times \delta x \times \delta y}$$

$$r = \frac{45}{10 \times 3.24 \times 1.58}$$

$$r = \frac{45}{51.192}$$

$$r = 0.87$$

$$r = \frac{\sum dx dy}{\sqrt{\sum dx^2 \times \sum dy^2}}$$

$$r = \frac{45}{\sqrt{105 \times 25}}$$

$$r = \frac{45}{\sqrt{2625}}$$

$$r = \frac{45}{51.23}$$

$$r = 0.87$$

Short - Cut Method

In calculating Coefficient of Correlation by Short Cut Method the following steps are taken.

- i) Some convenient value are taken as assumed mean in series  $x$  and  $y$ .
- ii) Deviation are found out from the assumed mean of the  $x$  series and  $y$  series from their respective individual values. Deviation are denoted by symbol  $dx$  and  $dy$ .
- iii) Deviations are added upto find  $\sum dx$  and  $\sum dy$ .



- iv) Individual dx and dy values are multiplied and their total ( $\sum dx dy$ ) is obtained.
- v) Deviations (dx and dy) are squared up and their total ( $\sum dx^2$  and  $\sum dy^2$ ) are obtained.
- vi) Apply the following formula.

$$r = \frac{n \cdot \sum dx dy - (\sum dx \times \sum dy)}{\sqrt{n \times \sum dx^2 - (\sum dx)^2} \times \sqrt{n \times \sum dy^2 - (\sum dy)^2}}$$

When, N = Number of items

$\sum dx dy$  = Total of Product of the Deviations of value from the respective arithmetic mean in both the Series.

$\sum dx, \sum dy$  = Sum of the Deviation from the assumed mean in x and y Series respectively.

$\sum dx^2, \sum dy^2$  = Sum of the Square of the Deviations from the assumed mean in x and y Series respectively.

Formula for Log.

$$r = \text{Antilog of } \left[ \log A - \frac{\log B + \log C}{2} \right]$$

Probable Error (P.E.)

Probable Error of the Correlation Coefficient applicable for the measurement of reliability of the computed value of the Correlation Coefficient the Probable Error (P.E.) is defined by

$$P.E. = 0.6745 \times \frac{1 - (r)^2}{\sqrt{n}}$$

When, 0.6745 is a constant number

r = Karl Pearson Coefficient of Correlation

N = No. of Pairs of observations again.

Rules of Significant of Coefficient of Correlation.

It is compared with 6 times of Probable Error (P.E.)

- a) If Coefficient of Correlation (r) is More Than or Greater Than 6 times of P.E. The Coefficient of Correlation (r) is Significant or  $r > 6 P.E.$
- b) If Coefficient of Correlation (r) is Less Than or Smaller Than 6 times of P.E. The Coefficient of Correlation (r) is Unsignificant or  $r < 6 P.E.$

Probable Limits

The upper and lower limits within which the Correlation Coefficient in the population is expected to lie are  $(r + P.E.)$  and  $(r - P.E.)$  respectively.

Thus,

$$\begin{aligned} \text{Maximum Limit} &= r + P.E. \\ \text{Minimum Limit} &= r - P.E. \end{aligned}$$

Properties of Correlation Coefficient.

The following are the important properties of Correlation Coefficients.

- 1) The values of r has no units.
- 2) Its formula is symmetrical  $r_{xy} = r_{yx}$
- 3) Its value lie between -1 to 1  $-1 \leq r \leq 1$
- 4) If  $r = 0$  there is no Correlation.
- 5) If  $r = 1$  Correlation is Perfectly Positive.
- 6) If  $r = -1$  Correlation is Perfectly Negative.
- 7) The closer the value of r is to 1 or -1 the higher the relationship between the variables.
- 8) Correlation Coefficient is the geometric mean between the two regression coefficients.

$$r = \sqrt{B_{xy} \times B_{yx}}$$

Prob 2: Calculate Coefficient of Correlation between Height and Weight of 10 student and by the test of P.E. Show whether or not relationship is significant.

Student: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

Height: 57, 59, 62, 63, 64, 65, 58, 66, 70, 72

Weight (in pound): 113, 117, 126, 125, 130, 128, 110, 132, 140, 149

Solution: Let us assumed that Height of Student = x Series Weight of Student = y Series.

| Student | Height | dx = 65   | dx <sup>2</sup>        | y      | dy = 130  | dy <sup>2</sup>         | dx dy        |
|---------|--------|-----------|------------------------|--------|-----------|-------------------------|--------------|
| 1       | 57     | -8        | 64                     | 113    | -17       | 289                     | 136          |
| 2       | 59     | -6        | 36                     | 117    | -13       | 169                     | 78           |
| 3       | 62     | -3        | 09                     | 126    | -4        | 16                      | 12           |
| 4       | 63     | -2        | 04                     | 125    | -5        | 25                      | 10           |
| 5       | 64     | -1        | 01                     | 130    | 0         | 0                       | 0            |
| 6       | 65     | 0         | 00                     | 128    | -2        | 4                       | 0            |
| 7       | 58     | -7        | 49                     | 110    | -20       | 400                     | 140          |
| 8       | 66     | 1         | 01                     | 132    | 2         | 4                       | 2            |
| 9       | 70     | 5         | 25                     | 140    | 10        | 100                     | 50           |
| 10      | 72     | 7         | 49                     | 149    | 19        | 361                     | 133          |
| N= 10   | N=10   | Σdx = -14 | Σdx <sup>2</sup> = 238 | N = 10 | Σdy = -30 | Σdy <sup>2</sup> = 1368 | Σdx dy = 561 |

By applying K.P. Coefficient of Correlation

$$r = \frac{n \times \sum dx dy - (\sum dx \times \sum dy)}{\sqrt{n \times \sum dx^2 - (\sum dx)^2} \times \sqrt{n \times \sum dy^2 - (\sum dy)^2}}$$

$$r = \frac{10 \times 561 - (-14 \times -30)}{\sqrt{10 \times 238 - (-14)^2} \times \sqrt{10 \times 1368 - (-30)^2}}$$

$$r = \frac{5610 - 420}{\sqrt{2380 - 196} \sqrt{13680 - 900}}$$

$$r = \frac{5190}{\sqrt{2184} \sqrt{12780}}$$

Then by applying Log Table

$$r = \text{Antilog of } \left[ \log A - \frac{\log B + \log C}{2} \right]$$

$$r = \text{Antilog of } \left[ \log 5190 - \frac{\log 2184 + \log 12780}{2} \right]$$

$$r = \text{Antilog of } \left[ 3.7152 - \frac{3.3393 + 4.1066}{2} \right]$$

$$r = \text{Antilog of } \left[ 3.7152 - \frac{7.4459}{2} \right]$$

$$r = \text{Antilog of } [3.7152 - 3.72295]$$

$$r = \text{Antilog of } \bar{1}.9923$$

$$r = 0.9824$$

Calculation of P.E. :-

$$P.E. = 0.6745 \times \frac{1 - (r)^2}{\sqrt{n}}$$

$$P.E. = 0.6745 \times \frac{1 - (0.9824)^2}{\sqrt{10}}$$

$$P.E. = 0.6745 \times \frac{1 - 0.9651}{3.16}$$

$$P.E. = 0.6745 \times \frac{0.03489}{3.16}$$

$$P.E. = 0.6745 \times 0.0110$$

$$P.E. = 0.007447$$

Conclusion: There is low degree Positive Correlation between Height and Weight.

Prob 3: Calculate Coefficient of Correlation and its Probable Error.

Paper I = 80, 45, 55, 56, 58, 60, 65, 68, 70, 75, 85

Paper II = 82, 56, 50, 48, 60, 62, 64, 65, 70, 74, 90

Solution: Let us assumed that Paper I = x Series

| x    | dx =60 | dx <sup>2</sup>        | y    | dy =60 | dy <sup>2</sup>        | dx dy       |
|------|--------|------------------------|------|--------|------------------------|-------------|
| 80   | +20    | 400                    | 82   | +22    | 484                    | 440         |
| 45   | -15    | 225                    | 56   | -4     | 16                     | 60          |
| 55   | -5     | 25                     | 50   | -10    | 100                    | 50          |
| 56   | -4     | 16                     | 48   | -12    | 144                    | 48          |
| 58   | -2     | 04                     | 60   | 00     | 00                     | 00          |
| 60   | 0      | 00                     | 62   | +2     | 04                     | 00          |
| 65   | +5     | 25                     | 64   | +4     | 16                     | 20          |
| 68   | +8     | 64                     | 65   | +5     | 25                     | 40          |
| 70   | +10    | 100                    | 70   | +10    | 100                    | 100         |
| 75   | +15    | 225                    | 74   | +14    | 196                    | 210         |
| 85   | +25    | 625                    | 90   | +30    | 900                    | 750         |
| N=11 | dx=57  | Σdx <sup>2</sup> =1709 | N=11 | Σdy=61 | Σdy <sup>2</sup> =1985 | Σdx dy=1718 |

By applying Karl Pearson's Coefficient of Correlation.

$$r = \frac{n \times \sum dx dy - (\sum dx \times \sum dy)}{\sqrt{n \times \sum dx^2 - (\sum dx)^2} \times \sqrt{n \times \sum dy^2 - (\sum dy)^2}}$$

$$r = \frac{11 \times 1718 - (57 \times 61)}{\sqrt{11 \times 1709 - (57)^2} \times \sqrt{11 \times 1985 - (61)^2}}$$

$$r = \frac{18898 - 3477}{\sqrt{18799 - 3249} \sqrt{21835 - 3721}}$$

$$r = \frac{15421}{\sqrt{15550} \sqrt{18114}}$$

Then by applying Log Table

$$r = \text{Antilog of } \left[ \log A \left( \frac{\log B + \log C}{2} \right) \right]$$

$$r = \text{Antilog of } \left[ \log 15421 - \frac{\log 15550 + \log 18114}{2} \right]$$

$$r = \text{Antilog of } \left[ 4.1881 - \frac{4.1917 + 4.2579}{2} \right]$$

$$r = \text{Antilog of } \left[ 4.1881 - \frac{8.4496}{2} \right]$$

$$r = \text{Antilog of } [4.1881 - 4.2248]$$

$$r = \text{Antilog of } [\bar{1}.9633]$$

$$r = 0.9189$$

Calculation of P.E. :-

$$P.E. = 0.6745 \times \frac{1 - (r)^2}{\sqrt{n}}$$

$$P.E. = 0.6745 \times \frac{1 - (0.9189)^2}{\sqrt{11}}$$

$$P.E. = 0.6745 \times \frac{1 - (0.8443)}{\sqrt{11}}$$

$$P.E. = 0.6745 \times \frac{0.15556}{3.316}$$

$$P.E. = 0.6745 \times 0.0469$$

$$P.E. = 0.03163$$

Conclusion: There is low degree Positive Correlation between Paper I and Paper II.

Prob 4: Find Coefficient of Correlation between Student and Regular Player of the following Students.

|                 |      |      |      |      |      |    |
|-----------------|------|------|------|------|------|----|
| Age:            | 15,  | 16,  | 17,  | 18,  | 19,  | 20 |
| No. of Student: | 250, | 200, | 150, | 120, | 100, | 80 |
| Regular Player: | 200, | 150, | 90,  | 48,  | 30,  | 12 |

Solution: Let us assumed that Age = x Series and Regular Play = y Series. Firstly We have to calculate Percentage of Regular Player.

$$= \frac{\text{Regular player} \times 100}{\text{No. of Students}}$$

$$y = \frac{200 \times 100}{250} = 80$$

$$y = \frac{150 \times 100}{200} = 75$$

$$y = \frac{90 \times 100}{150} = 60$$

$$y = \frac{48 \times 100}{120} = 40$$

$$y = \frac{30 \times 100}{100} = 30$$

$$y = \frac{12 \times 100}{80} = 15$$

| x   | dx =18   | dx <sup>2</sup>       | y   | dy =40   | dy <sup>2</sup>         | dx dy         |
|-----|----------|-----------------------|-----|----------|-------------------------|---------------|
| 15  | -3       | 9                     | 86  | 40       | 1600                    | -120          |
| 16  | -2       | 4                     | 75  | 35       | 1225                    | -70           |
| 17  | -1       | 1                     | 60  | 20       | 400                     | -20           |
| 18  | 0        | 0                     | 40  | 00       | 00                      | 0             |
| 19  | 1        | 1                     | 30  | -10      | 100                     | -10           |
| 20  | 2        | 4                     | 15  | -25      | 625                     | -50           |
| N=6 | Σdx = -3 | Σdx <sup>2</sup> = 19 | N=6 | Σdy = 60 | Σdy <sup>2</sup> = 3950 | Σdx dy = -270 |

$$r = \frac{n \times \sum dx dy - (\sum dx \times \sum dy)}{\sqrt{n \times \sum dx^2 - (\sum dx)^2} \times \sqrt{n \times \sum dy^2 - (\sum dy)^2}}$$

$$r = \frac{6 \times -270 - (-3 \times 60)}{\sqrt{6 \times 19 - (-3)^2} \times \sqrt{6 \times 3950 - (60)^2}}$$

$$r = \frac{-1620 - (-180)}{\sqrt{114 - 9} \sqrt{23700 - 3600}}$$

$$r = \frac{-1440}{\sqrt{105} \sqrt{20100}}$$

Then by applying Log Table

$$r = \text{Antilog of } \left[ \text{Log A} - \frac{\text{Log B} + \text{Log C}}{2} \right]$$

$$r = \text{Antilog of } \left[ \text{Log} - 1440 - \frac{\text{Log} 105 + \text{Log} 20100}{2} \right]$$

$$r = \text{Antilog of } \left[ -3.1584 - \frac{2.0212 + 4.3032}{2} \right]$$

$$r = \text{Antilog of } \left[ -3.1584 - \frac{6.3244}{2} \right]$$

$$r = \text{Antilog of } [-3.1584 - 3.1622]$$

$$r = \text{Antilog of } [-1.9962]$$

$$\boxed{r = -0.9913}$$

Calculation of P.E. :-

$$P.E. = 0.6745 \times \frac{1 - (r)^2}{\sqrt{n}}$$

$$P.E. = 0.6745 \times \frac{1 - (-0.9913)^2}{\sqrt{6}}$$

$$P.E. = 0.6745 \times \frac{1 - (0.9827)}{2.449}$$

$$P.E. = 0.6745 \times \frac{0.0173}{2.449}$$

$$P.E. = 0.6745 \times 0.00706$$

$$P.E. = 0.00476$$

Prob 5: Following table gives the distribution of the total population and those who are totally and partially blind among them. Find out if there is any relation between Age and Blindness and its Probable Error.

|               |   |        |        |        |        |        |        |        |
|---------------|---|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Age           | : | 10-20, | 20-30, | 30-40, | 40-50, | 50-60, | 60-70, | 70-80, |
| No. of Person | : | 90,    | 80,    | 60,    | 50,    | 30,    | 20,    | 10     |
| Blind         | : | 45,    | 40,    | 30,    | 30,    | 25,    | 18,    | 10     |

Solution: Let us assumed that Age = x and Blindness = y Series.

Midvalue of Age will be taken as x and y that is Blindness will be calculated.

$$y = \frac{\text{Blind} \times 100}{\text{No. of Person}}$$

$$y = \frac{45 \times 100}{90} = 50$$

$$y = \frac{40 \times 100}{80} = 50$$

$$y = \frac{30 \times 100}{60} = 50$$

$$y = \frac{30 \times 100}{50} = 60$$

$$y = \frac{25 \times 100}{30} = 83$$

$$y = \frac{18 \times 100}{20} = 90$$

$$y = \frac{10 \times 100}{10} = 100$$

| Age   | M.V. | dx = 45 | i = 10  | dx <sup>2</sup>       | y     | dy = 60  | dy <sup>2</sup>         | dx dy        |
|-------|------|---------|---------|-----------------------|-------|----------|-------------------------|--------------|
| 10-20 | 15   | -30     | -3      | 9                     | 50    | -10      | 100                     | 30           |
| 20-30 | 25   | -20     | -2      | 4                     | 50    | -10      | 100                     | 20           |
| 30-40 | 35   | -10     | -1      | 1                     | 50    | -10      | 100                     | 10           |
| 40-50 | 45   | 0       | 0       | 0                     | 60    | 0        | 0                       | 00           |
| 50-60 | 55   | 10      | 1       | 1                     | 83    | 23       | 529                     | 23           |
| 60-70 | 65   | 20      | 2       | 4                     | 90    | 30       | 900                     | 60           |
| 70-80 | 75   | 30      | 3       | 9                     | 100   | 40       | 1600                    | 120          |
| N=7   |      |         | Σdx = 0 | Σdx <sup>2</sup> = 28 | N = 7 | Σdy = 63 | Σdy <sup>2</sup> = 3329 | Σdx dy = 263 |

By applying Karl Pearson's Coefficient of Correlation.

$$r = \frac{n \times \sum dx dy - (\sum dx \times \sum dy)}{\sqrt{n \times \sum dx^2 - (\sum dx)^2} \times \sqrt{n \times \sum dy^2 - (\sum dy)^2}}$$

$$r = \frac{7 \times 263 - (0 \times 63)}{\sqrt{7 \times 28 - (0)^2} \times \sqrt{7 \times 3329 - (63)^2}}$$

$$r = \frac{1841 - 0}{\sqrt{196 - 0} \sqrt{23303 - 3969}}$$

$$r = \frac{1841}{\sqrt{196} \sqrt{19334}}$$

Then by applying Log Table:-

$$r = \text{Antilog of} \left[ \text{Log A} - \frac{\text{Log B} + \text{Log C}}{2} \right]$$

$$r = \text{Antilog of} \left[ \text{Log } 3.2650 - \frac{\text{Log } 2.2923 + \text{Log } 4.2863}{2} \right]$$

$$r = \text{Antilog of} \left[ 3.2650 - \frac{6.5786}{2} \right]$$

$$r = \text{Antilog of } [3.2650 - 3.2893]$$

$$r = \text{Antilog of } [-1.9757]$$

$$r = -0.9456$$

Calculation of P.E. :-

$$P.E. = 0.6745 \times \frac{1 - (r)^2}{\sqrt{n}}$$

$$P.E. = 0.6745 \times \frac{1 - (-0.9456)^2}{\sqrt{7}}$$

$$P.E. = 0.6745 \times \frac{1 - 0.8941}{2.6451}$$

$$P.E. = 0.6745 \times \frac{0.1059}{2.6451}$$

$$P.E. = 0.6745 \times 0.0400$$

$$P.E. = 0.02700$$

Prob .6. Find out co-efficient of Co-relation from the data.

Price (in Rs.): 78, 36, 98, 25, 75, 82, 90, 62, 65, 39

Supply (in kgs): 85, 51, 91, 60, 68, 62, 86, 58, 53, 47

Denoting that Price By "x" & supply by "Y".

| x    | dx(75)   | dx <sup>2</sup>        | y    | dy (68)               | dy <sup>2</sup>         | dx dy         |
|------|----------|------------------------|------|-----------------------|-------------------------|---------------|
| 78   | 3        | 9                      | 85   | 17                    | 289                     | 51            |
| 36   | -39      | 1521                   | 51   | -17                   | 289                     | 663           |
| 98   | 23       | 529                    | 91   | 23                    | 529                     | 529           |
| 25   | 50       | 2500                   | 60   | -8                    | 64                      | 400           |
| 75   | 0        | 0                      | 68   | 0                     | 0                       | 0             |
| 82   | 7        | 49                     | 62   | -6                    | 36                      | -42           |
| 90   | 15       | 225                    | 86   | 18                    | 324                     | 270           |
| 62   | -13      | 168                    | 58   | -10                   | 100                     | 130           |
| 65   | -10      | 100                    | 53   | -15                   | 225                     | 150           |
| 39   | -36      | 1296                   | 47   | -21                   | 441                     | 756           |
| n=10 | ∑dx=-100 | ∑dx <sup>2</sup> =6398 | n=10 | ∑dy <sup>2</sup> =-19 | ∑dy <sup>2</sup> = 2297 | ∑dx dy = 2907 |

Karl Pearsons Co-efficient of Co-relation

$$r = \frac{n \times \sum dx dy - (\sum dx \times \sum dy)}{\sqrt{n \times \sum dx^2 - (\sum dx)^2} \times \sqrt{n \times \sum dy^2 - (\sum dy)^2}}$$

$$= \frac{10 \times 2907 - (-100 \times -19)}{\sqrt{10 \times 6398 - (-100)^2} \times \sqrt{10 \times 2297 - (-19)^2}}$$

$$= \frac{29070 - 1900}{\sqrt{63980 - 10000} \times \sqrt{22970 - 361}}$$

$$= \frac{27170}{\sqrt{53980} \times \sqrt{22609}}$$

$$= \frac{27170}{232.34 \times 150.36}$$

$$= \frac{27170}{34934.64}$$

$$= 0.78$$

Probable Error

$$P.E = 0.6745 \frac{1 - r^2}{\sqrt{n}}$$

$$= 0.6745 \frac{1 - 0.78^2}{\sqrt{10}}$$

$$= 0.6745 \frac{1 - 0.61}{3.16}$$

$$= 0.6745 \frac{0.39}{3.16}$$

$$= 0.6745 \times 0.12$$

$$= 0.08$$

Prob 7. Calculate Karl Pearsons Co-efficient of co-relation and it's Probable Errors.

Age of Husband: 23, 27, 28, 29, 30, 31, 33, 35, 36, 39

Age of Wife: 18, 22, 23, 24, 25, 26, 28, 29, 30, 32

Denoting that age of Husband by "x" and age of Wife by "y".

| x    | dx (30) | dx <sup>2</sup>       | y    | dy (25) | dy <sup>2</sup>       | dx dy      |
|------|---------|-----------------------|------|---------|-----------------------|------------|
| 23   | -7      | 49                    | 18   | -7      | 49                    | 49         |
| 27   | -3      | 9                     | 22   | -3      | 9                     | 9          |
| 28   | -2      | 4                     | 23   | -2      | 4                     | 4          |
| 29   | -1      | 1                     | 24   | -1      | 1                     | 1          |
| 30   | 0       | 0                     | 25   | 0       | 0                     | 0          |
| 31   | 1       | 1                     | 26   | 1       | 1                     | 1          |
| 33   | 3       | 9                     | 28   | 3       | 9                     | 9          |
| 35   | 5       | 25                    | 29   | 4       | 16                    | 20         |
| 36   | 6       | 36                    | 30   | 5       | 25                    | 30         |
| 39   | 9       | 81                    | 32   | 7       | 49                    | 63         |
| n=10 | Σdx=11  | Σdx <sup>2</sup> =215 | n=10 | Σdy=7   | Σdy <sup>2</sup> =163 | Σdx dy=186 |

Karl Pearsons co-efficient of Co-relation

$$r = \frac{n \times \sum dx dy - (\sum dx \times \sum dy)}{\sqrt{n \times \sum dx^2 - (\sum dx)^2} \times \sqrt{n \times \sum dy^2 - (\sum dy)^2}}$$

$$= \frac{10 \times 186 - (11 \times 7)}{\sqrt{10 \times 215 - (11)^2} \times \sqrt{10 \times 163 - (7)^2}}$$

$$= \frac{1860 - 77}{\sqrt{2150 - 121} \times \sqrt{1630 - 49}}$$

$$= \frac{1783}{\sqrt{2019} \times \sqrt{1581}}$$

$$= \frac{1783}{45.04 \times 39.76}$$

$$= \frac{1783}{1790.79}$$

$$= 0.99$$

Probable Error

$$P.E = 0.6745 \frac{1-r^2}{\sqrt{n}}$$

$$= 0.6745 \frac{1-0.99^2}{\sqrt{10}}$$

$$= 0.6745 \frac{1-0.98}{3.16}$$

$$= 0.6745 \frac{0.02}{3.16}$$

$$= 0.6745 \times 0.0063$$

$$= 0.004$$

Prob 8. Find out co-efficient of co-relation between the highest and weight of 10 students by Test of probable.

Hight: 57, 59, 62, 63, 64, 65, 58, 66, 70, 72

Weight: 113, 117, 126, 125, 130, 128, 110, 132, 140, 149

Denoting that hight by "x" & Weight by "y"

| x    | dx(65)               | dx <sup>2</sup>       | y    | dy(128) | dy <sup>2</sup>        | dx dy      |
|------|----------------------|-----------------------|------|---------|------------------------|------------|
| 57   | -8                   | 64                    | 113  | -15     | 225                    | 120        |
| 59   | -6                   | 36                    | 117  | -11     | 121                    | 66         |
| 62   | -3                   | 9                     | 126  | -2      | 4                      | 6          |
| 63   | -2                   | 4                     | 125  | -3      | 9                      | 6          |
| 64   | -1                   | 1                     | 130  | 2       | 4                      | -2         |
| 65   | 0                    | 0                     | 128  | 0       | 0                      | 0          |
| 58   | -7                   | 49                    | 110  | -18     | 324                    | 126        |
| 66   | 1                    | 1                     | 132  | 4       | 16                     | 4          |
| 70   | 5                    | 25                    | 140  | 12      | 144                    | 60         |
| 72   | 7                    | 49                    | 149  | 21      | 441                    | 147        |
| n=10 | Σdx <sup>2</sup> =14 | Σdx <sup>2</sup> =238 | n=10 | Σdy=-10 | Σdy <sup>2</sup> =1288 | Σdx dy=533 |

Karl Pearsons co-efficient of Co-relation

$$r = \frac{n \times \sum dx dy - (\sum dx \times \sum dy)}{\sqrt{n \times \sum dx^2 - (\sum dx)^2} \times \sqrt{n \times \sum dy^2 - (\sum dy)^2}}$$

$$= \frac{10 \times 533 - (-14 \times -10)}{\sqrt{10 \times 238 - (-14)^2} \times \sqrt{10 \times 1288 - (-10)^2}}$$

$$= \frac{5330 - 140}{\sqrt{2380 - 196} \times \sqrt{12880 - 100}}$$

$$= \frac{5190}{\sqrt{2184} \times \sqrt{12780}}$$

$$= \frac{5190}{46.73 \times 113.05}$$

$$= \frac{5190}{5282.83}$$

**= 0.98**

Probable Error

$$P.E = 0.6745 \frac{1 - r^2}{\sqrt{n}}$$

$$= 0.6745 \frac{1 - 0.982}{\sqrt{10}}$$

$$= 0.6745 \frac{1 - 0.96}{3.16}$$

$$= 0.6745 \frac{0.04}{3.16}$$

$$= 0.6745 \times 0.013$$

**= 0.009**

Prob 9: Calculate co-efficient of co-relation from the following data  
 Intelligence Ratio: 105, 104, 102, 101, 120, 99, 98, 96, 93, 92  
 Arithmetic: 101, 103, 100, 98, 95, 96, 104, 92, 96, 94

Denoting that Intelligence Ration by "x" & Arithmetic by "y"

| x    | dx(100) | dx <sup>2</sup>       | y    | dy(100) | dy <sup>2</sup>       | dx dy      |
|------|---------|-----------------------|------|---------|-----------------------|------------|
| 105  | 5       | 25                    | 101  | 1       | 1                     | 5          |
| 104  | 4       | 16                    | 103  | 3       | 9                     | 12         |
| 102  | 2       | 4                     | 100  | 0       | 0                     | 0          |
| 101  | 1       | 1                     | 98   | -2      | 4                     | -2         |
| 100  | 0       | 0                     | 95   | -5      | 25                    | 0          |
| 99   | -1      | 1                     | 96   | -4      | 16                    | 4          |
| 98   | -2      | 4                     | 104  | 4       | 16                    | 32         |
| 96   | -4      | 16                    | 92   | -8      | 64                    | 32         |
| 93   | -7      | 49                    | 97   | -3      | 9                     | 21         |
| 92   | -8      | 64                    | 94   | -6      | 36                    | 48         |
| n=10 | ∑dx=-10 | ∑dx <sup>2</sup> =180 | n=10 | ∑dy=-20 | ∑dy <sup>2</sup> =180 | ∑dx dy=112 |

Karl Pearsons Co-efficient of co-relation

$$r = \frac{n \times \sum dx dy - (\sum dx \times \sum dy)}{\sqrt{n \times \sum dx^2 - (\sum dx)^2} \times \sqrt{n \times \sum dy^2 - (\sum dy)^2}}$$

$$= \frac{10 \times 112 - (-10 \times -20)}{\sqrt{10 \times 180 - (-10)^2} \times \sqrt{10 \times 180 - (-20)^2}}$$

$$= \frac{1120 - 200}{\sqrt{1800 - 100} \times \sqrt{1800 - 400}}$$

$$= \frac{920}{\sqrt{1700} \times \sqrt{1400}}$$

$$= \frac{920}{41.23 \times 37.42}$$

$$= \frac{920}{1542.83}$$

**= 0.60**



$$P.E = 0.6745 \frac{1-r^2}{\sqrt{n}}$$

$$= 0.6745 \frac{1-0.60^2}{\sqrt{10}}$$

$$= 0.6745 \frac{1-0.36}{3.16}$$

$$= 0.6745 \frac{0.64}{3.16}$$

$$= 0.6745 \times 0.20$$

$$= 0.14$$

Prob 10: The following Table use the marks if 10 by a group of 12 students in two Examinations and calculate the co-efficient of co-relation between the marks of 10 in two examination

Students: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

Marks in Exam A: 14, 13, 17, 14, 18, 12, 20, 16, 18, 17, 19, 21

Marks of Exam B: 18, 16, 18, 15, 19, 16, 18, 15, 21, 17, 18, 20

Denoting that Marks in Exam A by "x" & Marks in Exam B by "y"

| x    | dx(20)  | dx <sup>2</sup>       | y    | dy (18) | dy <sup>2</sup>      | dx dy     |
|------|---------|-----------------------|------|---------|----------------------|-----------|
| 14   | -6      | 36                    | 18   | 0       | 0                    | 0         |
| 13   | -7      | 49                    | 16   | -2      | 4                    | -14       |
| 17   | -3      | 9                     | 18   | 0       | 0                    | 0         |
| 14   | -6      | 36                    | 15   | -3      | 9                    | -18       |
| 18   | -2      | 4                     | 19   | 1       | 1                    | -2        |
| 12   | -8      | 64                    | 16   | -2      | 4                    | 16        |
| 20   | 0       | 0                     | 18   | 0       | 0                    | 0         |
| 16   | -4      | 16                    | 15   | -3      | 9                    | 12        |
| 18   | -2      | 4                     | 21   | 3       | 9                    | -6        |
| 17   | -3      | 9                     | 17   | -1      | 1                    | 3         |
| 19   | -1      | 1                     | 18   | 0       | 0                    | 0         |
| 21   | 1       | 1                     | 20   | 2       | 4                    | 2         |
| n=12 | Σdx=-41 | Σdx <sup>2</sup> =229 | n=12 | Σdy=-5  | Σdy <sup>2</sup> =41 | Σdx dy=57 |

$$r = \frac{n \times \sum dx dy - (\sum dx \times \sum dy)}{\sqrt{n \times \sum dx^2 - (\sum dx)^2} \times \sqrt{n \times \sum dy^2 - (\sum dy)^2}}$$

$$= \frac{12 \times 57 - (-41 \times -5)}{\sqrt{12 \times 229 - (-41)^2} \times \sqrt{12 \times 41 - (-5)^2}}$$

$$= \frac{684 - 205}{\sqrt{2748 - 1681} \times \sqrt{492 - 25}}$$

$$= \frac{479}{\sqrt{1067} \times \sqrt{467}}$$

$$= \frac{479}{32.66 \times 21.61}$$

$$= \frac{479}{705.78}$$

$$= 0.68$$

Probable Errors

$$P.E = 0.6745 \frac{1-r^2}{\sqrt{n}}$$

$$= 0.6745 \frac{1-0.68^2}{\sqrt{12}}$$

$$= 0.6745 \frac{1-0.46}{3.46}$$

$$= 0.6745 \frac{0.54}{3.46}$$

$$= 0.6745 \times 0.16$$

$$= 0.11$$

Prob 11: Calculate the co-efficient of co-relation between the test scores and scales

Test Scores:- 14, 19, 24, 21, 26, 22, 15, 20, 10

Scales: 31, 36, 40, 37, 50, 45, 33, 41, 39

| x    | dx(26)  | x <sup>2</sup>        | y   | dy(50)  | dy <sup>2</sup>        | dxdy      |
|------|---------|-----------------------|-----|---------|------------------------|-----------|
| 14   | -12     | 144                   | 31  | -19     | 361                    | 228       |
| 19   | -7      | 49                    | 36  | -14     | 196                    | 98        |
| 24   | -2      | 4                     | 48  | -2      | 4                      | 4         |
| 21   | -5      | 25                    | 37  | -13     | 169                    | 65        |
| 26   | 0       | 0                     | 50  | 0       | 0                      | 0         |
| 22   | -4      | 16                    | 45  | -5      | 25                     | 20        |
| 15   | -11     | 121                   | 33  | -17     | 289                    | 187       |
| 20-6 | 36      | 41                    | -9  | 81      | 54                     |           |
| 19   | -7      | 49                    | 39  | -11     | 121                    | 77        |
| n=9  | Σdx=-54 | Σdx <sup>2</sup> =444 | n=9 | Σdy=-90 | Σdy <sup>2</sup> =1246 | Σdxdy=733 |

Karl Pearsons Co-efficient of Co-relation

$$r = \frac{n \times \sum dxdy - (\sum dx \times \sum dy)}{\sqrt{n \times \sum dx^2 - (\sum dx)^2} \times \sqrt{n \times \sum dy^2 - (\sum dy)^2}}$$

$$= \frac{9 \times 733 - (-54 \times -90)}{\sqrt{9 \times 444 - (-54)^2} \times \sqrt{9 \times 1246 - (-90)^2}}$$

$$= \frac{6597 - 4860}{\sqrt{3996 - 2916} \times \sqrt{11214 - 8100}}$$

$$= \frac{1737}{\sqrt{1080} \times \sqrt{3114}}$$

$$= \frac{1737}{32.86 \times 55.80}$$

$$= \frac{1737}{1833.59}$$

$$= 0.95$$

Probable Errors

$$P.E = 0.6745 \frac{1-r^2}{\sqrt{n}}$$

$$= 0.6745 \frac{1-0.95^2}{\sqrt{9}}$$

$$= 0.6745 \frac{1-0.90}{3}$$

$$= 0.6745 \frac{0.1}{3}$$

$$= 0.6745 \times 0.03$$

$$= 0.02$$

Prob 12: Find out the co-efficient of co-relation between the hight of fathal and sons.

Height of Fathers: 65, 66, 67, 67, 68, 69, 71, 73

Height of Sons: 67, 68, 64, 68, 72, 70, 69, 70

Denoting that height of father by "x" & Height of sons by "y"

| x   | dx(67) | dx <sup>2</sup>      | y   | dy(68) | dy <sup>2</sup>      | dxdy     |
|-----|--------|----------------------|-----|--------|----------------------|----------|
| 65  | -2     | 4                    | 67  | -1     | 1                    | 2        |
| 66  | -1     | 1                    | 68  | 0      | 0                    | 0        |
| 67  | 0      | 0                    | 64  | -4     | 16                   | 0        |
| 67  | 0      | 0                    | 68  | 0      | 0                    | 0        |
| 68  | 1      | 1                    | 72  | 4      | 16                   | 4        |
| 69  | 2      | 4                    | 70  | 2      | 4                    | 4        |
| 71  | 4      | 16                   | 69  | 1      | 1                    | 4        |
| 73  | 6      | 36                   | 70  | 2      | 4                    | 12       |
| n=8 | Σdx=10 | Σdx <sup>2</sup> =62 | n=8 | Σdy=4  | Σdy <sup>2</sup> =42 | Σdxdy=26 |

Karl Pearsons co-efficient co-relation

$$r = \frac{n \times \sum dxdy - (\sum dx \times \sum dy)}{\sqrt{n \times \sum dx^2 - (\sum dx)^2} \times \sqrt{n \times \sum dy^2 - (\sum dy)^2}}$$

$$= \frac{8 \times 26 - (10 \times 4)}{\sqrt{8 \times 62 - (10)^2} \times \sqrt{8 \times 42 - (4)^2}}$$

$$= \frac{208 - 40}{\sqrt{496 - 10} \times \sqrt{336 - 16}}$$

$$= \frac{168}{\sqrt{396} \times \sqrt{320}}$$

$$= \frac{168}{19.90 \times 17.89}$$

$$= \frac{168}{356.01}$$

$$= 0.47$$

Probable Error

$$P.E = 0.6745 \frac{1-r^2}{\sqrt{n}}$$

$$= 0.6745 \frac{1-0.47^2}{\sqrt{8}}$$

$$= 0.6745 \frac{1 - 0.22}{2.83}$$

$$= 0.6745 \frac{0.78}{2.83}$$

$$= 0.6745 \times 0.28$$

$$= 0.19$$

Prob 13: Calculate co-efficient of co-relation between Advertisement cost and sales as per the data given below.

Advertisement cost (Rs.): 39, 65, 62, 90, 82, 75, 25, 98, 36, 78

Sales: 47, 53, 58, 86, 62, 68, 60, 91, 51, 84

Denoting that Advertisement cost (Rs) by "x" and sales (Rs.) by "y"

| x    | dx(82)   | x <sup>2</sup>         | y    | dy(62) | dy <sup>2</sup>        | dx dy         |
|------|----------|------------------------|------|--------|------------------------|---------------|
| 39   | -43      | 1849                   | 47   | -15    | 225                    | 645           |
| 65   | -17      | 289                    | 53   | -9     | 81                     | 153           |
| 62   | -20      | 400                    | 58   | -4     | 16                     | 80            |
| 90   | 8        | 64                     | 86   | 24     | 576                    | 192           |
| 82   | 0        | 0                      | 62   | 0      | 0                      | 0             |
| 75   | -7       | 49                     | 68   | 6      | 36                     | -42           |
| 25   | -57      | 3249                   | 60   | -2     | 4                      | 114           |
| 98   | 16       | 256                    | 91   | 29     | 841                    | 464           |
| 36   | -46      | 2116                   | 51   | -11    | 121                    | 506           |
| 78   | -4       | 16                     | 84   | 22     | 484                    | -88           |
| n=10 | Σdx=-170 | Σdx <sup>2</sup> =8288 | n=10 | Σdy=40 | Σdy <sup>2</sup> =2384 | Σdx dy = 2024 |

Karl Pearsons co-efficient of co-relation

$$r = \frac{n \times \sum dx dy - (\sum dx \times \sum dy)}{\sqrt{n \times \sum dx^2 - (\sum dx)^2} \times \sqrt{n \times \sum dy^2 - (\sum dy)^2}}$$

$$= \frac{10 \times 2024 - (-170 \times 40)}{\sqrt{10 \times 8288 - (-170)^2} \times \sqrt{10 \times 2384 - (40)^2}}$$

$$= \frac{20,240 - (-6800)}{\sqrt{82880 - 28900} \times \sqrt{23842 - 1600}}$$

$$= \frac{27040}{\sqrt{53980} \times \sqrt{22240}}$$

$$= \frac{27040}{232.34 \times 149.13}$$

$$= \frac{27040}{34,648.86}$$

$$= 0.78$$

Probable Error

$$P.E = 0.6745 \frac{1-r^2}{\sqrt{n}}$$

$$= 0.6745 \frac{1 - 0.78^2}{\sqrt{10}}$$

$$= 0.6745 \frac{1-0.61}{3.16}$$

$$= 0.6745 \frac{0.39}{3.16}$$

$$= 0.6745 \times 0.12$$

$$= 0.08$$

Prob 14: Calculate co-efficient of co-efficient between price and supply.

Price: 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26

Supply: 38, 37, 38, 39, 32, 33, 34, 29, 26, 23.

Denoting that price by "x" and supply by "y"

| x    | dx(19) | dx <sup>2</sup>       | y    | dy(29) | dy <sup>2</sup>       | dx dy        |
|------|--------|-----------------------|------|--------|-----------------------|--------------|
| 17   | -2     | 4                     | 38   | 9      | 81                    | -18          |
| 18   | -1     | 1                     | 37   | 8      | 64                    | -8           |
| 19   | 0      | 0                     | 38   | 9      | 81                    | 0            |
| 20   | 1      | 1                     | 33   | 4      | 16                    | 4            |
| 21   | 2      | 4                     | 32   | 3      | 9                     | 6            |
| 22   | 3      | 9                     | 33   | 4      | 16                    | 12           |
| 23   | 4      | 16                    | 34   | 5      | 25                    | 20           |
| 24   | 5      | 25                    | 29   | 0      | 0                     | 0            |
| 25   | 6      | 36                    | 26   | -3     | 9                     | -18          |
| 26   | 7      | 49                    | 23   | -6     | 36                    | -42          |
| n=10 | Σdx=25 | Σdx <sup>2</sup> =145 | n=10 | Σdy=33 | Σdy <sup>2</sup> =337 | Σdx dy = -44 |

Karl Pearsons co-efficient of co-relation

$$r = \frac{n \times \sum dx dy - (\sum dx \times \sum dy)}{\sqrt{n \times \sum dx^2 - (\sum dx)^2} \times \sqrt{n \times \sum dy^2 - (\sum dy)^2}}$$

$$= \frac{10 \times (-44) - (25 \times 33)}{\sqrt{10 \times 145 - (25)^2} \times \sqrt{10 \times 337 - (33)^2}}$$

$$= \frac{-440 - 825}{\sqrt{1450 - 625} \times \sqrt{3370 - 1089}}$$

$$= \frac{-1265}{\sqrt{825} \times \sqrt{2281}}$$

$$= \frac{-1265}{28.72 \times 47.76}$$

$$= \frac{-1265}{1371.67}$$

$$= -0.92$$

Probable Error

$$P.E = 0.6745 \frac{1-r^2}{\sqrt{n}}$$

$$= 0.6745 \frac{1 - (-0.92)^2}{\sqrt{10}}$$

$$= 0.6745 \frac{1 - 0.85}{3.16}$$

$$= 0.6745 \frac{0.15}{3.16}$$

$$= 0.6745 \times 0.05$$

$$= 0.03$$

Prob15 : Calculate Karl Pearsons co-efficient of co-relation

X = 2, 4, 6, 8, 10

Y = 12, 14, 16, 18, 20,

| x   | dx    | dx <sup>2</sup>      | y   | dy    | dy <sup>2</sup>      | dx dy     |
|-----|-------|----------------------|-----|-------|----------------------|-----------|
| 12  | -4    | 16                   | 12  | -4    | 16                   | 16        |
| 4   | -2    | 4                    | 14  | -2    | 4                    | 4         |
| 6   | 0     | 0                    | 16  | 0     | 0                    | 0         |
| 8   | 2     | 4                    | 18  | 2     | 4                    | 4         |
| 10  | 4     | 16                   | 20  | 4     | 16                   | 16        |
| n=5 | ∑dx=0 | ∑dx <sup>2</sup> =40 | n=5 | ∑dy=0 | ∑dy <sup>2</sup> =40 | ∑dx dy=40 |

Karl Pearsons co-efficient of Co-relation

$$r = \frac{n \times \sum dx dy - (\sum dx \times \sum dy)}{\sqrt{n \times \sum dx^2 - (\sum dx)^2} \times \sqrt{n \times \sum dy^2 - (\sum dy)^2}}$$

$$= \frac{5 \times 40 - (0 \times 0)}{\sqrt{5 \times 40 - (0)^2} \times \sqrt{5 \times 40 - (0)^2}}$$

$$= \frac{200 - 0}{\sqrt{200 - 0} \times \sqrt{200 - 0}}$$

$$= \frac{200}{\sqrt{200} \times \sqrt{200}}$$

$$= \frac{200}{14.14 \times 14.14} = \frac{200}{199.94}$$

$$\boxed{= 1.0}$$

Probable Error

$$= 0.6745 \frac{1 - (-0.92)^2}{\sqrt{10}}$$

$$= 0.6745 \frac{1 - 1.0^2}{\sqrt{5}}$$

$$= 0.6745 \frac{1 - 1}{2.24} = 0.6745 \frac{0}{2.24}$$

$$= 0.6745 \times 0$$

$$\boxed{= 0}$$

TYPE NO. 2

WHEN TABLE WILL BE GIVEN

The frequency distribution in which the values of two variable and y occurs in pairs with frequencies (f) is called a Bivariate Frequency Distribution. It is also called Variable Frequency Table or Correlation Table.

It is applicable if the number of observation are very large and data have been classified according to two measurements.

वर्गिकृत पदमालेत सहसंबंध गुणक काढणे (Calculation of Coefficient of Correlation in Grouped Data)

ज्यावेळी दोन खंडीत पदमाला किंवा दोन सतत पदमाला किंवा एक खंडीत व एक सतत पदमाला एकत्रित रीतीने दिलेल्या असतात. म्हणजे त्यांची रचना करून पदसंख्या (Frequency) दोन्ही पदमालांकरिता वर्गरूपाने दिलेल्या असतात. तेव्हा अशा वैशिष्ट्यपूर्ण रचनेला सहसंबंध सारणी (Correlation Table) असे म्हणतात. या वर्गिकृत पदमालेकरिता सहसंबंध गुणक काढतांना खालील पद्धतीचा अवलंब करतात.

1) दिलेल्या सहसंबंध सारणीतील आडव्या पदमालेला (x) पदमाला व उभ्या पदमालेला (y) पदमाला असे नाव देणे. सारणीतील कान्याव्यतिरिक्त (Column) पाच उभे व आडवे अतिरिक्त रकाने आखून गणिताची रचना करावी जर सतत पदमाला नसले तर (M.V.) मध्यमूल्य काढावे लागणार नाही व त्यामुळे एक रकाना कमी होईल.

2) वरीलप्रकारे गणिताची रचनावरून उभ्या व आडव्या दोन्ही पदमालांकरिता (सतत पदमाला असल्यास) मध्यमूल्य काढणे दोन्ही मध्यमूल्यातील एखादे पद त्या त्या पदमालाकरिता गृहीत माध्य कल्पून त्यापासून 'x' पदमालेकरिता (±) विचलन dx व y पदमालेकरिता विचलन dy शोधून काढणे (या ठिकाणी एक गोष्ट लक्षात ठेवण्यासारखी आहे की ती म्हणजे विचलन अंतर् विचारात न घेता एकदम पद विचलन काढतात.)

3) वरील प्रकारे काढलेल्या विचलनाला पदसंख्येने गुणून f dx व f dy संख्या शोधून काढणे व त्याची बिजगणितय बेरीज करून ∑ f dx व ∑ f dy काढणे.

4) विचलनाला (dx) व (dy) यांना अनुक्रम (f dx) व (f dy) या संख्यांनी गुणून आलेल्या संख्याची बेरीज करून (∑ f dx<sup>2</sup>) व (∑ f dy<sup>2</sup>) शोधून काढणे.

5) या प्रकारच्या वर्गिकृत पदमालेत f dx dy शोधून काढण्याकरिता प्राप्त विचलन त्या त्या गटाच्या समोर लिहून त्यांचा गुणाकार करून येणारी संख्या संबंधित पदसंख्येच्या वरील डाव्या कोपऱ्यात लिहिणे व त्या संख्येने पदसंख्येला गुणून आलेली संख्या खालील उजव्या कोपऱ्यात लिहिणे या प्रकारे काढलेल्या संख्यांची आडवी व उभी बिजगणितय बेरीज करणे या संख्यांची एकूण बेरीज म्हणजे ∑ f dx dy होय.

6) वरील प्रकारे सहसंबंध सारणी पूर्ण करून लघु पद्धतीचा अवलंब करणे या प्रकारच्या रचनेत सामान्यपणे प्रत्यक्ष पद्धत गणितय गणनाकरिता सोयीची नसल्यामुळे लघु पद्धतीचा उपयोग करणे योग्य ठरते.

$$r = \frac{n \times \sum f dx dy - (\sum f dx \times \sum f dy)}{\sqrt{n \times \sum f dx^2 - (\sum f dx)^2} \times \sqrt{n \times \sum f dy^2 - (\sum f dy)^2}}$$

Prob.1. From the following bivariate table find out the Karl Pearson's co-efficient of correlation and its probable error.

| Marks In  | Marks in statistics |       |       |       |        | Total |    |
|-----------|---------------------|-------|-------|-------|--------|-------|----|
|           | 0-20                | 20-40 | 40-60 | 60-80 | 80-100 |       |    |
| Economics | 0-20                | 2     | 2     | -     | -      | 2     | 6  |
|           | 20-40               | 3     | 2     | 1     | -      | 1     | 7  |
|           | 40-60               | -     | -     | -     | -      | -     | -  |
|           | 60-80               | -     | 1     | 1     | 1      | 1     | 4  |
|           | 80-100              | 2     | 1     | -     | -      | -     | 3  |
| Total     |                     | 7     | 6     | 2     | 1      | 4     | 20 |

Solution :- Calculate Co-efficient of Correlation:  
 Marks in statistics = x marks in Economics = y

|       | x      | m.v | dx  | l  |   | y      | m.v | dy | l  | fdy | fdy <sup>2</sup> | fdxdy                   |              |
|-------|--------|-----|-----|----|---|--------|-----|----|----|-----|------------------|-------------------------|--------------|
|       | 0-20   | 10  | -10 | -1 | 1 | 0-20   | 10  | -2 | 1  | 2   | 4                | -2                      |              |
|       | 20-40  | 30  | -20 | -2 | 2 | 20-40  | 30  | -1 | 3  | 3   | 9                | -3                      |              |
|       | 40-60  | 50  | 0   | 0  | - | 40-60  | 50  | 0  | -  | -   | 0                | 0                       |              |
|       | 60-80  | 70  | +10 | +1 | 1 | 60-80  | 70  | +1 | -2 | 1   | 4                | -2                      |              |
|       | 80-100 | 90  | +20 | +2 | 2 | 80-100 | 90  | +2 | -4 | 2   | 16               | -8                      |              |
| Total |        |     |     |    |   | Total  |     |    |    | 7   | 6                | 2                       |              |
|       |        |     |     |    |   |        |     |    |    | 20  | Σ fdy = -9       | Σ fdy <sup>2</sup> = 47 | Σ fdxdy = 18 |

By applying Karl's Pearson's Co-efficient of Correlation formula

$$r = \frac{n \cdot \sum f d x d y - (\sum f d x \cdot \sum d y)}{\sqrt{n \cdot \sum f d x^2 - (\sum f d x)^2} \sqrt{n \cdot \sum f d y^2 - (\sum f d y)^2}}$$

Putting the values in above formula -

$$= \frac{20 \times 18 - (-11 \times -9)}{\sqrt{20 \times 51 - (-11)^2} \sqrt{20 \times 47 - (-9)^2}}$$

$$= \frac{360 - 99}{\sqrt{1020 - 121} \sqrt{940 - 81}}$$

$$= \frac{261}{\sqrt{899} \times \sqrt{859}}$$

$$= \frac{261}{29.98 \times 29.31}$$

$$= \frac{261}{878.713}$$

$$= .297$$

$$\therefore r = .030$$

Calculation of Probable Error-

$$P.E. = 0.6745 \frac{1 - (r)^2}{\sqrt{n}}$$

$$= 0.6745 \frac{1 - (.30)^2}{\sqrt{20}}$$

$$= 0.6745 \frac{1 - 0.09}{4.47}$$

$$= 0.6745 \frac{0.91}{4.47}$$

$$= \frac{0.6745 \times 0.951}{4.47}$$

$$P.E. = 0.14$$

There is very low degree negative correlation between marks in Economics and marks in statistics.

Prob.2. Calculate the co-efficient of correlation between the age of husbands and wives from the following table and also find out probable error.

| Age of Wives | Age of Husbands |       |       |       |       | Total |
|--------------|-----------------|-------|-------|-------|-------|-------|
|              | 20-30           | 30-40 | 40-50 | 50-60 | 60-70 |       |
| 15-25        | 5               | 9     | 3     | -     | -     | 17    |
| 25-35        | -               | 10    | 25    | 2     | -     | 37    |
| 35-45        | -               | 1     | 12    | 2     | -     | 15    |
| 45-55        | -               | -     | 4     | 16    | 5     | 25    |
| 55-65        | -               | -     | -     | 4     | 2     | 6     |
| Total        | 5               | 20    | 44    | 24    | 7     | 100   |

Solution :- Calculate Co-efficient of Correlation: Denoting Age of Husband = x Age of wives = y

| x     | Age of Husbands |       |       |       |       | Total | m.v                | dx                   | i                | y                   | m.v dy               | i   | fdx | fdx <sup>2</sup> | fdy | fdy <sup>2</sup> | fdxdy |
|-------|-----------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------------------|----------------------|------------------|---------------------|----------------------|-----|-----|------------------|-----|------------------|-------|
|       | 20-30           | 30-40 | 40-50 | 50-60 | 60-70 |       |                    |                      |                  |                     |                      |     |     |                  |     |                  |       |
| 25    | 35              | 45    | 55    | 65    |       |       |                    |                      |                  |                     |                      |     |     |                  |     |                  |       |
| -20   | -10             | 0     | +10   | +20   |       |       |                    |                      |                  |                     |                      |     |     |                  |     |                  |       |
| -2    | -1              | 0     | +1    | +2    |       |       |                    |                      |                  |                     |                      |     |     |                  |     |                  |       |
| 15-25 | 20              | -20   | -2    | 20    | 18    | 9     | 0                  | 3                    | -                | -                   | 17                   | -34 | 68  | +38              |     |                  |       |
| 25-35 | 30              | -10   | -1    | 10    | 10    | 10    | 0                  | 25                   | -2               | -                   | 37                   | -37 | 37  | 8                |     |                  |       |
| 35-45 | 40              | 0     | 0     | 0     | 0     | 12    | 0                  | 2                    | -                | -                   | 15                   | 0   | 0   | 0                |     |                  |       |
| 45-55 | 50              | +10   | +1    | 0     | 4     | 16    | 16                 | 10                   | 5                | 25                  | 25                   | +25 | 25  | 26               |     |                  |       |
| 55-65 | 60              | 20    | +2    | -     | -     | 8     | 4                  | 8                    | 2                | 6                   | +12                  | 24  | +16 |                  |     |                  |       |
| Total | 5               | 20    | 44    | 24    | 100   | 100   | $\Sigma fdy = -34$ | $\Sigma fdy^2 = 154$ | $\Sigma fdx = 8$ | $\Sigma fdx^2 = 92$ | $\Sigma fdx dy = 88$ |     |     |                  |     |                  |       |

By applying Karl's Pearson's Co-efficient of Correlation formula

$$r = \frac{n \cdot \Sigma f dx dy - (\Sigma f dx \cdot \Sigma dy)}{\sqrt{n \cdot \Sigma f dx^2 - (\Sigma f dx)^2} \sqrt{n \cdot \Sigma f dy^2 - (\Sigma f dy)^2}}$$

Putting the values in above formula -

$$= \frac{100 \times 88 - (8 \times -34)}{\sqrt{100 \times 92 - (8)^2} \sqrt{100 \times 154 - (-34)^2}}$$

$$= \frac{8800 - (-272)}{\sqrt{9200 - 64} \sqrt{15400 - 1156}}$$

$$= \frac{8800 + 272}{\sqrt{9136} \times \sqrt{14244}}$$

$$= \frac{9072}{95.582 \times 119.348}$$

$$= \frac{9072}{11407.520}$$

$$= .795$$

OR

$$\therefore r = .80$$

Calculation of Probable Error-

$$P. E. = 0.6745 \frac{1 - (r)^2}{\sqrt{n}}$$

$$= 0.6745 \frac{1 - (.80)^2}{100}$$

$$= 0.6745 \frac{1 - .64}{100}$$

$$= 0.6745 \frac{.36}{10}$$

$$= \frac{.6745 \times .36}{10}$$

$$P. E. = .0242$$

Prob.3. Calculate the co-efficient of correlation for the following data.

| Age of Husband | Age of Wife |       |       |       |       | Total |
|----------------|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                | 10-20       | 20-30 | 30-40 | 40-50 | 50-60 |       |
| 15-25          | 6           | 3     | -     | -     | -     | 9     |
| 25-35          | 3           | 15    | 11    | -     | -     | 29    |
| 35-45          | -           | 11    | 14    | 7     | -     | 32    |
| 45-55          | -           | -     | 6     | 12    | 3     | 21    |
| 55-65          | -           | -     | -     | 3     | 6     | 9     |
| Total          | 9           | 29    | 31    | 22    | 9     | 100   |





Solution :

Denoting :

Pages of books = x

Price in Rs. = y

|                       |    | x     |         |                  |                  | Total  |                        |                        |         |  |  |
|-----------------------|----|-------|---------|------------------|------------------|--------|------------------------|------------------------|---------|--|--|
|                       |    | 0-100 | 100-200 | 200-300          | 300-400          |        |                        |                        |         |  |  |
| Pages of books<br>m.v | dx | -50   | -150    | -250             | -350             |        |                        |                        |         |  |  |
|                       |    | -100  | 0       | +100             | +200             |        |                        |                        |         |  |  |
| Price in Rs.<br>m.v   | dy | -1    | 0       | +1               | +2               |        |                        |                        |         |  |  |
|                       |    | -2    |         |                  |                  |        |                        |                        |         |  |  |
|                       |    | fdx   | fdy     | fdx <sup>2</sup> | fdy <sup>2</sup> | fdx dy |                        |                        |         |  |  |
|                       |    | -4    | 0       | 18               | 12               | -11    | Σfdx <sup>2</sup> = 26 | Σfdy <sup>2</sup> = 67 | Σfdx dy |  |  |
|                       |    | 4     | 0       | 18               | 24               | 7      | Σfdx <sup>2</sup> = 46 | Σfdy <sup>2</sup> = 46 | Σfdx dy |  |  |
|                       |    | 7     | 0       | 8                | 8                | 8      |                        |                        | 23      |  |  |

By applying the formula :

$$r = \frac{n \cdot \sum f dx dy - (\sum f dx \cdot \sum f dy)}{\sqrt{n \cdot \sum f dx^2 - (\sum f dx)^2} \sqrt{n \cdot \sum f dy^2 - (\sum f dy)^2}}$$

Putting the values in above formula -

$$= \frac{50 \times 23 - (26 \times 11)}{\sqrt{50 \times 46 - (26)^2} \sqrt{50 \times 67 - (11)^2}}$$

$$= \frac{1150 + 286}{\sqrt{2300 - 676} \sqrt{3350 - 121}}$$

$$= \frac{861}{\sqrt{40.30} \times \sqrt{56.82}}$$

$$= \frac{864}{2289.85}$$

= 0.3773

∴ r = .38 (approx.)

Thus the co-efficient of correlation between pages of books and price is 0.38 (approx).

Prob.5. Find out the value of co-efficient of correlation.

| Mark in PBM | Mark in F/A |       |       |       |       | Total |
|-------------|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|
|             | 20-30       | 30-40 | 40-50 | 50-60 | 60-70 |       |
| 55-65       | -           | -     | -     | -     | 6     | 6     |
| 45-55       | -           | -     | -     | 24    | 1     | 25    |
| 35-45       | -           | -     | 15    | -     | -     | 15    |
| 25-35       | -           | 8     | 29    | -     | -     | 37    |
| 15-25       | 5           | 12    | -     | -     | -     | 17    |
| Total       | 5           | 20    | 44    | 24    | 7     | 100   |

Solution :

Mark in F/A = x, Mark in PBM = y

|                     |    | x     |       |                  |                  |        | Total                  |                         |               |  |  |
|---------------------|----|-------|-------|------------------|------------------|--------|------------------------|-------------------------|---------------|--|--|
|                     |    | 20-30 | 30-40 | 40-50            | 50-60            | 60-70  |                        |                         |               |  |  |
| Mark in PBM<br>m.v  | dx | 25    | 35    | 45               | 55               | 65     |                        |                         |               |  |  |
|                     |    | -20   | -10   | 0                | +10              | +20    |                        |                         |               |  |  |
| Price in PBM<br>m.v | dy | -2    | -1    | 0                | +1               | +2     |                        |                         |               |  |  |
|                     |    |       |       |                  |                  |        |                        |                         |               |  |  |
|                     |    | fdx   | fdy   | fdx <sup>2</sup> | fdy <sup>2</sup> | fdx dy |                        |                         |               |  |  |
|                     |    | -10   | -20   | 0                | 24               | 14     | Σfdx <sup>2</sup> = 8  | Σfdy <sup>2</sup> = 34  | Σfdx dy = 154 |  |  |
|                     |    | 20    | 20    | 0                | 24               | 28     | Σfdx <sup>2</sup> = 92 | Σfdy <sup>2</sup> = 154 | Σfdx dy = 102 |  |  |
|                     |    | 20    | 32    | 0                | 24               | 26     |                        |                         | 102           |  |  |

By applying Karl Pearson's formula :

$$r = \frac{n \cdot \sum f dx dy - (\sum f dx \cdot \sum f dy)}{\sqrt{n \cdot \sum f dx^2 - (\sum f dx)^2} \sqrt{n \cdot \sum f dy^2 - (\sum f dy)^2}}$$

Putting the values in above formula -

$$r = \frac{100 \times 102 - (8 \times -34)}{\sqrt{100 \times 92 - (8)^2} \sqrt{100 \times 154 - (-34)^2}}$$

$$= \frac{10200 + 272}{\sqrt{9200 - 64} \sqrt{15400 - 1156}}$$

$$= \frac{10472}{\sqrt{9136} \sqrt{14244}}$$

$$= \frac{10472}{95.58 \times 119.35} = \frac{10472}{11407.47}$$

$$= 0.917$$

∴ r = 0.92 (approx.)

Prob.6. Calculate the rank co-efficient of correlation of the following.

| Test Marks | Age in year |    |    |    |
|------------|-------------|----|----|----|
|            | 19          | 20 | 21 | 22 |
| 200-250    | 4           | 4  | 2  | 1  |
| 250-300    | 3           | 5  | 4  | 2  |
| 300-350    | 2           | 6  | 8  | 5  |
| 350-400    | 1           | 4  | 6  | 10 |

Solution :

| Age in year | x  |    |    |    | Total |
|-------------|----|----|----|----|-------|
|             | 19 | 20 | 21 | 22 |       |
| m.v         | -  | -  | -  | -  |       |
| dx          | -1 | 0  | +1 | +2 |       |
| i           | -1 | 0  | +1 | +2 |       |

| Test Mark | y   | m.v  | dy | i  | Age in year |    |    |    | Total | fdy | fdy <sup>2</sup> | fdx dy |     |
|-----------|-----|------|----|----|-------------|----|----|----|-------|-----|------------------|--------|-----|
|           |     |      |    |    | 19          | 20 | 21 | 22 |       |     |                  |        |     |
| 200-250   | 225 | -50  | -1 | -1 | 4           | 4  | 0  | -2 | -2    | 1   | 11               | 11     | 0   |
| 250-300   | 275 | 0    | 0  | 0  | 3           | 0  | 5  | 0  | 0     | 2   | 14               | 0      | 0   |
| 300-350   | 325 | +50  | +1 | +1 | 2           | 0  | 6  | 8  | 10    | 5   | 21               | 21     | 16  |
| 350-400   | 475 | +100 | +2 | +2 | 1           | 0  | 4  | 12 | 10    | 10  | 21               | 42     | 84  |
| Total     |     |      |    |    | 10          | 19 | 20 | 18 | 67    |     | 67               | 92     | 116 |

$\sum dx = -10$ ,  $\sum dx^2 = 36$ ,  $\sum fdx dy = 66$   
 $\sum dy = 20$ ,  $\sum dy^2 = 46$ ,  $\sum fdy = 92$ ,  $\sum fdy^2 = 116$ ,  $\sum fdx dy = 66$

By applying Karl Pearson's formula :

$$r = \frac{n \sum f dx dy - (\sum dx \cdot \sum dy)}{\sqrt{n \sum dx^2 - (\sum dx)^2} \sqrt{n \sum dy^2 - (\sum dy)^2}}$$

Putting the values in above formula -

$$r = \frac{67 \times 66 - (46 \times 92)}{\sqrt{67 \times 102 - (46)^2} \sqrt{67 \times 116 - (58)^2}}$$

$$= \frac{4422 - 2392}{\sqrt{6834 - 2116} \sqrt{7772 - 2704}}$$

$$= \frac{2030}{\sqrt{4718} \sqrt{5068}}$$

$$= \frac{2030}{68.687 \times 71.189} = \frac{2030}{4889.758}$$

$$\therefore r = 0.42 \text{ (approx.)}$$

Prob.7. Find out the correlation from the following data.

| x \ y   | 30-35 | 35-40 | 40-45 | 45-50 | 50-55 | 55-60 | Total |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 80-90   | 2     | 3     | 2     | -     | -     | -     | 7     |
| 90-100  | -     | 2     | 5     | 4     | 2     | -     | 13    |
| 100-110 | -     | 4     | 8     | 5     | 1     | -     | 18    |
| 110-120 | -     | -     | 2     | 3     | 1     | 1     | 17    |
| 120-130 | 1     | -     | -     | 2     | 1     | 1     | 5     |
| Total   | 3     | 9     | 17    | 14    | 5     | 2     | 50    |

Solution: Calculation of co-efficient of correlation.

| Series x | x     |       |       |       |       |       | Total |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|          | 30-35 | 35-40 | 40-45 | 45-50 | 50-55 | 55-60 |       |
| m.v      | 32.5  | 37.5  | 42.5  | 47.5  | 52.5  | 57.5  |       |
| dx       | -10   | -5    | 0     | 5     | 10    | 15    |       |
| i        | -2    | -1    | 0     | 1     | 2     | 3     |       |

| Series y | y   | m.v | dy | i  | Age in year |       |       |       |       |       | Total | fdy | fdy <sup>2</sup> | fdx dy |     |     |
|----------|-----|-----|----|----|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|------------------|--------|-----|-----|
|          |     |     |    |    | 30-35       | 35-40 | 40-45 | 45-50 | 50-55 | 55-60 |       |     |                  |        |     |     |
| 80-90    | 85  | 20  | -2 | -2 | 8           | 2     | 6     | 3     | 0     | 2     | -     | -   | -                | -14    | 28  | 14  |
| 90-100   | 95  | 10  | -1 | -1 | 13          | -     | 2     | 2     | 0     | 5     | -4    | -4  | 2                | -13    | 13  | -6  |
| 100-110  | 105 | 0   | 0  | 0  | -           | 0     | 4     | 0     | 8     | 0     | 5     | 0   | 1                | 18     | 0   | 0   |
| 110-120  | 115 | 10  | 1  | 1  | -           | -     | 0     | 2     | 3     | 3     | 2     | 1   | 3                | 7      | 7   | 7   |
| 120-130  | 125 | 20  | 2  | 2  | -           | -     | -     | 4     | 2     | 4     | 1     | 6   | 1                | 5      | 10  | 20  |
| Total    |     |     |    |    | 3           | 9     | 17    | 14    | 5     | 2     | 50    |     |                  | 50     | 100 | 150 |

$\sum dx = -10$ ,  $\sum dx^2 = 36$ ,  $\sum fdx dy = 26$   
 $\sum dy = 15$ ,  $\sum dy^2 = 73$ ,  $\sum fdy = 50$ ,  $\sum fdy^2 = 100$ ,  $\sum fdx dy = 26$

By applying Karl Pearson's formula :

$$r = \frac{n \cdot \sum f dx dy - (\sum f dx \cdot \sum f dy)}{\sqrt{n \cdot \sum f dx^2 - (\sum f dx)^2} \sqrt{n \cdot \sum f dy^2 - (\sum f dy)^2}}$$

Putting the values in above formula -

$$\begin{aligned} &= \frac{50 \times 26 - (15 \times -10)}{\sqrt{50 \times 73 - (15)^2} \sqrt{50 \times 68 - (-10)^2}} \\ &= \frac{1300 + 150}{\sqrt{3650 - 225} \sqrt{3400 - 100}} \\ &= \frac{1450}{\sqrt{3425} \sqrt{3300}} \\ &= \frac{1450}{58.5235 \times 57.4456} \\ &= \frac{1450}{3361.9176} \\ & r = 0.4313 \\ & \therefore r = 0.43 \end{aligned}$$

Prob.8. Calculate the co-efficient of correlation.

| Y Series | 'x' Series |       |       |       |       |
|----------|------------|-------|-------|-------|-------|
|          | 16-18      | 18-20 | 20-22 | 22-24 | Total |
| 10-20    | 2          | 1     | 1     | -     | 4     |
| 20-30    | 3          | 2     | 3     | 2     | 10    |
| 30-40    | 3          | 4     | 5     | 6     | 18    |
| 40-50    | 2          | 2     | 3     | 4     | 11    |
| 50-60    | -          | 1     | 2     | 2     | 5     |
| 60-70    | -          | 1     | 2     | 1     | 4     |
| Total    | 10         | 11    | 16    | 15    | 52    |

Solution : Calculation of co-efficient of correlation.

| Y Series | 'x' Series |       |       |       |       | Total     | dx        | dy           | dx dy                  | dx <sup>2</sup>        | dy <sup>2</sup> | dx dy |
|----------|------------|-------|-------|-------|-------|-----------|-----------|--------------|------------------------|------------------------|-----------------|-------|
|          | 16-18      | 18-20 | 20-22 | 22-24 | Total |           |           |              |                        |                        |                 |       |
| m.v      | 17         | 19    | 21    | 23    |       |           |           |              |                        |                        |                 |       |
|          | -4         | -2    | 0     | 2     |       |           |           |              |                        |                        |                 |       |
| i        | -2         | -1    | 0     | 1     |       |           |           |              |                        |                        |                 |       |
| m.v      | 15         | 20    | 25    | 30    | 35    | 40        | 45        | 50           | 55                     | 60                     | 65              |       |
|          | -20        | -11   | 0     | 15    |       |           |           |              |                        |                        |                 |       |
|          | 4          | 10    | 16    | 22    | 28    | 34        | 40        | 46           | 52                     | 58                     | 64              |       |
|          | -8         | -3    | 0     | 3     | 4     | 5         | 6         | 7            | 8                      | 9                      | 10              |       |
|          | 16         | 11    | 0     | 22    | 28    | 34        | 40        | 46           | 52                     | 58                     | 64              |       |
|          | 10         | 9     | 0     | 15    | 16    | 18        | 20        | 22           | 24                     | 26                     | 28              |       |
|          | 11         | 11    | 11    | 11    | 11    | 11        | 11        | 11           | 11                     | 11                     | 11              |       |
|          | 20         | 10    | 0     | 2     | 2     | 2         | 2         | 2            | 2                      | 2                      | 2               |       |
|          | 36         | 9     | 0     | 1     | 1     | 1         | 1         | 1            | 1                      | 1                      | 1               |       |
| Total    | 10         | 11    | 16    | 15    | 52    | Σfdx = 16 | Σfdy = 15 | Σfdx dy = 16 | Σfdx <sup>2</sup> = 66 | Σfdy <sup>2</sup> = 93 | Σfdx dy = 16    |       |

By applying Karl Pearson's formula

$$\begin{aligned} & r = \frac{n \cdot \sum f dx dy - (\sum f dx \cdot \sum f dy)}{\sqrt{n \cdot \sum f dx^2 - (\sum f dx)^2} \sqrt{n \cdot \sum f dy^2 - (\sum f dy)^2}} \\ & \text{Putting the values in above formula:} \\ &= \frac{52 \times 16 - (-16 \times 15)}{\sqrt{52 \times 66 - (-16)^2} \sqrt{52 \times 93 - (15)^2}} \\ &= \frac{832 + 240}{\sqrt{3432 - 256} \sqrt{4836 - 225}} \\ &= \frac{1072}{\sqrt{3176} \sqrt{4611}} \\ &= \frac{1072}{56.3560 \times 67.9043} \\ &= \frac{1072}{3826.8147} \quad r = 0.2801 \\ & \therefore r = 0.28 \text{ (approx.)} \end{aligned}$$

Prob.9 Calculate the co-efficient of correlation.

| Marks in Statistics | Marks in Accountancy |     |     |     |     |
|---------------------|----------------------|-----|-----|-----|-----|
|                     | 20-                  | 25- | 30- | 35- | 40- |
| 15-                 | 40                   | 20  | 4   | -   | -   |
| 25-                 | 8                    | 48  | 12  | 4   | -   |
| 35-                 | -                    | 10  | 22  | 8   | 4   |
| 45-                 | -                    | 10  | 2   | 4   | 2   |
| 55-                 | -                    | -   | 2   | -   | 2   |

Solution :  
Calculation of co-efficient of correlation.

| Marks in S/C                 | x    | Marks in A/C |       |       |       |       | Total | f <sub>dy</sub>       | f <sub>dy</sub> <sup>2</sup> | f <sub>dx</sub> dy   |                       |                       |      |     |     |    |
|------------------------------|------|--------------|-------|-------|-------|-------|-------|-----------------------|------------------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|------|-----|-----|----|
|                              |      | 20-25        | 25-30 | 30-35 | 35-40 | 40-45 |       |                       |                              |                      |                       |                       |      |     |     |    |
| m.v                          | 22.5 | 27.5         | 32.5  | 37.5  | 42.5  |       |       |                       |                              |                      |                       |                       |      |     |     |    |
| dx                           | -10  | -5           | 0     | +5    | 10    |       |       |                       |                              |                      |                       |                       |      |     |     |    |
| i                            | -2   | -1           | 0     | +1    | +2    |       |       |                       |                              |                      |                       |                       |      |     |     |    |
| y                            | m.v  | dy           | i     |       |       |       |       |                       |                              |                      |                       |                       |      |     |     |    |
| 15-25                        | 20   | -20          | -2    | 160   | 40    | 40    | 20    | 0                     | 4                            | -                    | -                     | 84                    | -128 | 258 | 200 |    |
| 25-35                        | 30   | -10          | -1    | 16    | 8     | 48    | 48    | 0                     | 12                           | -4                   | 4                     | -                     | 72   | -72 | 72  | 60 |
| 35-45                        | 40   | 0            | 0     | -     | 0     | 10    | 22    | 0                     | 8                            | 0                    | 4                     | 44                    | 0    | 0   | 0   | 0  |
| 45-55                        | 50   | 10           | 1     | -     | -10   | 10    | 2     | 4                     | 4                            | 4                    | 2                     | 18                    | 18   | 18  | -2  |    |
| 55-65                        | 60   | 20           | 2     | -     | -     | -     | -     | -                     | 8                            | 2                    | 2                     | 4                     | 4    | 8   | 8   |    |
| Total                        |      |              |       | 48    | 88    | 40    | 16    | 8                     | 200                          | $\sum f_{dy} = -178$ | $\sum f_{dy}^2 = 354$ | $\sum f_{dx}dy = 266$ |      |     |     |    |
| f <sub>dx</sub>              | -86  | -88          | 0     | 16    | 16    |       |       | $\sum f_{dx} = -152$  |                              |                      |                       |                       |      |     |     |    |
| f <sub>dx</sub> <sup>2</sup> | 192  | 88           | 0     | 16    | 32    |       |       | $\sum f_{dx}^2 = 328$ |                              |                      |                       |                       |      |     |     |    |
| f <sub>dx</sub> dy           | 170  | 78           | 0     | 0     | 12    |       |       | $\sum f_{dx}dy = 266$ |                              |                      |                       |                       |      |     |     |    |

By applying Karl Pearson's formula

$$r = \frac{n \cdot \sum f_{dx}dy - (\sum f_{dx} \cdot \sum f_{dy})}{\sqrt{n \cdot \sum f_{dx}^2 - (\sum f_{dx})^2} \cdot \sqrt{n \cdot \sum f_{dy}^2 - (\sum f_{dy})^2}}$$

Putting the values in above formula:

$$= \frac{200 \times 266 - (-152 \times 178)}{\sqrt{200 \times 328 - (-152)^2} \cdot \sqrt{200 \times 354 - (178)^2}}$$

$$= \frac{53200 + 27056}{\sqrt{65600 - 23104} \sqrt{70800 - 31684}}$$

$$= \frac{26144}{\sqrt{42496} \sqrt{39116}}$$

$$= \frac{26144}{206.1456 \times 197.7777}$$

$$= \frac{26144}{40771.0026}$$

r = 0.641 (approx)

$\therefore r = 0.64$

When three series will be given in the prob

Important Point :

- (1) In this type three series will be given in the problem first series will be called as a 'x' series and by the help of second and third series we have to prepare 'Y' series
- (2) 'Y' series will be prepare in percentage by the help of second and third series means on the basis of 100
- (3) After preparing 'Y' series problem will be solve just like type No-1

Prob.10. The following table gives the distribution of the total population and those who are wholly or partly blind among them. Find out if there is any relationship between the age and blindness:

| Age   | No. of person's (in thousand) | No. of Blind |
|-------|-------------------------------|--------------|
| 0-10  | 100                           | 55           |
| 10-20 | 60                            | 40           |
| 20-30 | 40                            | 40           |
| 30-40 | 36                            | 40           |
| 40-50 | 24                            | 36           |
| 50-60 | 11                            | 12           |
| 60-70 | 6                             | 18           |
| 70-80 | 3                             | 15           |

Solution:

Correlation is to be calculated between age and blindness.

| Total Population | Blindness | Calculation  | Blinds out of thousands 'y' series |
|------------------|-----------|--|------------------------------------|
| 100              | 55        | $100 \therefore 100 \therefore 55 = \frac{100 \times 55}{100}$ | 55                                 |
| 60               | 40        | $100 \therefore 100 \therefore 40 = \frac{100 \times 40}{100}$ | 67                                 |
| 40               | 40        | $40 \therefore 100 \therefore 40 = \frac{100 \times 40}{40}$   | 100                                |
| 39               | 40        | $36 \therefore 100 \therefore 40 = \frac{100 \times 40}{36}$   | 111                                |
| 24               | 36        | $24 \therefore 100 \therefore 36 = \frac{100 \times 36}{24}$   | 150                                |
| 11               | 22        | $11 \therefore 100 \therefore 22 = \frac{100 \times 22}{11}$   | 200                                |
| 6                | 18        | $6 \therefore 100 \therefore 18 = \frac{100 \times 18}{6}$     | 300                                |
| 3                | 15        | $3 \therefore 100 \therefore 15 = \frac{100 \times 15}{3}$     | 500                                |

Calculation of co-efficient of correlation.

| x     | m.v. | dx                       | dx <sup>2</sup> | y   | dy                | dy <sup>2</sup>           | dx dy                     |
|-------|------|--------------------------|-----------------|-----|-------------------|---------------------------|---------------------------|
|       |      | (35)                     |                 |     | (150)             |                           |                           |
| 0-10  | 5    | -30                      | 900             | 55  | -95               | 9025                      | 2850                      |
| 10-20 | 15   | -20                      | 400             | 67  | -83               | 6889                      | 1660                      |
| 20-30 | 25   | -10                      | 100             | 100 | -50               | 2500                      | 500                       |
| 30-40 | 35   | 0                        | 0               | 111 | -39               | 1521                      | 0                         |
| 40-50 | 45   | +10                      | 100             | 150 | 0                 | 0                         | 0                         |
| 50-60 | 55   | +20                      | 400             | 200 | +50               | 2500                      | 1000                      |
| 60-70 | 65   | +30                      | 900             | 300 | +150              | 22500                     | 4500                      |
| 70-80 | 75   | +40                      | 1600            | 500 | +350              | 122500                    | 14000                     |
| N=8   |      | $\Sigma dx = 40$<br>4400 | $\Sigma dx^2 =$ | N=8 | $\Sigma dy = 283$ | $\Sigma dy^2 =$<br>167435 | $\Sigma dx dy =$<br>24510 |

By applying the formula :

$$r = \frac{n \cdot \Sigma dx dy - (\Sigma dx \cdot \Sigma dy)}{\sqrt{n \cdot \Sigma dx^2 - (\Sigma dx)^2} \sqrt{n \cdot \Sigma dy^2 - (\Sigma dy)^2}}$$

Putting the values in above formula:

$$= \frac{8 \times 24510 - 40 \times 283}{\sqrt{8 \times 4400 - (40)^2} \sqrt{8 \times 167435 - (283)^2}}$$

$$= \frac{196080 - 11320}{\sqrt{35200 - 1600} \sqrt{1339480 - 80089}}$$

$$= \frac{184760}{\sqrt{33600} \sqrt{1259391}}$$

$$= \frac{184760}{183.303 \times 1122.226}$$

$$= \frac{184760}{205707.3741}$$

r = 0.8982

∴ Co-efficient of Correlation = .90

Calculation of Probable Error-

$$P.E. = 0.6745 \frac{1 - (r)^2}{\sqrt{n}}$$

$$= .6745 \frac{1 - .8064}{2.8284}$$

$$= \frac{.6745 \times .193596}{2.8284}$$

$$= \frac{.13058}{2.8284}$$

P.E. = 0.46

Prob.11. The following table gives the classification of population and death by heart disease among them. Find out if there is any relation between the age and deaths.

| Age   | No. of persons In (ooo) | No. of Deaths |
|-------|-------------------------|---------------|
| 0-10  | 50                      | 40            |
| 10-20 | 45                      | 27            |
| 20-30 | 30                      | 36            |
| 30-40 | 25                      | 40            |
| 40-50 | 10                      | 18            |
| 50-60 | 7                       | 20            |
| 60-70 | 3                       | 10            |
| 70-80 | 2                       | 10            |

Solution:

correlation is to be calculated between age and death.

Age = x      Death = y

The death are out of the population (No. of persons) and No of persons are different for each group means the No. of death are on the different basis.

To take the deaths on a particular base, we have taken the base 100 thousands.

|                  |        |          |             |                        |
|------------------|--------|----------|-------------|------------------------|
| Total Population | Deaths | Equation | Calculation | Death in 100 thousands |
| (in thousands)   |        |          |             | 'y' series             |

|    |    |  |    |
|----|----|--|----|
| 50 | 40 | $50 \therefore 100 \therefore 40 = \frac{100 \times 40}{50}$ | 80 |
|----|----|--|----|

|    |    |  |    |
|----|----|--|----|
| 45 | 27 | $45 \therefore 100 \therefore 27 = \frac{100 \times 27}{45}$ | 60 |
|----|----|--|----|

|    |    |  |     |
|----|----|--|-----|
| 30 | 36 | $30 \therefore 100 \therefore 36 = \frac{100 \times 40}{25}$ | 120 |
|----|----|--|-----|

|    |    |  |     |
|----|----|--|-----|
| 25 | 40 | $25 \therefore 100 \therefore 40 = \frac{100 \times 40}{36}$ | 160 |
|----|----|--|-----|

|    |    |  |     |
|----|----|--|-----|
| 18 | 10 | $18 \therefore 100 \therefore 10 = \frac{100 \times 10}{18}$ | 180 |
|----|----|--|-----|

|   |    |  |     |
|---|----|--|-----|
| 7 | 20 | $7 \therefore 100 \therefore 20 = \frac{100 \times 20}{7}$ | 286 |
|---|----|--|-----|

|   |    |  |     |
|---|----|--|-----|
| 3 | 10 | $3 \therefore 100 \therefore 10 = \frac{100 \times 10}{3}$ | 333 |
|---|----|--|-----|

|   |    |  |     |
|---|----|--|-----|
| 2 | 10 | $2 \therefore 100 \therefore 10 = \frac{100 \times 10}{2}$ | 500 |
|---|----|--|-----|

Calculation of co-efficient of correlation.

| x     | m.v. | dx               | dx <sup>2</sup>      | y   | dy                | dy <sup>2</sup>        | dx dy                  |
|-------|------|------------------|----------------------|-----|-------------------|------------------------|------------------------|
|       |      | (35)             |                      |     | (180)             |                        |                        |
| 0-10  | 5    | -30              | 900                  | 80  | -100              | 10000                  | 3000                   |
| 10-20 | 15   | -20              | 400                  | 60  | -120              | 14400                  | 2400                   |
| 20-30 | 25   | -10              | 100                  | 120 | -60               | 3600                   | 600                    |
| 30-40 | 35   | 0                | 0                    | 160 | -20               | 400                    | 0                      |
| 40-50 | 45   | 10               | 100                  | 180 | 0                 | 0                      | 0                      |
| 50-60 | 55   | 20               | 400                  | 286 | +106              | 11236                  | 2120                   |
| 60-70 | 65   | 30               | 900                  | 333 | +153              | 23409                  | 4590                   |
| 70-80 | 75   | 40               | 1600                 | 500 | +320              | 102400                 | 12800                  |
| N=8   |      | $\Sigma dx = 40$ | $\Sigma dx^2 = 4400$ | N=8 | $\Sigma dy = 279$ | $\Sigma dy^2 = 165445$ | $\Sigma dx dy = 25510$ |

By applying the formula :

$$r = \frac{n \cdot \Sigma dx dy - (\Sigma dx \cdot \Sigma dy)}{\sqrt{n \cdot \Sigma dx^2 - (\Sigma dx)^2} \sqrt{n \cdot \Sigma dy^2 - (\Sigma dy)^2}}$$

Putting the values in above formula:

$$= \frac{8 \times 25510 - (40 \times 279)}{\sqrt{8 \times 4400 - (40)^2} \sqrt{8 \times 165445 - (279)^2}}$$

$$= \frac{294080 - 11160}{\sqrt{35200 - 1600} \sqrt{1323560 - 77841}}$$

$$= \frac{192920}{\sqrt{33600} \sqrt{1245719}}$$

$$= \frac{192920}{183.3030 \times 1116.1178}$$

$$= \frac{192920}{204587.7411}$$

$$r = .9429$$

$$r = .943$$

$\therefore$  Co-efficient of Correlation = .94  
Calculation of Probable Error-

$$\begin{aligned}
 P.E. &= 0.6745 \frac{1-(r)^2}{\sqrt{n}} \\
 &= 0.6745 \frac{1-(.943)^2}{\sqrt{8}} \\
 &= 0.6745 \frac{1-.889}{2.8284} \\
 &= 6.745 \frac{.110751}{2.8284}
 \end{aligned}$$

P.E. = 0.264

Prob.12. Calculate co-efficient of correlation between age and playing habit from the following data.

| Age   | Population | No of Players |
|-------|------------|---------------|
| 15-20 | 1500       | 1200          |
| 20-25 | 2000       | 1560          |
| 25-30 | 4000       | 2280          |
| 30-35 | 3000       | 1500          |
| 35-40 | 2500       | 1000          |
| 40-45 | 1000       | 300           |
| 45-50 | 800        | 200           |
| 50-55 | 500        | 50            |
| 55-60 | 200        | 6             |

Solution:

Correlation is to be calculated between age and playing habit (No. of players)  
 ∴ 1) Age = x      2) Playing habit (Among No. of Players) = y

| Population | No. of players | Equation Calculation                               | No. of players in % 'y' series |
|------------|----------------|--|--------------------------------|
| 1500       | 1200           | 1500 ∴ 100 ∴ 1200 = $\frac{100 \times 1200}{1500}$ | = 80                           |
| 2000       | 1560           | 2000 ∴ 100 ∴ 1560 = $\frac{100 \times 1560}{2000}$ | = 78                           |
| 4000       | 2280           | 4000 ∴ 100 ∴ 2280 = $\frac{100 \times 2280}{4000}$ | = 57                           |

|      |      |  |      |
|------|------|--|------|
| 3000 | 1500 | 3000 ∴ 100 ∴ 1500 = $\frac{100 \times 1500}{3000}$ | = 50 |
| 2500 | 1000 | 2500 ∴ 100 ∴ 1000 = $\frac{100 \times 1000}{2500}$ | = 40 |
| 1000 | 300  | 1000 ∴ 100 ∴ 300 = $\frac{100 \times 300}{1000}$   | = 30 |
| 800  | 200  | 800 ∴ 100 ∴ 200 = $\frac{100 \times 200}{800}$     | = 25 |
| 500  | 50   | 500 ∴ 100 ∴ 50 = $\frac{100 \times 50}{500}$       | = 10 |
| 200  | 6    | 200 ∴ 100 ∴ 6 = $\frac{100 \times 6}{200}$         | = 3  |

Calculation of co-efficient of correlation.

| x    | dx    | dx <sup>2</sup>        | y   | dy     | dy <sup>2</sup>        | dx dy        |
|------|-------|------------------------|-----|--------|------------------------|--------------|
| 17.5 | -20   | 400                    | 80  | +40    | 1600                   | -800         |
| 22.5 | -15   | 225                    | 78  | +38    | 1444                   | -570         |
| 27.5 | -10   | 100                    | 57  | +17    | 283                    | -170         |
| 32.5 | -5    | 25                     | 50  | +10    | 100                    | -50          |
| 37.5 | 0     | 0                      | 40  | 0      | 0                      | 0            |
| 42.5 | +5    | 25                     | 30  | -10    | 100                    | -50          |
| 47.5 | +10   | 100                    | 25  | -20    | 225                    | -150         |
| 52.5 | +15   | 225                    | 10  | -30    | 900                    | -450         |
| 57.5 | +20   | 400                    | 3   | -37    | 1369                   | -750         |
| N=9  | Σdx=0 | Σdx <sup>2</sup> =1500 | N=9 | Σdy=13 | Σdy <sup>2</sup> =6027 | Σdx dy=-2980 |

By applying the formula :

$$r = \frac{n \cdot \sum dx dy - (\sum dx \cdot \sum dy)}{\sqrt{n \cdot \sum dx^2 - (\sum dx)^2} \sqrt{n \cdot \sum dy^2 - (\sum dy)^2}}$$

Putting the values in above formula:

$$= \frac{9 \times (-2980) - (0 \times 13)}{\sqrt{9 \times 1500 - (0)^2} \sqrt{9 \times 6027 - (13)^2}}$$

$$= \frac{-26820 - 0}{\sqrt{13500} \sqrt{54074}}$$

$$= \frac{-26820}{116.1895 \times 232.538}$$

$$= \frac{-26820}{27018.4972}$$

$$r = -.9926$$

∴ Co-efficient of Correlation = -.99

**Prob.13.** Find correlation Co-efficient between age and playing habit of the following students:

Age in year: 15 16 17 18 19 20

Number of Student: 250 200 150 120 100 80

Regular player: 200 150 90 48 30 12

**Solution:**

Correlation it is to be calculated between age and playing habit (No. of students)

Age = x No. of students = y

| No. of Students | Regular player | Equation Calculation   | No. of players in % 'y' series |
|-----------------|----------------|--|--------------------------------|
| 250             | 200            | $250 \therefore 100 \therefore 200 = \frac{100 \times 200}{250}$ | = 80                           |
| 200             | 150            | $200 \therefore 100 \therefore 150 = \frac{100 \times 150}{200}$ | = 75                           |
| 150             | 90             | $150 \therefore 100 \therefore 90 = \frac{100 \times 90}{150}$   | = 60                           |
| 120             | 48             | $120 \therefore 100 \therefore 48 = \frac{100 \times 48}{120}$   | = 40                           |
| 100             | 30             | $100 \therefore 100 \therefore 30 = \frac{100 \times 30}{100}$   | = 30                           |

$$80 \quad 12 \quad 80 \therefore 100 \therefore 12 = \frac{100 \times 12}{80} = 15$$

Calculation of co-efficient of correlation.

| x   | dx<br>(17) | dx <sup>2</sup>      | y   | dy<br>(40) | dy <sup>2</sup>        | dx dy       |
|-----|------------|----------------------|-----|------------|------------------------|-------------|
| 15  | -2         | 4                    | 80  | +40        | 1600                   | -80         |
| 16  | -1         | 1                    | 75  | +35        | 1225                   | -35         |
| 17  | 0          | 0                    | 60  | +20        | 400                    | 0           |
| 18  | +1         | 1                    | 40  | 0          | 0                      | 0           |
| 19  | +2         | 4                    | 30  | -10        | 100                    | -20         |
| 20  | +3         | 9                    | 15  | -25        | 625                    | -75         |
| N=6 | Σdx=3      | Σdx <sup>2</sup> =19 | N=6 | Σdy=60     | Σdy <sup>2</sup> =3950 | Σdx dy=-210 |

By applying the formula :

$$r = \frac{n \cdot \sum dx dy - (\sum dx \cdot \sum dy)}{\sqrt{n \cdot \sum dx^2 - (\sum dx)^2} \sqrt{n \cdot \sum dy^2 - (\sum dy)^2}}$$

Putting the values in above formula:

$$= \frac{6 \times 210 - (3 \times 60)}{\sqrt{6 \times 19 - (3)^2} \sqrt{6 \times 3950 - (60)^2}}$$

$$= \frac{-1260 - 180}{\sqrt{114 - 9} \sqrt{23700 - 3600}}$$

$$= \frac{-1440}{\sqrt{105} \sqrt{20100}}$$

$$= \frac{-1440}{10.246 \times 141.7745}$$

$$= \frac{-1440}{1452.7491}$$

$$r = -.99$$

∴ Co-efficient of Correlation = 0.99



Prob.14. The following are the results of B.Com Examination.

| Age of Candidates | Candidates appeared | Successful Candidates |
|-------------------|---------------------|-----------------------|
| 13-14             | 200                 | 124                   |
| 14-15             | 300                 | 180                   |
| 15-16             | 100                 | 65                    |
| 16-17             | 50                  | 34                    |
| 17-18             | 150                 | 90                    |
| 18-19             | 400                 | 252                   |
| 19-20             | 250                 | 145                   |
| 20-21             | 150                 | 81                    |
| 21-22             | 25                  | 12                    |
| 22-23             | 75                  | 33                    |

Calculate Co-efficient of Correlation between age and successful Candidates in the examination

Solution :

In this example % of Success with the students are to be calculated.

Candidates Appeared      Candidates Successful      Equation Calculation      Successful Candidates in %'y'series

$$200 \quad 124 \quad 200 \therefore 100 \therefore 124 = \frac{100 \times 124}{200} = 62$$

$$300 \quad 180 \quad 300 \therefore 100 \therefore 180 = \frac{100 \times 180}{300} = 60$$

$$100 \quad 65 \quad 100 \therefore 100 \therefore 65 = \frac{100 \times 65}{100} = 65$$

$$50 \quad 34 \quad 50 \therefore 100 \therefore 34 = \frac{100 \times 34}{50} = 68$$

$$150 \quad 99 \quad 150 \therefore 100 \therefore 99 = \frac{100 \times 99}{150} = 66$$

$$400 \quad 252 \quad 400 \therefore 100 \therefore 252 = \frac{100 \times 252}{400} = 63$$

$$250 \quad 145 \quad 250 \therefore 100 \therefore 145 = \frac{100 \times 145}{250} = 58$$

$$150 \quad 81 \quad 150 \therefore 100 \therefore 81 = \frac{100 \times 81}{150} = 54$$

$$25 \quad 12 \quad 25 \therefore 100 \therefore 12 = \frac{100 \times 12}{25} = 48$$

$$75 \quad 33 \quad 75 \therefore 100 \therefore 33 = \frac{100 \times 33}{75} = 44$$

| x     | m.v  | dx     | dx <sup>2</sup>      | y    | dy    | dy <sup>2</sup>       | dx dy       |
|-------|------|--------|----------------------|------|-------|-----------------------|-------------|
|       |      | (17.5) |                      |      | (58)  |                       |             |
| 13-14 | 13.5 | -4     | 16                   | 62   | +4    | 16                    | -16         |
| 14-15 | 14.5 | -3     | 9                    | 60   | +2    | 4                     | -6          |
| 15-16 | 15.5 | -2     | 4                    | 65   | +7    | 49                    | -14         |
| 16-17 | 16.5 | -1     | 1                    | 68   | +10   | 100                   | -10         |
| 17-18 | 17.5 | 0      | 0                    | 66   | +8    | 64                    | 0           |
| 18-19 | 18.5 | +1     | 1                    | 63   | +5    | 25                    | +5          |
| 19-20 | 19.5 | +2     | 4                    | 58   | 0     | 0                     | 0           |
| 20-21 | 20.5 | +3     | 9                    | 54   | -4    | 16                    | -12         |
| 21-22 | 21.5 | +4     | 16                   | 48   | -10   | 100                   | -40         |
| 22-23 | 22.5 | +5     | 25                   | 44   | -14   | 196                   | -70         |
|       | N=10 | Σdx=5  | Σdx <sup>2</sup> =85 | N=10 | Σdy=8 | Σdy <sup>2</sup> =570 | Σdx dy=-163 |

By applying Karl Pearson's Co-efficient of Correlation formula

$$r = \frac{n \cdot \sum dx dy - (\sum dx \cdot \sum dy)}{\sqrt{n \cdot \sum dx^2 - (\sum dx)^2} \sqrt{n \cdot \sum dy^2 - (\sum dy)^2}}$$

Putting the values in above formula:

$$= \frac{10 \times -163 - (5 \times 8)}{\sqrt{10 \times 85 - (5)^2} \sqrt{10 \times 570 - (8)^2}}$$

$$= \frac{-1630 - 40}{\sqrt{850 - 25} \sqrt{5700 - 64}}$$

$$= \frac{-1670}{28.7228 \times 75.0733} = \frac{-1670}{2156.3154}$$

$$\therefore r = -0.7745$$



## वस्तुनिष्ठ प्रश्न

- (१) फिशरचा आदर्श सूचकांक समर्थन करतो.  
 (अ) फक्त वर्तुळ परीक्षणाने (ब) समय आणि साधन उत्क्रमण परीक्षा दोन्हींचे  
 (क) फक्त साधन उत्क्रमण परीक्षणाने (ड) फक्त समय उत्क्रमण परीक्षणाने
- (२) एखाद्या समुच्चयाच्या संख्यांच्या विचलनांच्या वर्गांचा योग न्यूनतम होईल जर विचलन असेल  
 (अ) बहुलकापासून (ब) हरात्मक माध्यापासून  
 (क) समांतर माध्यमापासून (ड) माध्यिकेपासून
- (३) जेव्हा आधार वर्षाची अंतरणीयता आवश्यक असते आणि काही कालावधीसाठी बदलत्या किंमतीचे मोजमाप करावयाचे असते तेव्हा त्या संदर्भातील चाचणीला कोणती चाचणी म्हणतात ?  
 (अ) घटक उलटवणी चाचणी (ब) काळ उलटवणी चाचणी  
 (क) चक्रीय चाचणी (ड)  $x$  वर्ग चाचणी
- (४) उपभोक्ता किंमत निर्देशांक हा ..... या निर्देशांकाचा वापर करून मोजला जातो.  
 (अ) फिशरचा निर्देशांक (ब) पॅशेचा निर्देशांक  
 (क) मार्शलचा निर्देशांक (ड) लॅस्पेअरचा निर्देशांक
- (५) कामगार संघटना मजुरीसंबंधी वाटाघाटीसाठी कोणत्या निर्देशांकाचा उपयोग करतात ?  
 (अ) राहणी खर्चाचा निर्देशांक (ब) भाग किंमत निर्देशांक  
 (क) घाऊक किंमत निर्देशांक (ड) वरीलपैकी कोणताही
- (६) जेव्हा आधार वर्षाची अंतरणीयता आवश्यक असते आणि काही कालावधीसाठी बदलत्या किंमतीचे मोजमाप करावयाचे असते तेव्हा त्या संदर्भातील चाचणीला कोणती चाचणी म्हणतात ?  
 (अ) घटक उलटवणी चाचणी (ब) काळ उलटवणी चाचणी  
 (क) चक्रीय चाचणी (ड)  $x$  वर्ग चाचणी
- (७) सन १९९७-९८ मध्ये भारतात घाऊक किंमत निर्देशांकातील वाढ किती होती ?  
 (अ) जवळपास ८% (ब) जवळपास ७%  
 (क) जवळपास ६% (ड) जवळपास ५%
- (८) हेरॉडच्या प्रतिमानात  $G > G_w$  असेल तर कोणती स्थिती अनुभवास येईल ?  
 (अ) दीर्घकालीन चलनक्षय (ब) अल्पकालीन चलनक्षय  
 (क) अल्पकालीन चलन अतिवृद्धी (ड) दीर्घकालीन चलन अतिवृद्धी
- (९) कॅल्डोर प्रतिमान खालील गृहीत कृत्यांवर आधारलेले आहे.  
 (अ) तांत्रिक प्रगती (ब) दिलेले उत्पन्न वाटप  
 (क) स्थिर उत्पादन गुणांक (ड) 'ब' व 'क' दोन्ही
- (१०) सहसंबंध गुणांक नेहमी असतो....  
 (अ) ० पेक्षा जास्त (ब) -१ आणि + १ च्या मध्ये  
 (क) -१ पेक्षा कमी (ड) १ पेक्षा जास्त

- (११) सहसंबंध त्रणात्मक होईल जर  $X$  च्या मनात वृद्धी झाली तर  
 (अ)  $Y$  चे मान अपरिवर्तित राहील (ब)  $Y$  च्या मानात कमी होईल  
 (क)  $Y$  च्या मानात पण वृद्धी होईल. (ड) वरील कोणतेच नाही
- (१२) जर  $x = x - \bar{x}$  आणि  $y = y - \bar{y}$  आणि युग्म पदांची संख्या असेल तर ....  
 (अ)  $r = \frac{\sum xy}{n\sqrt{\sum x^2 \sum y^2}}$  (ब)  $r = \frac{\sum xy}{n\sum x^2 \sum y^2}$   
 (क)  $r = \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x^2 \sum y^2}}$  (ड)  $r = \frac{n\sum xy}{\sqrt{\sum x^2 \sum y^2}}$
- (१३) कार्ल पियर्सन सहसंबंधाच्या सीमा आहेत.  
 (अ)  $\pm १$  (ब)  $\pm २$   
 (क)  $\pm ३$  (ड) वरीलपैकी काहीही नाही
- (१४) जर  $x$  आणि  $y$  मधील सहसंबंध गुणांक ०.५८ असेल तर  $u = 2x + 3$  आणि  $v = y - 3$  च्यामध्ये सहसंबंध गुणांक होईल.  
 (अ) १.१६ (ब) ०.२९  
 (क) -०.५८ (ड) ०.५८
- (१५) सरळ समूही पद्धतीने सूचकांक मिळवण्याचे सूत्र आहे.  
 (अ)  $P_{01} = \frac{\sum P_1}{\sum P_0} \times 100$  (ब)  $P_{01} = \frac{\sum P_1 q_0}{\sum P_0 q_0} \times 100$   
 (क)  $P_{01} = \sum \frac{P_1}{P_0} \times 100$  (ड)  $P_{01} = \frac{\sum P_1 q_1}{\sum P_0 q_1} \times 100$
- (१६) खालील व्यक्तीपैकी कोण सूचकांक क्षेत्राशी संबंधित नाही.  
 (अ) इव्हिंग फिशर (ब) रोनाल्ड फिशर  
 (क) मार्शल (ड) बॉऊले
- (१७) जर लेस्पियरे सूचकांक १२१ आणि पाशे सूचकांक १४४ आहे तर फिशर सूचकांक होईल.  
 (अ) १३२ (ब) ३२१  
 (क) २१३.८ (ड) १३७.५
- (१८) वर्तमान ठोक (Wholesale) मूल्य सूचकांक कोणत्या अध्यक्षाने बनवला होता ?  
 (अ) डॉ. चेलैया (ब) डॉ. मनमोहन सिंह  
 (क) डॉ. वाय.के. अलख (ड) डॉ. सी. संगराजन
- (१९) सन १९२१ ला महान विभाजक वर्ष म्हटले जाते. कारण  
 (अ) जनसंख्या वाढीचा दर घनात्मक राहिला

- (ब) या वर्षी जनगणनेचे काम वैज्ञानिक रितीने झाले
- (क) यापूर्वी जनसंख्येची वाढ अनियमित व सावकाश होती व उलट यानंतर देशाची लोकसंख्या नियमितपणे उत्तरोत्तर वेगाने वाढत गेली.
- (ड) वरीलपैकी कुठलेच नाही
- (२०) जर आणि शहरांचा उपभोक्ता किंमत मूचकांक क्रमशः २०० व २५० असेल आणि दोन्ही शहरांचे दरदंडे उत्पन्न ४००० रु. असेल तर प्रत्यक्षात ते बरोबर होईल.
- (अ) A शहरात ३२०० रु. व B शहरात ४००० रु. च्या
- (ब) A शहरात ४००० रु. व B शहरात ३००० रु. च्या
- (क) A शहरात ५००० रु. व B शहरात ४००० रु. च्या
- (२१) एका विज्ञापन वयोगटातील लोकांच्या बुटाचे माप जर माहीत करून घ्यायचे असेल तर त्यासाठी ..... हे योग्य मापन होय.
- (अ) गणिती सरासरी (ब) मध्यमानानामूनचे विचलन
- (क) बहुलक (ड) मध्यगा
- (२२) खालील सांख्यिकी क्रमिकेतील बहुलकाची किंमत शोधा.
- १०, ११, १३, ११, १२, १०, ११, १५, ११, ९, १२
- (अ) १२ (ब) ११
- (क) १३ (ड) १०
- (२३) आलेखाचा तिसरा पद म्हणजे.....
- (अ) 'ख' ऋण व 'य' ऋण (ब) 'ख' ऋण व 'य' घन
- (क) 'ख' घन व 'य' ऋण (ड) 'ख' घन व 'य' घन
- (२४) खालीलपैकी कोणती सरासरी अभिवृद्धी दर मोजण्यासाठी योग्य आहे?
- (अ) भारत अंकगणिती सरासरी (ब) भूमिती सरासरी
- (क) हार्मोनिक सरासरी (ड) अंकगणिती सरासरी
- (२५) नावाजलेल्या कंपनीने दोषपूर्ण विद्युत बल्बचे उत्पादन करणे, हे उदाहरण कोणत्या प्रकारच्या वितरणाचे आहे?
- (अ) वारंवारता विवरण (ब) पॉइन्सन वितरण
- (क) द्विपद वितरण (ड) प्रसामान्य वितरण
- (२६) गुणात्मक माहितीच्या वारंवारिता सारणीच्या आलेखासाठी ..... याचा वापर केला जातो.
- (अ) दंड रेखाकृती (ब) आयत चित्र
- (क) नकाशा (ड) पॉलीगॉन
- (२७) जर प्रत्येक निरीक्षणाचा भार भिन्न असेल तर अशा परिस्थितीत केंद्रीय प्रवृत्तीचे योग्य मापन हे असते.....
- (अ) साधी गणिती सरासरी (ब) बहुलक
- (क) मध्यगा (ड) वरीलपैकी एकही नाही

- (२८) वर्गातील विद्यार्थ्यांचे बुद्धिमापन करण्यासाठी कोणते मध्य उपयुक्त ठरेल?
- (अ) बहुलक (ब) मध्यगा
- (क) समांतर माध्य (ड) वरीलपैकी काहीही नाही
- (२९) खालीलपैकी कोणत्या विषयतेच्या मापनावर आत्वंतिक आकड्यांचा सर्वांत जास्त परिणाम होतो?
- (अ) विस्तार (ब) मध्य विचलन
- (क) प्रमाण विचलन (ड) चतुर्थक विचलन
- (३०) दोन संघातील कार्यातील सुसंगततेची तुलना करण्यासाठी कोणते सांख्यिकीय साधन योग्य ठरेल?
- (अ) मध्य विचलन (ब) विचलन गुणक
- (क) प्रमाण विचलनाचा गुणांक (ड) प्रमाण विचलन
- (३१) सरासरी, मध्यगा व मूळ या तिन्हीची मूल्ये एकच असतात, जेव्हा वितरण ..... असते.
- (अ) सामान्य (ब) फ्लॉट्युरिक
- (क) घन वितलीय (ड) ऋण वितलीय
- (३२) जर समूह वितरणाचे खुले मध्यांतर असतील तर आपण ..... वापरू शकतो.
- (अ) मध्यगा (ब) हार्मोनिक सरासरी
- (क) भूमिती सरासरी (ड) अंकगणिती सरासरी
- (३३) प्रमाणित विचलनाचे सूत्र ..... शी निगडोत आहे.
- (अ) आर्वाइन फिशर (ब) कार्ल पिअर्सन
- (क) लॅम्बेअर्स (ड) बॉले
- (३४) दोन चलांच्या प्रतिपगामी विश्लेषणात .....
- (अ) दोन्ही चल स्वतंत्र असतात. (ब) दोन्ही चल आश्रित असतात.
- (क) अ आणि ब दोन्ही (ड) एक आश्रित व एक स्वतंत्र असतो.
- (३५) संघटनेमध्ये किती कर्मचारी मासिक उत्पन्न रु. १५०० च्या वर मिळवितात किंवा किती कर्मचारी मासिक उत्पन्न रु. १२०० पेक्षा कमी मिळवितात. या प्रश्नांची उत्तरे शोधण्यासाठी कोणत्या वारंवारता वितरणाचा आलेख उपयुक्त ठरू शकेल?
- (अ) संचयी वारंवारिता वक्र (ब) मूळ वारंवारिता वक्र
- (क) हिस्टोग्रॅम (ड) वारंवारता बहुभुज
- (३६) जर अंतराच्या वेगवेगळ्या भागाकरिता सरासरी वेग प्रति एकक काळ अंतरात दिला असेल तर सरासरी वक्र काढण्यासाठी अगदी योग्य मध्य कोणते असू शकेल?
- (अ) भारत गणितीय मध्य (ब) गणितीय मध्य
- (क) भूमितीय मध्य (ड) संवादी मध्य
- (३७) मुक्त अंतर्वितरणाच्या संदर्भात खालीलपैकी कोणती सरासरी पद्धती उपयुक्त ठरू शकेल?
- (अ) भूमितीय मध्य (ब) बहुलक
- (क) मध्यगा (ड) गणितीय मध्य

(३८) भौगोलिक आधारावरील संख्यात्मक माहिती प्रदर्शित करण्याकरिता कोणत्या रेखाकृतीचा उपयोग करतात?

- (अ) नकाशा (ब) आयात चित्र  
(क) दंड रेखाकृती (ड) चित्र संकेत

(३९) जर  $N=11$ ,  $\sum X=60$ ,  $\sum X^2=1,000$  असेल तर मानक विचलन होईल.

- (अ) ६ (ब) १२  
(क) ८ (ड) १००

(४०) २०० पदांचा माध्य ४८ आणि मानक विचलन ३ आहे. या पदांच्या वर्गांची बेरीज होईल.

- (अ) १,५४,२०० (ब) ४६,२००  
(क) ४,६२,६०० (ड) ४६,२६०

(४१) जर  $\sigma=16$  आणि  $\sum(\sum-\bar{X})^2=4,096$  असेल तर  $N$  चे मान होईल.

- (अ) ४ (ब) २५६  
(क) १६ (ड) यातील कुठलेही नाही

(४२) जर मानक विचलन ४, पदांची संख्या १० आणि पदांची बेरीज १६० असेल तर विवरण गुणाकांचे मान होईल-

- (अ) ३५% (ब) २०%  
(क) २५% (ड) १६%

(४३) एखाद्या आवृत्ती वितरणाचा माध्य १०० आणि विवरण गुणांक ३५% आहे. तर मानक विचलन होईल-

- (अ) ४५० (ब) ४.५  
(क) ०.४५ (ड) ४५

(४४) जर  $Q_3=33$  आणि  $Q_1=24$  आहे. तर आनुभविक संबंधाने मानक विचलनाचे संभाव्य मान होईल-

- (अ) ४.५ (ब) ३  
(क) ६.७५ (ड) ३.६

(४५) जर वितरण घनात्मक रूपाने विषम असेल तर.....

- (अ) माध्य < बहुलक < माध्यिका (ब) माध्यिका < बहुलक < माध्य  
(क) माध्य > माध्यिका > बहुलक (ड) माध्य > माध्यिका < बहुलक

(४६) समय उत्क्राम्यता परीक्षण पूर्ण होईल जर-

- (अ)  $P_{01} \times P_{10} = 100^2$  (ब)  $P_{01} \times P_{01} > 100^2$   
(क)  $P_{01} \times P_{10} = 100$  (ड)  $P_{01} \times P_{01} < 1$

(४७) सूचकांक लेस्पियरेचे सूत्र आहे.

- (अ)  $\frac{\sum P_1 P_0}{\sum P_1 Q_0} \times 100$  (ब)  $\frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times 100$

$$(क) \frac{\sum P_1 (Q_0 + Q_1)}{\sum P_0 (Q_0 + Q_1)}$$

$$(ड) \frac{\sum P_1 (Q_0 Q_1)}{\sum P_0 (Q_0 Q_1)} \times 100$$

(४८) चक्रीय परीक्षण पूर्ण करतो-

- (अ) पाशे सूचकांक (ब) लेस्पियरे सूचकांक  
(क) फिशर सूचकांक (ड) यातील कोणतेही नाही

(४९)  $P_{01} \times Q_{01} = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_0}$  सूत्र आहे.

- (अ) चक्रीय परीक्षणाचे (ब) समय उत्क्राम्यता परीक्षणाचे  
(क) तत्त्व उत्क्राम्यता परीक्षणाचे (ड) वरीलपैकी काहीही नाही

(५०) किंमत सूचकांक काढण्यासाठी आधार किंमत मानली जाते.

- (अ) ४०० (ब) ३००  
(क) २०० (ड) १००

(५१) जर  $MRTS_{LK} = 2$  तर  $\frac{MP_K}{MP_L}$  होईल.

- (अ) ४ (ब) १  
(क) २ (ड)  $\frac{१}{२}$

(५२) गुणात्मक पत नियंत्रणासाठी केंद्रीय बँक खालीलपैकी कोणती पद्धत वापरते?

- (अ) परिवर्ती राखीव प्रमाण (ब) सुरक्षित कर्जावर मार्जिनच्या प्रावधानात बदल  
(क) उपभोक्ता पत नियमन (ड) उधार-राशी-नियमन

(५३) खालील आकडे दिले आहेत. प्राप्तांकाची संख्या = १००, समांतर माध्य = १,०००, प्रसरण = २५६.० तर प्रसरण गुणांक खालील कशाच्या बरोबर आहे?

- (अ) ४.५% (ब) ३.५%  
(क) २.५% (ड) १.६%

(५४) जर सहसंबंध गुणांकाचे माप एकाच्या बरोबर आहे. तर X आणि Y चरांमध्ये संबंध असेल.

- (अ) y, x च्या अनुक्रमानुपाती (ब) y, x च्या व्युत्क्रमानुपाती  
(क) y, x<sup>2</sup> च्या बरोबर (ड) वरीलपैकी कुठलाही नाही

(५५) खालीलपैकी कोणते विधान चूक आहे?

- फिशरचा सूचकांक  
(अ) L किंवा P च्या बरोबर आहे, जर L=P (ब) L आणि P चा भौमितिक मध्य आहे.  
(क) L आणि P चा अंकगणितीय मध्य आहे.  
(ड) लेस्पियरेचे सूचकांक (L) आणि पास्केचे सूचकांक (P) यांच्यामध्ये स्थित आहे.

- (५६) संख्याशास्त्र हे ..... आहे.  
 (अ) शास्त्र (ब) कला  
 (क) भाषा (ड) गणित
- (५७) संख्याशास्त्र हे ..... शास्त्र आहे.  
 (अ) समूहाचे (ब) स्वतंत्र  
 (क) सरासरीचे (ड) गुणाकाराचे
- (५८) संख्याशास्त्र हा शब्द ..... शब्दापासून बनलेला आहे की ज्याचा अर्थ स्टेपस असा आहे.  
 (अ) ग्रीक (ब) लॅटिन  
 (क) संस्कृत (ड) अरेबिक
- (५९) संख्याशास्त्रामध्ये माहितीचा ..... अभ्यास केला जातो.  
 (अ) गुणात्मक (ब) काल्पनिक  
 (क) रचनात्मक (ड) संख्यात्मक
- (६०) संख्याशास्त्र म्हणजे सामान्यपणे ..... संकलन होय.  
 (अ) आकृत्यांचे (ब) सामग्रीचे  
 (क) आर्थिक नियमाचे (ड) भौगोलिक नियमाचे
- (६१) रेनाल्ड फिशर यांनी ..... सिद्धांताच्या विकासात मोलाचे योगदान दिलेले आहे.  
 (अ) संख्याशास्त्रातील (ब) खगोलशास्त्रातील  
 (क) जीवशास्त्रातील (ड) रसायनशास्त्रातील
- (६२) ..... अर्थशास्त्रात संख्याशास्त्राचा वापर केल्याचे आढळते.  
 (अ) चंद्रगुप्ताच्या (ब) कौटिल्याच्या  
 (क) आर्यभट्टाच्या (ड) कालिदासाच्या
- (६३) ..... नंतर संख्याशास्त्राचा शास्त्र म्हणून घेगाने विकास घडून आला.  
 (अ) १८५७ (ब) १९२०  
 (क) १९४७ (ड) २०००
- (६४) ..... ही संख्यात्मक बाब होय.  
 (अ) प्रामाणिकपणा (ब) चारित्र्य  
 (क) हुशारी (ड) आफडेयारी
- (६५) आधुनिक काळात सर्वसाधारणपणे सर्व ज्ञानशाखांत ..... वापर केला जातो.  
 (अ) समाजशास्त्राचा (ब) भौतिकशास्त्राचा  
 (क) संख्याशास्त्राचा (ड) इतिहासाचा
- (६६) सांख्यिकीय विधाने ..... असतात.  
 (अ) संख्यात्मक (ब) गुणात्मक  
 (क) रचनात्मक (ड) साधी

- (६७) संख्याशास्त्रात माहितीची ..... असते.  
 (अ) सरासरी (ब) गुणाकार  
 (क) भागाकार (ड) वक्रावली
- (६८) संख्याशास्त्राचे महत्त्व ..... यादले.  
 (अ) अंकगणितामुळे (ब) बीजगणितामुळे  
 (क) भूमितीमुळे (ड) जागतिकीकरणामुळे
- (६९) Statistics हा शब्द ..... भाषेतील शब्द आहे.  
 (अ) इंग्रजी (ब) जर्मनी  
 (क) लॅटिन (ड) फ्रेंच
- (७०) संख्याशास्त्रातील माहिती ..... विधानांच्या स्वरूपात असते.  
 (अ) शाब्दिक (ब) संख्यात्मक  
 (क) अलिखित (ड) तोंडी
- (७१) संख्याशास्त्र हे ..... शास्त्र आहे.  
 (अ) वर्णनात्मक (ब) गुणात्मक  
 (क) मोजणीचे (ड) शाब्दिक
- (७२) संख्याशास्त्र ..... एक शाखा आहे असे म्हटले जाते.  
 (अ) गणिताची (ब) अर्थशास्त्राची  
 (क) भौतिकशास्त्राची (ड) भूमितीची
- (७३) शासनाच्या सामाजिक कल्याणकारी योजना ..... आधारित असतात.  
 (अ) जनतेच्या मागणीवर (ब) संख्याशास्त्रीय तत्वांवर  
 (क) पंतप्रधानांच्या विचारसरणीवर (ड) राजकीय तत्वांवर
- (७४) अर्थशास्त्रातील नियम ..... तत्वावर आधारित आहेत.  
 (अ) सांख्यिकीय (ब) आकृतीच्या  
 (क) तक्त्याच्या (ड) आलेखाच्या
- (७५) पुढीलपैकी कोणती यत्नस्थितीदरांक सरासरी आहे?  
 (अ) गणिती मध्य (ब) बहुलक  
 (क) मध्यगा (ड) वरील सर्व
- (७६) निरीक्षण ४, ८, १२ आणि १६ यांचा गणिती मध्य कोणता आहे?  
 (अ) ८ (ब) १०  
 (क) ६ (ड) १२
- (७७) कोणत्या विचारात संचित चारंवारता गरजेची असते?  
 (अ) बहुलक (ब) मध्यांक  
 (क) सरासरी (ड) सामान्य

- (७८) कोणत्या घटकाची वारंवारता सर्वाधिक असते?  
 (अ) गणितीय मध्य (ब) मध्यांक  
 (क) बहुलक (ड) सरासरी
- (७९) दिलेली सामग्री चढत्या किंवा उतरत्या क्रमाने मांडल्यानंतर श्रेणीतील जी संख्या श्रेणीचे दोन भाग करते, त्या संख्येस काय म्हणतात?  
 (अ) बहुलक (ब) मध्यगा  
 (क) गणितीय मध्य (ड) सरासरी
- (८०) द्वितीय चतुर्थकाला काय म्हणतात?  
 (अ) मध्यगा (ब) कनिष्ठ चतुर्थक  
 (क) ज्येष्ठ चतुर्थक (ड) उच्च चतुर्थक
- (८१) पहिल्या चतुर्थकाचे मूल्य कितव्या निरीक्षणाचे मूल्य असते?  
 (अ)  $\frac{n+1}{3}$  (ब)  $\frac{n+1}{4}$   
 (क)  $\frac{n+1}{10}$  (ड)  $\frac{n+1}{100}$
- (८२) दशमके किती असतात?  
 (अ) ७ (ब) ८  
 (क) ९ (ड) १०
- (८३) शतमके किती असतात?  
 (अ) ९७ (ब) ९८  
 (क) ९९ (ड) १००
- (८४) चतुर्थके किती असतात?  
 (अ) ३ (ब) ४  
 (क) ५ (ड) ६
- (८५) १०, २०, ३० आणि ४० यांचा विस्तार किती आहे?  
 (अ) १५ (ब) ३०  
 (क) १० (ड) ४०
- (८६) २५ वे शतमक हे कोणत्या मूल्याच्या बरोबर असते?  
 (अ) पहिल्या चतुर्थकाच्या (ब) पंचविसाव्या चतुर्थकाच्या  
 (क) चौविसाव्या चतुर्थकाच्या (ड) दुसऱ्या चतुर्थकाच्या
- (८७) ज्या संख्या संपूर्ण निरीक्षणाचे दहा समान भाग करता येतात, त्यांना काय म्हणतात?  
 (अ) शतमके (ब) दशमके  
 (क) चतुर्थके (ड) बहुलक

- (८८) गणितीय मध्य म्हणजे कोणती संख्या?  
 (अ) सर्वांत उच्च मूल्याची (ब) सर्वांत कमी मूल्याची  
 (क) सरासरी (ड) संचित वारंवारता
- (८९) मध्यगा म्हणजे श्रेणीतील कोणता घटक?  
 (अ) पहिला (ब) दुसरा  
 (क) मधला (ड) शेवटचा
- (९०) बहुलकाचे मूल्य कोणते?  
 (अ) कमीत कमी वारंवारता (ब) जास्तीत जास्त वारंवारता  
 (क) सरासरी वारंवारता (ड) शून्य वारंवारता
- (९१) श्रेणीतील सर्व संख्यांच्या बेरजेला श्रेणीतील एकूण संख्येने भागले असता कोणते मूल्य मिळते?  
 (अ) बहुलक (ब) मध्यक  
 (क) मध्य (ड) चतुर्थक
- (९२) १० वे शतमक हे किती दशमकासमान असते?  
 (अ) ९ व्या (ब) १० व्या  
 (क) ४ व्या (ड) ५ व्या
- (९३) ५० वे शतमक हे कोणते स्थान आहे?  
 (अ) पहिले (ब) दुसरे  
 (क) मधले (ड) शेवटचे
- (९४) तिसऱ्या चतुर्थकाचे मूल्य म्हणजे कोणत्या निरीक्षणाचे मूल्य असते?  
 (अ)  $\frac{n+1}{2}$  (ब)  $\frac{n+1}{4}$   
 (क)  $\frac{n+1}{3}$  (ड) वरीलपैकी कोणतेही नाही.
- (९५) श्रेणीतील सर्वांत मोठ्या आणि सर्वांत लहान मूल्यातील फरकाला काय म्हणतात?  
 (अ) सरासरी (ब) मध्यगा  
 (क) विस्तार (ड) वारंवारता
- (९६) पाचवे दशमक म्हणजे कोणाचे चतुर्थक?  
 (अ) पहिले (ब) दुसरे  
 (क) तिसरे (ड) चौथे
- (९७) जास्तीत जास्त वारंवारता असलेल्या मूल्याला काय म्हणतात?  
 (अ) मध्यगा (ब) मध्य  
 (क) बहुलक (ड) सरासरी

- (९८) मध्यक हा नेहमी कोणत्या स्थानावर असतो ?  
 (अ) मध्याच्या आधी  
 (क) मध्य आणि बहुलक यांच्यामध्ये  
 (ब) बहुलकाच्या मागे  
 (ड) वरीलपैकी कोणतेही नाही
- (९९) शतमके पदमालेचे किती भाग करतात ?  
 (अ) १०  
 (क) १०  
 (ब) ९९  
 (ड) ९४
- (१००) केंद्रीय प्रवृत्ती काय आहे ?  
 (अ) समूह घटक  
 (क) सर्वात मोठा घटक  
 (ब) मध्यवर्ती घटक  
 (ड) सर्वात लहान घटक
- (१०१) आधार वर्षासाठी निर्देशांक .....असतो.  
 (अ) ००  
 (क) १००  
 (ब) १५०  
 (ड) १०
- (१०२) निर्देशांक हा ..... वायुभारमापक आहे.  
 (अ) संख्याशास्त्रीय  
 (क) आर्थिक  
 (ब) गणितीय  
 (ड) सामाजिक
- (१०३) चालु वर्षातील किंमत व आधार वर्षातील किंमत यांच्या गुणोत्तराला १०० ने गुणले असता त्याला ..... असे म्हणतात.  
 (अ) सापेक्ष  
 (क) मुल्यानुपात  
 (ब) शेकडा  
 (ड) मात्रा
- (१०४) निर्देशांक हे ..... सरासरी असते.  
 (अ) गुणक  
 (क) विशेष  
 (ब) साधा  
 (ड) संयुक्त
- (१०५) किंमत निर्देशांकातील वाढ पैशाच्या खरेदी शक्तीतील ..... निर्देशित करते.  
 (अ) वाढ  
 (क) स्थिरता  
 (ब) घट  
 (ड) विस्तार

